ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

1969 г. Выпуск 34

УДК 681.142.019.3

РАСЧЕТ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ФУНКЦИЙ НАДЕЖНОСТИ И ВОССТАНОВИМОСТИ ОДНОРОДНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

Э.Г. Хорошевская

В работе рассчитываются функция надежности и функция восстановимости для начального периода функционирования однородной универсальной вычислительной системы при произвольных начальных условиях и произвольном числе восстанавливающих устройств.

Приводится программа для расчета функции надежности, записанная на АЛГОЛе. Результаты иллюстрируются примерами вычислительных систем.

Имеется однородная универсальная вычислительная система (УВС), состоящая из N элементарных машин (ЭМ) [I]. Систему обслуживают m восстанавливающих устройств, $1 \leq m \leq N$. Время безотказной работы ЭМ и время восстановления отказавшей ЭМ распределены по экспоненциальным законам с параметрами λ и μ, соответственно [2].

Множество всех состояний системы, $E = \{0, 1, 2, \ldots, N\}$, разобьем на два подмножества: E_1 и E_2, $E_1 \cup E_2 = E$. Если система находится в состоянии $i \in E_1$, то система исправна, если $i \in E_2$ – система неисправна.

Производительностью в момент времени t однородной УВС является функция

$$\Omega(t) = \begin{cases} \Omega^n = A_n n\omega, & \text{если в момент времени } t \geq 0 \text{ система находится в состоянии } i \in E_1, \\ 0, & \text{если при } t \geq 0 \quad i \in E_2, \end{cases}$$

где ω – производительность элементарной машины.

Путем задания A_n может быть выбрана любая зависимость производительности от n. Для сложных задач, как правило, $A_n \geq 1$ [I].

Требуется определить функцию надежности и функцию восстановимости УВС для нестационарного режима работы.

Функция надежности

Функция надежности [2]

$$R(t) = P\{\Omega(\tau) - \Omega^n\},$$

где τ – любой момент времени, принадлежащий промежутку $[0, t]$, означает вероятность того, что за время t система ни разу не войдет в состояние $k \in E_2$, $E_2 = \{N-n+1, N-n+2, \ldots, N\}$.

Функция ненадежности

$$Q(t) = 1 - R(t)$$

означает вероятность того, что за время t система заведомо войдет в состояние $k \in E_2$.

Назовем множество E_2 поглощающим, то есть таким, которое нельзя покинуть после попадания в него.

В силу экспоненциальности законов времени безотказной работы и времени восстановления ЭМ работа такой системы всегда описывается марковским процессом с конечным числом состояний [3].

Поэтому, в силу ординарности потоков отказов и восстановлений [4], функцию $Q(t)$ можно рассматривать как вероятность $P_{N-n+1}(t)$ того, что за время t система войдет в $(N-n+1)$ состояние.

Учитывая, что E_2 – поглощающее множество, легко составить систему дифференциальных уравнений, описывающих работу УВС:

$$\left.\begin{aligned}
&P_0'(t) = -N\lambda P_0(t) + \mu P_1(t), \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&P_k'(t) = \begin{cases} (N-k+1)\lambda P_{k-1}(t) + [(N-k)\lambda + k\mu] P_k(t) + (k+1)\mu P_{k+1}(t), & \text{если } k < m, \\ (N-k+1)\lambda P_{k-1}(t) + [(N-k)\lambda + m\mu] P_k(t) + m\mu P_{k+1}(t), & \text{если } k \geq m, \end{cases} \\
&\qquad\qquad k = 1, 2, \ldots, N-n-1, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&P_{N-n}'(t) = \begin{cases} (n+1)\lambda P_{N-n-1}(t) - [n\lambda + (N-n)\mu] P_{N-n}(t), & \text{если } N-n < m, \\ (n+1)\lambda P_{N-n-1}(t) - (n\lambda + m\mu) P_{N-n}(t), & \text{если } N-n \geq m, \end{cases} \\
&P_{N-n+1}'(t) = n\lambda P_{N-n}(t).
\end{aligned}\right\} \quad (I)$$

Задав начальные условия

$$P_i(0) = 0, \quad i = 0, 1, \ldots, j-1, j+1, \ldots, N-n+1, \quad P_j(0) = 1, \quad j \in E_1,$$

решим (I) относительно $P_{N-n+1}(t)$. Для этого умножая каждое уравнение (I) на e^{-st} и проинтегрируем его по t. Применяя преобразование Лапласа

$$a_k(S)=\int_0^\infty e^{-st}P_k(t)dt, \quad k=0,1,\dots,N-n+1,$$

получим алгебраическую систему уравнений:

$$\left.\begin{array}{l}
\delta_0^j=(N\lambda+S)a_0(S)-\mu a_1(S),\\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
\delta_k^j=\begin{cases}-(N-k+1)\lambda a_{k-1}(S)+[(N-k)\lambda+k\mu+S]a_k(S)-(k+1)\mu a_{k+1}(S), & \text{если } k<m,\\ -(N-k+1)\lambda a_{k-1}(S)+[(N-k)\lambda+m\mu+S]a_k(S)-m\mu a_{k+1}(S), & \text{если } k\geqslant m,\end{cases}\\
\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad k=1,2,\dots,N-n-1,\\
\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\\
\delta_{N-n}^j=\begin{cases}-(n+1)\lambda a_{N-n-1}(S)+[n\lambda+(N-n)\mu+S]a_{N-n}(S), & \text{если } N-n<m,\\ -(n+1)\lambda_{N-n-1}(S)+(n\lambda+m\mu+S)a_{N-n}(S), & \text{если } N-n\geqslant m,\end{cases}\\
0=-n\lambda a_{N-n}(S)+Sa_{N-n+1}(S),
\end{array}\right\}(2$$

где

$$\delta_k^j=\begin{cases}1, & k=j,\\ 0, & k\neq j.\end{cases}$$

Решая (2) по правилу Крамера, найдем

$$a_{N-n+1}(S)=\frac{(N-j)!\,\lambda^{N-n-j+1}}{(n-1)!}\cdot\frac{\Delta_j(S)}{S\cdot\Delta_{N-n+1}(S)},$$

где $\Delta_j(S)$ и $\Delta_{N-n+1}(S)$ определяются по рекуррентным соотношениям:

$$\begin{array}{ll}
\Delta_{k+1}(S)=[S+(N-k)\lambda+k\mu]\Delta_k(S)-(N-k+1)\lambda k\mu\Delta_{k-1}(S), & \text{если } k<m,\\
\Delta_{k+1}(S)=[S+(N-k)\lambda+m\mu]\Delta_k(S)-(N-k+1)\lambda m\mu\Delta_{k-1}(S), & \text{если } k\geqslant m,\\
\quad k=0,1,2,\dots,N-n, \ \text{для } \Delta_{N-n+1}(S), & \\
\quad k=0,1,2,\dots,j-1, \ \text{для } \Delta_j(S), & \\
\quad \Delta_{-1}(S)=0, \ \Delta_0(S)=1, \ \Delta_1(S)=S+N\lambda. &
\end{array} \qquad (3)$$

После обращения преобразования Лапласа вероятность $P_{N-n+1}(t)$ примет вид:

$$P_{N-n+1}(t)=\frac{(N-j)!\,\lambda^{N-n-j+1}}{(n-1)!\,2\pi i}\int_c\frac{\Delta_j(S)\cdot e^{st}}{S\cdot\Delta_{N-n+1}(S)}ds, \qquad (4)$$

где c – контур, охватывающий нули знаменателя.

Корни $\Delta_{N-n+1}(S)$ легко найти, так как система многочленов $\Delta_k(S)$, $k=0,1,\dots,N-n+1$, удовлетворяющая соотношению (3), обладает свойствами [3,5]:

I) все корни $\Delta_k(S)$ различны и отрицательны;

2) корни соседних многочленов $\Delta_{k-1}(S)$ и $\Delta_k(S)$ чередуются;

3) сумма корней многочлена $\Delta_k(S)$ равна

$$-A_k=-\frac{(2N-k+1)}{2}k\lambda-\frac{k(k-1)}{2}\mu, \quad \text{если } k\leqslant m,$$

$$-A_k=-\frac{(2N-k+1)}{2}k\lambda-\frac{2k-m-1}{2}m\mu, \quad \text{если } k>m,$$

которые позволяют вычислить корни $\Delta_{N-n+1}(S)$, например, с помощью метода половинного деления [6].

Если $-\alpha_1,-\alpha_2,\dots,-\alpha_{N-n+1}$ – корни $\Delta_{N-n+1}(S)$, то

$$\frac{\Delta_j(S)}{S\cdot\Delta_{N-n+1}(S)}=\frac{A_{j0}}{S}+\sum_{k=1}^{N-n+1}\frac{A_{jk}}{S+\alpha_k}, \qquad (5)$$

где

$$A_{jk}=\frac{\Delta_j(-\alpha_k)}{[S\cdot\Delta_{N-n+1}(S)]'_{S=-\alpha_k}}=\frac{\Delta_j(-\alpha_k)}{\Delta_{N-n+1}(-\alpha_k)-\alpha_k\Delta'_{N-n+1}(-\alpha_k)}.$$

Ясно, что

$$\left.\begin{array}{l}
A_{j0}=\dfrac{\Delta_j(0)}{\Delta_{N-n+1}(0)};\\[2ex]
A_{jk}=\dfrac{\Delta_j(-\alpha_k)}{-\alpha_k\Delta'_{N-n+1}(-\alpha_k)}, \quad k=1,2,\dots,N-n+1.
\end{array}\right\} \qquad (6)$$

Учитывая (4) - (6), получим

$$P_{N-n+1}(t)=\frac{(N-j)!\,\lambda^{N-n-j+1}}{(n-1)!}\left[\frac{\Delta_j(0)}{\Delta_{N-n+1}(0)}+\sum_{k=1}^{N-n+1}\frac{\Delta_j(-\alpha_k)\,e^{-\alpha_k t}}{(-\alpha_k)\Delta'_{N-n+1}(-\alpha_k)}\right]. \qquad (7)$$

Используя (3), легко доказать, что

$$\left.\begin{array}{l}
\Delta_j(0)=\dfrac{N!}{(N-j)!}\lambda^j.\\[2ex]
\Delta_{N-n+1}(0)=\dfrac{N!}{(n-1)!}\lambda^{N-n+1}.
\end{array}\right\} \qquad (8)$$

Подставляя (8) в (7), получим

$$P_{N-n+1}(t)=1-\frac{(N-j)!\,\lambda^{N-n-j+1}}{(n-1)!}\cdot\sum_{k=1}^{N-n+1}\frac{\Delta_j(-\alpha_k)\,e^{-\alpha_k t}}{\alpha_k\cdot\Delta'_{N-n+1}(-\alpha_k)}.$$

Таким образом, нестационарная функция надежности будет равна

$$R(t)=\frac{(N-j)!\,\lambda^{N-n-j+1}}{(n-1)!}\sum_{k=1}^{N-n+1}\frac{\Delta_j(-\alpha_k)\cdot e^{-\alpha_k t}}{\alpha_k\ \Delta'_{N-n+1}(-\alpha_k)}. \qquad (9)$$

Функция восстановимости [2]

$$U(t)=1-P\{\Omega(\tau)=0\},$$

где τ - любой момент времени, принадлежащий промежутку $[0,t]$, означает вероятность того, что за время t система впервые войдет в состояние $k\in E_2$, $E_2=\{n,n+1,\dots,N\}$.

Будем считать множество E_2 поглощающим и, в силу ординарности потоков отказов и восстановлений [4], функцию $U(t)$ будем рассматривать как вероятность $P_n(t)$ того, что за время t система впервые войдет в исправное n-е состояние.

Тогда, рассуждая аналогично тому, как и при выводе $R(t)$, получим

$$U(t)=1-M\mu^{n-j}\sum_{k=1}^{n}\frac{\Delta_j(-\beta_k)\cdot e^{-\beta_k t}}{\beta_k\cdot\Delta'_n(-\beta_k)}, \qquad (10)$$

где j - число исправных ЭМ при $t=0$, $j\in E_1$;

$-\beta_k$, $k=1,2,\dots,n$ - корни полинома $\Delta_n(S)$;

$\Delta_n(S)$ и $\Delta_j(S)$ определяются по рекуррентным соотношениям:

$\Delta_{k+1}(S)=(S+k\lambda+m\mu)\cdot\Delta_k(S)-k\lambda m\mu\Delta_{k-1}(S)$, $0\le k\le N-m$,

$\Delta_{k+1}(S)=[S+k\lambda+(N-k)\mu]\Delta_k(S)-k\lambda(N-k+1)\mu;\Delta_{k-1}(S), k>N-m$,

$k=0,1,\dots,n-1$ для $\Delta_n(S)$,

$k=0,1,\dots,j-1$ для $\Delta_j(S)$,

$\Delta_{-1}(S)=0$, $\Delta_0(S)=1$, $\Delta_1(S)=S+m\mu$;

$$M=\begin{cases} m^{n-j}, & \text{если } m\le N-n,\\ \dfrac{(N-j)!}{(N-n)!}, & \text{если } m>N-n \text{ и } j\ge N-m,\\ \dfrac{m!\,m^{N-m-j}}{(N-n)!}, & \text{если } m>N-n \text{ и } j<N-m.\end{cases}$$

Полученные результаты позволяют рассчитать нестационарную функцию надежности (9) и нестационарную функцию восстановимости (10) для однородных универсальных вычислительных систем любой производительности.

Приведем несколько примеров таких систем.

В качестве ЭМ возьмём "Минск-22" [7].

На рис.I-4 изображена функция $R(t)$ в зависимости от числа n основных машин в системе для N =I00, m=I, μ = 0,7 I/час, =0 при различных λ; на рис. I λ=0,024 I/час; на рис. 2 λ =0,0I I/час; на рис. 3 λ=0,005 I/час; на рис. 4 λ = 0,00I I/час.

На рис. 5 представлена функция $R(t)$ для m =I,2,...,6,

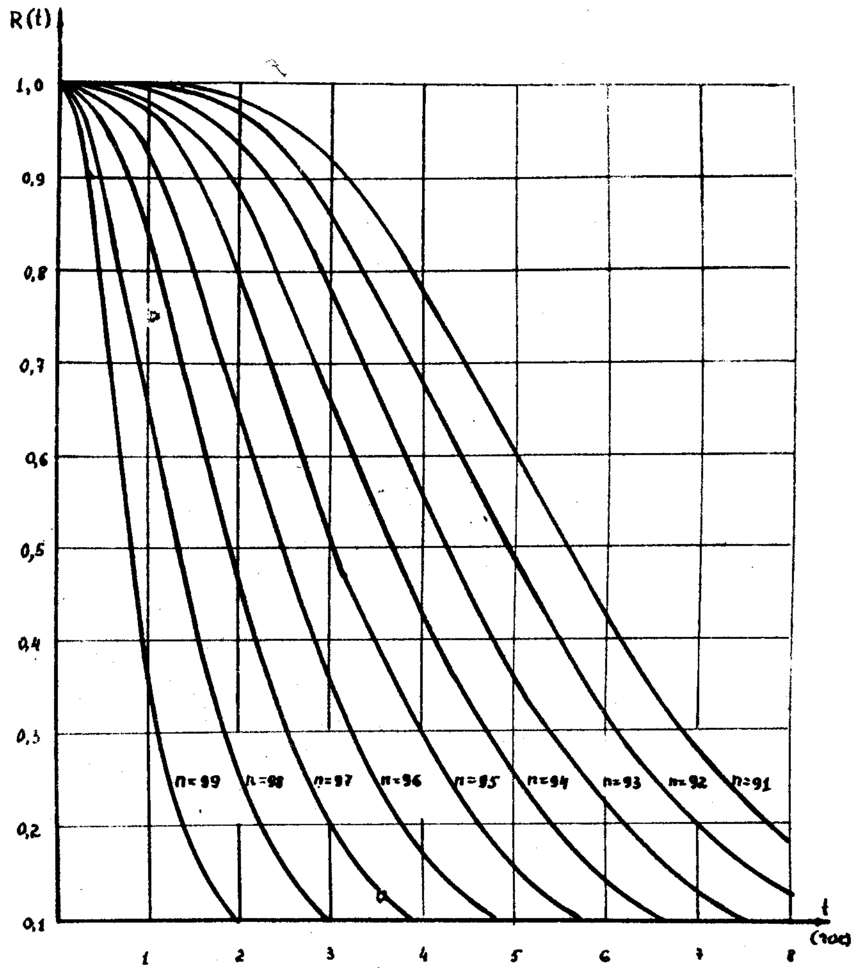

Рис.I

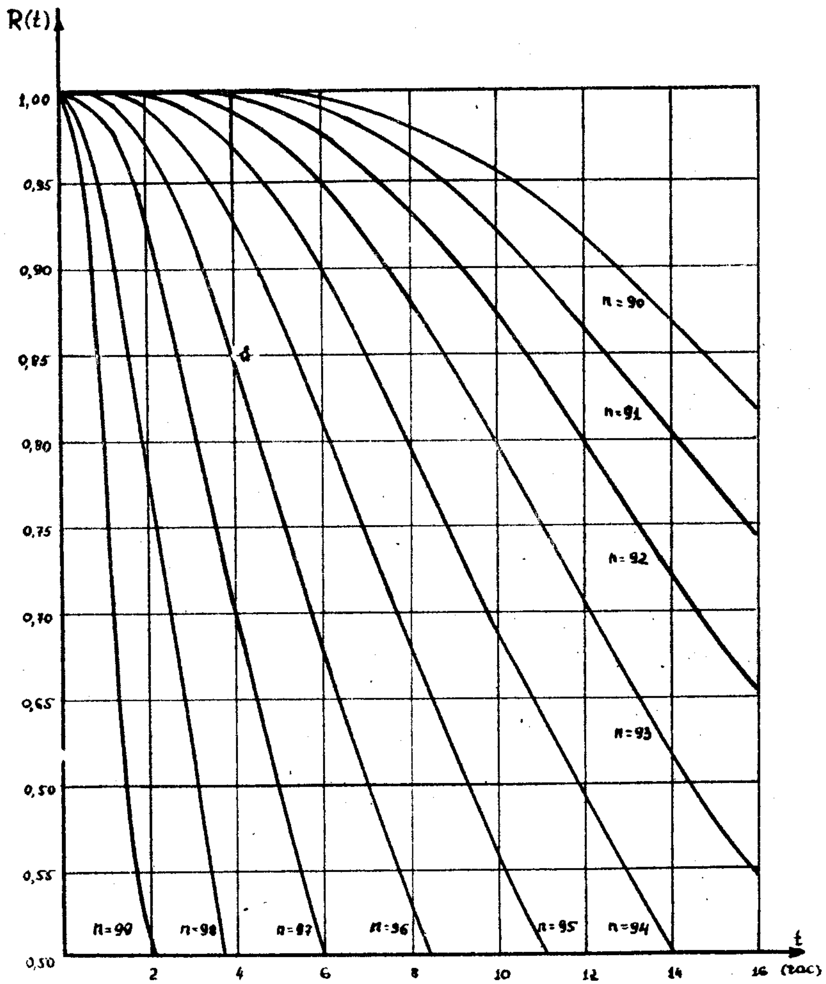
R(t)
1,00
0,95
0,90
0,85
0,80
0,75
0,70
0,65
0,60
0,55
0,50
n=90
n=91
n=92
n=93
n=99
n=98
n=97
n=96
n=95
n=94
t
2
4
6
8
10
12
14
16 (час)

Рис.2

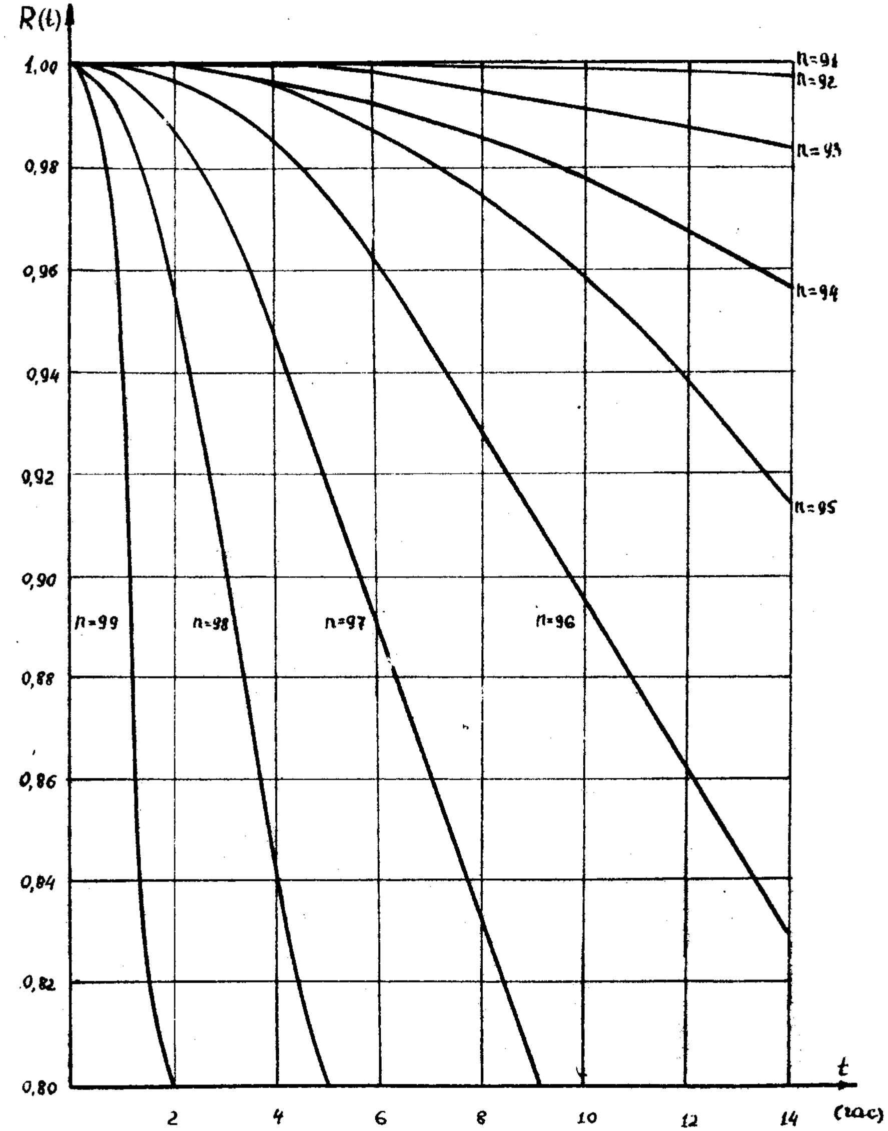
R(t)
1,00
0,98
0,96
0,94
0,92
0,90
0,88
0,86
0,84
0,82
0,80
n=91
n=92
n=93
n=94
n=95
n=99
n=98
n=97
n=96
t
2
4
6
8
10
12
14
(час)

Рис.3

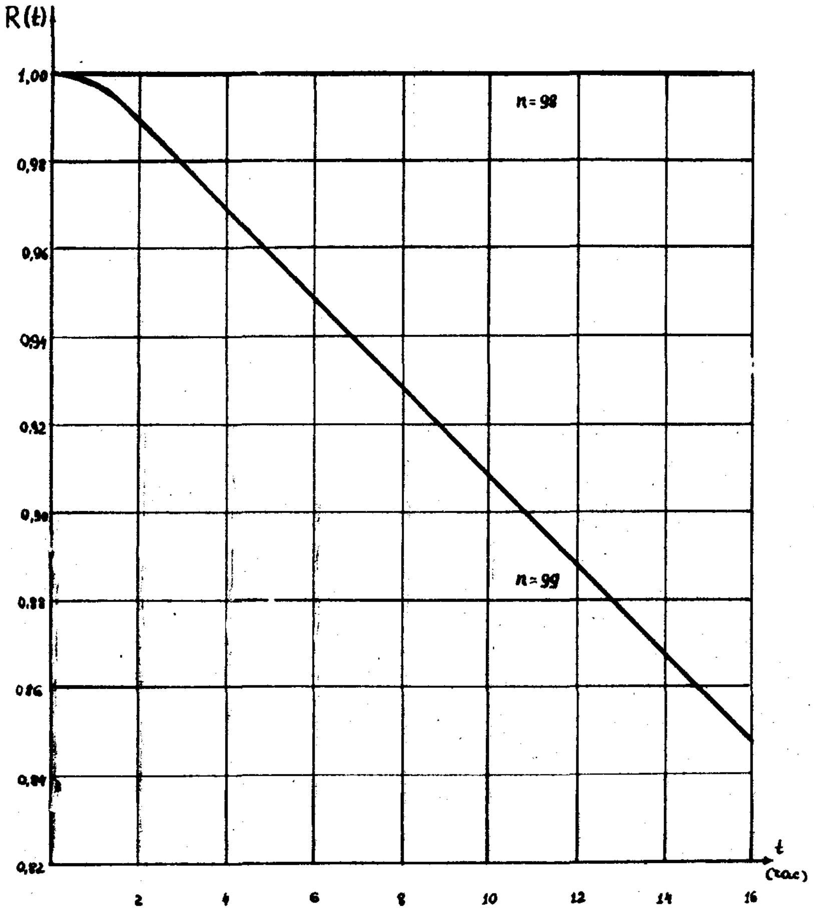
R(t)
1,00
0,98
0,96
0,94
0,92
0,90
0,88
0,86
0,84
0,82
n=98
n=99
t
(час)
2
4
6
8
10
12
14
16

Рис.4

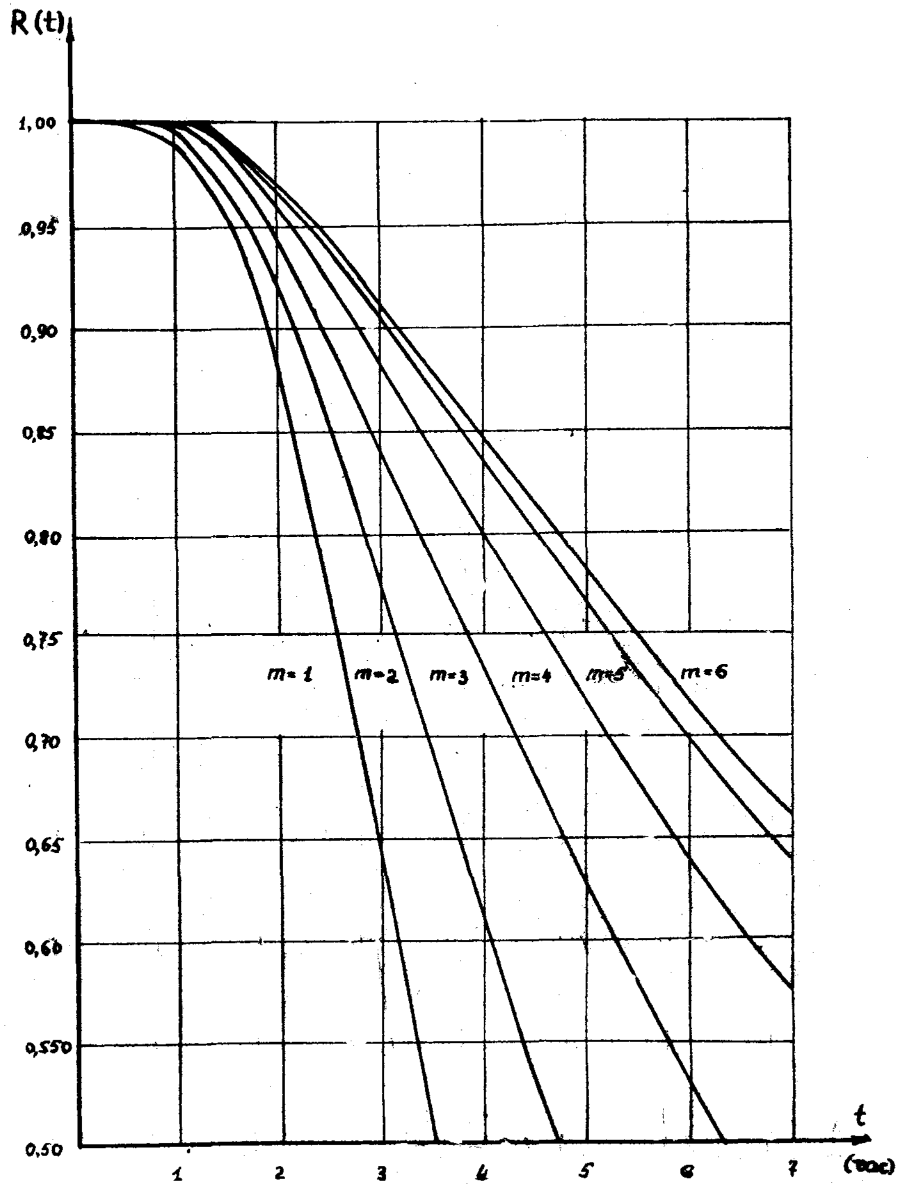
R(t)
1,00
0,95
0,90
0,85
0,80
0,75
0,70
0,65
0,60
0,550
0,50
m=1
m=2
m=3
m=4
m=5
m=6
t
(час)
1
2
3
4
5
6
7

Рис.5

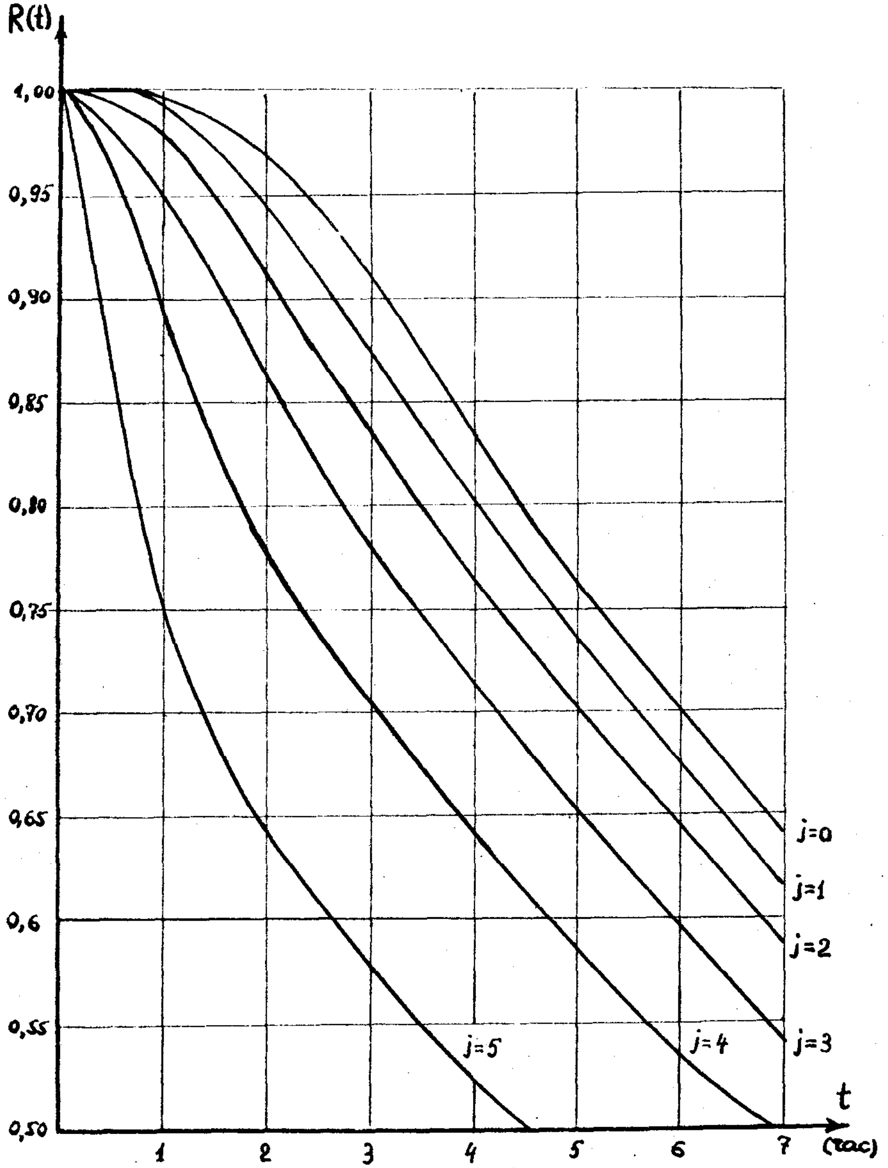
R(t)
1,00
0,95
0,90
0,85
0,80
0,75
0,70
0,65
0,6
0,55
0,50
1
2
3
4
5
6
7
t
(час)
j=0
j=1
j=2
j=3
j=4
j=5

Рис.6

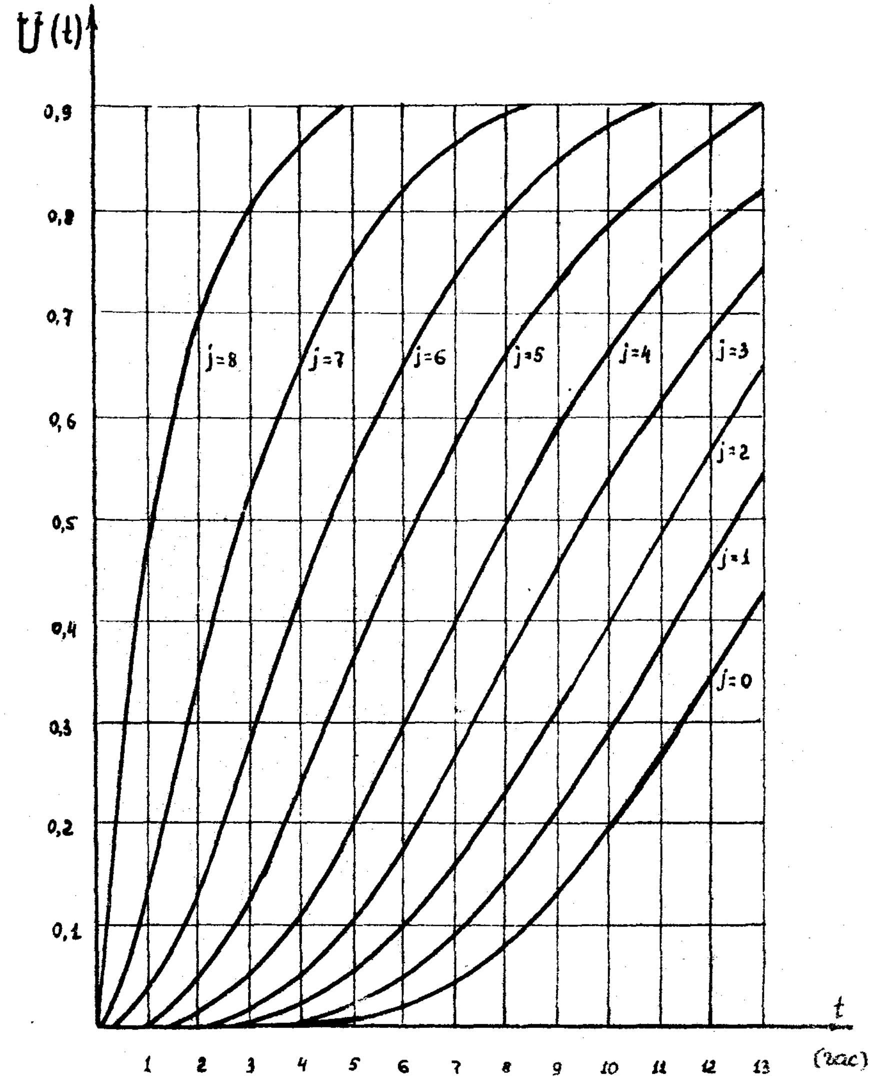
U(t)
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
t
(час)
j=8
j=7
j=6
j=5
j=4
j=3
j=2
j=1
j=0

Рис.7

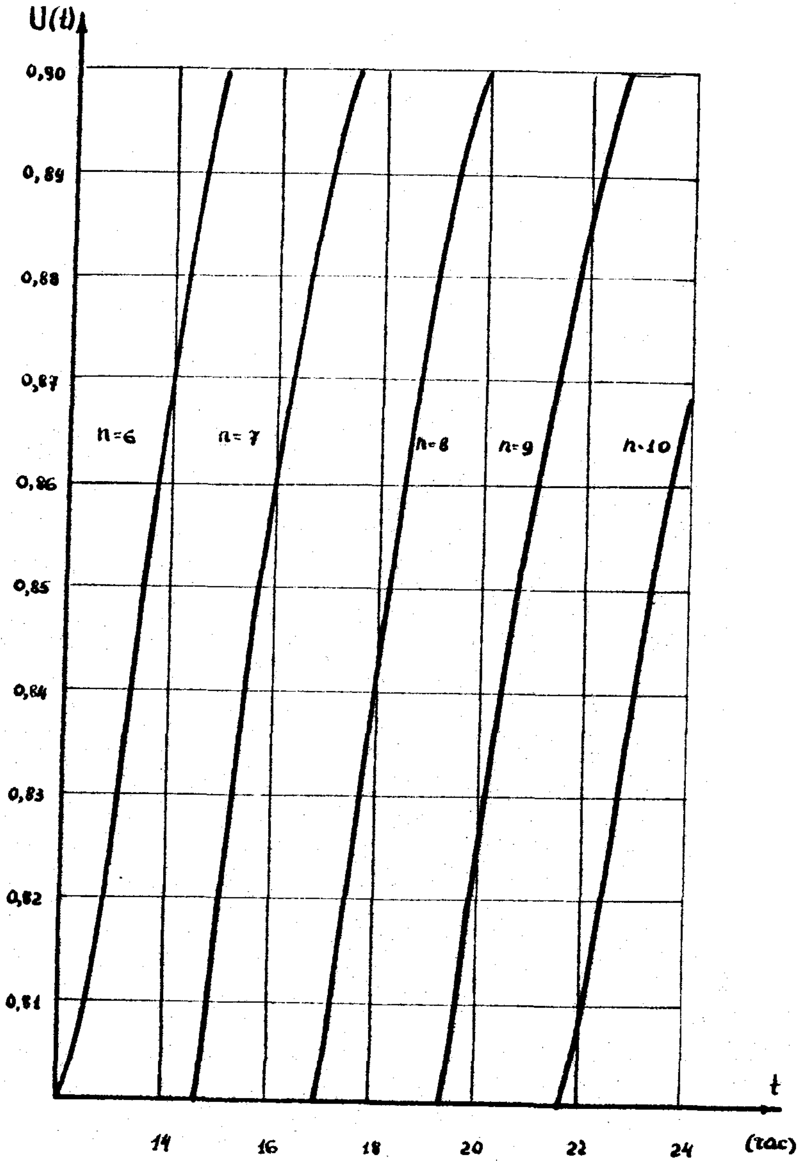
U(t)
0,90
0,89
0,88
0,87
0,86
0,85
0,84
0,83
0,82
0,81
n=6
n=7
n=8
n=9
n=10
t
14
16
18
20
22
24
(час)

Рис.8

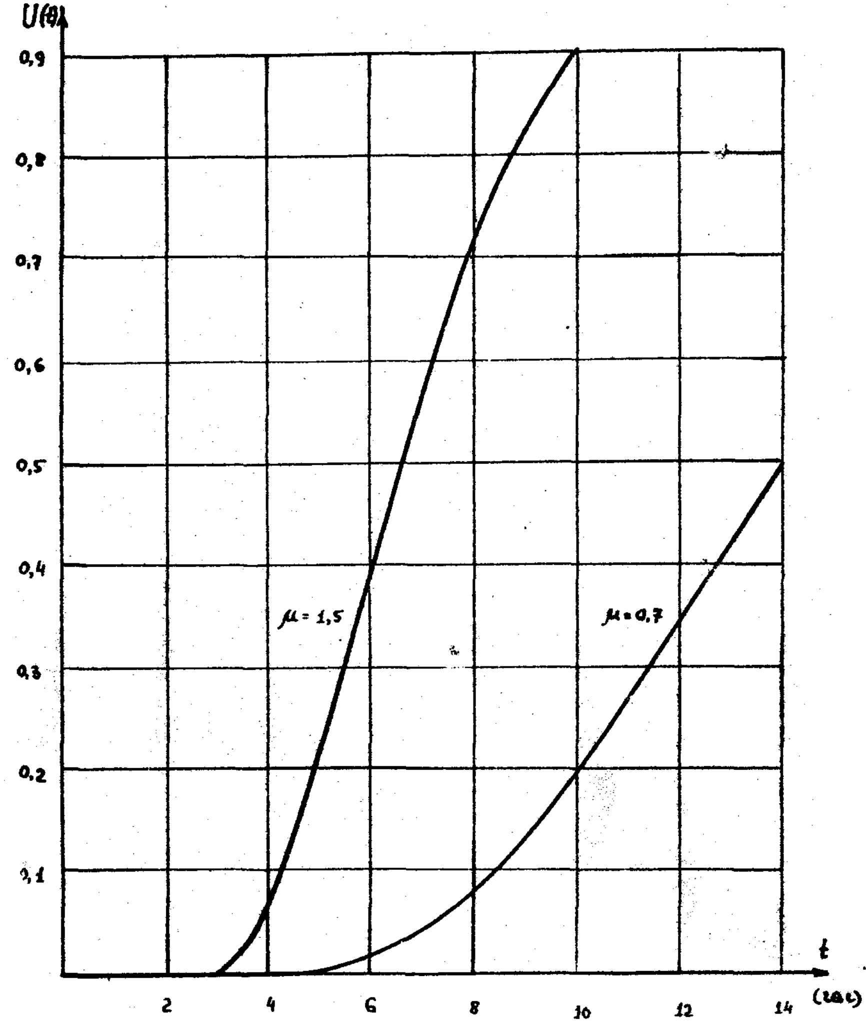
U(t)
0,9
0,8
0,7
0,6
0,5
0,4
0,3
0,2
0,1
μ = 1,5
μ = 0,7
t
2
4
6
8
10
12
14
(час)

Рис.9

$N = 100$, $n = 94$, $\lambda = 0{,}024$ I/час, $\mu = 0{,}7$ I/час, $j = 0$.

На рис. 6 изображена функция $R(t)$ для $N = 100$, $n = 94$, $\lambda = 0{,}024$ I/час, $\mu = 0{,}7$ I/час, $m = 5$ при условии, что в начальный момент было j отказавших ЭМ, $j = 0, 1, 2, 3, 4, 5$.

На рис. 7 – 9 изображена нестационарная функция восстановимости. На рис. 7 представлена $U(t)$ для $j = 0, 1, 2, \ldots, 8$, $N = 10$, $n = 9$, $m = 1$, $\lambda = 0{,}024$ I/час, $\mu = 0{,}7$ I/час. На рис. 8 показана зависимость $U(t)$ от числа основных машин в системе, здесь $N = 10$, $j = 0$, $m = 1$, $\lambda = 0{,}024$ I/час, $\mu = 0{,}7$ I/час.

На рис. 9 показана зависимость $U(t)$ от интенсивности восстановлений при условии, что в системе $N = 10$, $m = 1$, $n = 9$, $j = 0$, $\lambda = 0{,}024$ I/час.

Выводы

Для того, чтобы надежность системы, состоящей из I00 ЭМ и имеющей одно восстанавливающее устройство с интенсивностью восстановлений 0,7 I/час при условии, что в начальный момент все ЭМ исправны, была достаточно высокой, желательно, чтобы интенсивность отказов ЭМ была не более 0,00I I/час. В противном случае зависимость надежности от числа основных машин в системе значительно повышается. Хотя надежность и остается достаточно высокой, тем не менее при дальнейшем увеличении интенсивности отказов надежность системы резко падает.

Кроме того, дальнейшее увеличение числа восстанавливающих устройств повышает надежность системы несущественно (рис.5), поэтому более целесообразно иметь одно восстанавливающее устройство с большей интенсивностью восстановления (рис. 9).

Функция надежности УВС будет резко падать, если в начальный момент все ЭМ, составляющие структурную избыточность, неисправны; необходимо иметь некоторый запас (рис. 6), но функция восстановимости увеличивается равномерно с ростом числа исправных машин в системе (рис. 7).

Функция надежности сильно зависит от числа основных машин в системе лишь только в том случае, когда λ велико (рис. I-3), при малых же λ, например $\lambda = 0{,}001$ I/час (рис. 4), брать число основных машин в системе менее 98% не имеет смысла. Функция восстановимости при изменении числа основных ЭМ практически меняется на одну и ту же величину (рис. 8).

Таким образом, однородные УВС высокой производительности и высокой надежности могут быть построены на существующей физико-технологической базе.

Приложение

Приведем программу для расчета нестационарной функции надежности, записанную на АЛГОЛе [8]. По этой программе можно рассчитать надежность любой однородной системы на начальном периоде ее функционирования. Для этого необходимо задать следующие значения:

1. N – число ЭМ в системе;
2. n – число основных ЭМ в системе;
3. m – число восстанавливающих устройств;
4. λ – интенсивность отказов в ЭМ;
5. μ – интенсивность восстановлений;
6. j – число исправных ЭМ в системе при $t = 0$;
7. ε – степень точности счета корней $\Delta_k(S)$;
8. ω – степень приближения $R(t)$ к нулю;
9. τ – начальное время;
10. Δ – шаг изменения времени.

На печать выдаются значения:

$\tau, R(\tau); \tau+\Delta, R(\tau+\Delta); \ldots; t, R(t)$,

где t – время, начиная с которого $R(t) \le \omega$.

```
begin integer N, n, m, k,i,j,r; reall λ ,μ , c1,c2,∑ ,S, φ1,
                φ2, f, a, b, x, d, ε ,ρ ,t,τ , Δ , R,ω ;
ВВОД (N, n, m, λ ,μ ,j, ε ,ω , τ , Δ );
begin reall array P1 [0: N-n-1] , P2 [0: N-n] , P3 [0: N-n+1],
        α[0: N-n+1] , β[1: N-n+1] , J [0: j] , G [1: N-n+1] ;
k:= 0; P2 [0]:= P1 [0] := P3 [0] := 1; P2[1]:= P3[1]:= N × λ ;
for i:= 2 step 1 until (N-n+1) do P3[i]:= 0; ∑:= -N × λ ;
α[0]:= 0; α[1]:= - N × λ ; for i:= 1 step 1 until (N-n+1) do
G[i]:= 1; H: k:= k+1; if j = k then for i:= 0 step 1 until j do
J[i]:= P2[i]; if k < m then c1:= λ × k × (N-k+1) × μ else
c1:= (N-k+1) × λ × m × μ ; if k < m then c2:= (N-k) × λ + k × μ
else c2:= (N-k) × λ + m × μ ; for i:= 0 step 1 until k do P3 [i+1]:=
P3[i+1] + c2 × P2[i] ; for i:= 0 step 1 until (k-1) do P3[i+2]:=
P3[i+2] - c1 × P1[i] ; if k < m then ∑ := ∑ . (N-k) × λ - k × μ
else ∑ := ∑ - (N-k) × λ - m × μ ; S:= 0; φ1:= P3[k+1] ; for
i:= 0 step 1 until (k-1) do begin a:= α[i] ; b:= α[i+1] ;
```

```
φ 2:= P3 [0] ; for r:= 1  step 1 until (k+1) do  φ 2:=φ2 × b +
P3[r];  d:= φ2;   D: x:= (a+b)/2;  f:= P3[0];  for r:=1  step
1 until (k+1) do f:= f× x + P3 [r];  if abs (f)⩽ ε  then begin
  [i + 1]:= x;  S:= S + x;  φ1:= d end else if sign (φ1)  =
sign(f) then begin  a:= x;  φ1:= f;  go to D end else begin
b:= x;  φ 2:= f;  go to D end  end;  β[k + 1]  := Σ - S;  for
i:= 1 step 1 until (k+1) do α [i]:=β  [ i];  if k < N-n   then
begin for i:= 0 step 1 until k do P1[i]:= P2[i];  for i:= 0
step 1 until (k+1) do P2[i]:= P3[i];  go to H end; for i:= 0
step 1 until (N-n) do P3[i]:= P3[i] × (N-n+1-i);  for r:= 1
step 1 until (N-n+1) do begin x:= α[ r]; f:= P3[0];  for i:= 1
step 1 until (N-n) do f:= f × x + P3[i]; β[r]:= f  end;  if
j > 0 then for r:= 1 step 1 until (N-n+1) do begin x:=α[r];
f:= J[0];  for i:= 1 step 1 until j do f:= f × x + J[i]; G[r]:=
f end; ρ := 1; for i:= 0 step 1 until (N-j-n) do ρ :=ρ×λ× (N-
j-i); t:=τ  ;  T: R:= 0; for i:= 1 step 1 until (N-n+1) do R:=
R + exp(α[i] × t)/α[ i] × G[i] /β[ i]; R:= R ×ρ  ;вывод (t,R);
if abs(R)>ω  then begin t:= t +Δ  ; go to T end end end
```

Литература

1. Э.В. ЕВРЕИНОВ, Ю.Г. КОСАРЕВ. Однородные универсальные вычислительные системы высокой производительности. Новосибирск, Изд-во "Наука", Сибирское отделение, 1966.
2. В.Г. ХОРОШЕВСКИЙ. Некоторые вопросы надежности однородных универсальных вычислительных систем. - Вычислительные системы, Новосибирск, Изд-во "Наука", Сибирское отделение, 1966, вып.23, стр. 69-89.
3. Б.В. ГНЕДЕНКО, Ю.К. БЕЛЯЕВ, А.Д. СОЛОВЬЕВ. Математические методы в теории надежности. М., Изд-во "Наука",1965.
4. А.Я. ХИНЧИН. Работы по математической теории массового обслуживания. М., Физматгиз, 1963.
5. Г. СЕГЁ. Ортогональные многочлены. М., Физматгиз, 1962.
6. Б.П. ДЕМИДОВИЧ, И.А. МАРОН. Основы вычислительной математики. М., Изд-во "Наука", 1966.
7. Э.В. ЕВРЕИНОВ, Г.П. ЛОПАТО. Универсальная вычислительная система "Минск-222". - Вычислительные системы, Новосибирск, Изд-во "Наука", Сибирское отделение, 1966, вып. 23, стр. 13-20.
8. С.С. ЛАВРОВ. Универсальный язык программирования. М., Физматгиз, 1967.

Поступила в редакцию
10.I. 1969 г.