ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ
1969 г. Выпуск 36

УДК 62-5:007:621.391:519.2

ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУР ИЕРАРХИЧЕСКИХ РАСПОЗНАЮЩИХ АВТОМАТОВ

Г.Я. Волошин

Интерес к иерархическим (многоуровневым) распознающим автоматам в настоящее время достаточно широк. Исследователи ясно отдают себе отчет в том, что при строгом подходе иерархические автоматы нельзя оптимизировать отдельно по уровням, так как упрощение одних уровней может привести к усложнению других [I]. Поэтому необходимо рассматривать автомат в целом, пользуясь обобщенным критерием для оценки его сложности.

Критерий оптимизации

В качестве оптимизации структуры иерархического распознающего автомата наиболее целесообразно использовать его стоимость, которая определяется, в основном, следующими факторами:

- размером и конструкцией поля рецепторов,
- типом решающих правил (сложностью классификатора),
- конструкцией исполнительных органов (эффекторов),
- стоимостью ожидаемых потерь.

В результате мы можем записать выражение для вычисления общей стоимости C распознающего автомата

$$C = C_{рец} + C_{кл} + C_{эфф} + C_{п} \qquad (I)$$

где $C_{рец}$ - стоимость поля рецепторов;
$C_{кл}$ - стоимость классификатора;
$C_{эфф}$ - стоимость эффектора;
$C_{п}$ - стоимость потерь.

Разумеется, мы предполагаем, что все компоненты в [I] измерены в одной и той же системе единиц.

При обосновании целесообразности введения промежуточных ступеней распознавания мы будем сравнивать стоимости C^1 одноуровневого и C^{τ} иерархического (τ - уровневого) распознающих автоматов, предназначенных для решения одной и той же задачи. В связи с этим стоимостью эффектора можно пренебречь, так как она одинакова в общих типах автоматов. Кроме того, мы будем полагать, что $C_n^1 \approx C_n^{\tau}$ *), поскольку снятие этого ограничения приводит к специфическим задачам, не входящим в рамки данной работы и рассмотренных отдельно [2].

В итоге нас будет интересовать величина

$$\Delta C = C^{\tau} - C^1 = (C^{\tau}_{реш} - C^1_{реш}) + (C^{\tau}_{кл} - C^1_{кл}),$$

где $C^{\tau}_{кл}$ - суммарная стоимость классификаторов всех ступеней.

Введение промежуточных ступеней распознавания (иерархизация) целесообразно лишь в тех случаях, когда $\Delta C < 0$. В дальнейшем мы сосредоточим свое внимание на $\Delta C_{кл}$. Что же касается $\Delta C_{реш}$, то здесь мы ограничимся лишь самыми общими замечаниями.

Вообще говоря, в стоимость классификатора необходимо включать затраты на элементы памяти, предназначенные для хранения решающих правил и распознаваемых реализаций, а также стоимость времени τ принятия решения. Чтобы не усложнять анализ, мы не будем обсуждать вопрос о соотношении объема памяти и времени счета, а в стоимость классификатора включим лишь затраты на элементы памяти, полагая, что τ не лимитировано.

Одноступенный распознающий автомат

Оценим стоимость классификатора одноступенного (элементарного) распознающего автомата. Пусть X_1 - исходное признаковое пространство размерности L_o, K_o - число распознаваемых оконечных образов S_o. И пусть пространство X_1 разбито по каждой из осей на t_i градаций. Тогда общее число ячеек в X_1 будет равно

$$H_o = \prod_{i=1}^{n_o} t_i$$

Назовем избыточностью описания величину $\theta = 1 - Q_o$,

*) Вполне понятно, что с практической точки зрения не имеет смысла уделять внимание случаям, когда $C_n + C_{эфф} \gg C_{реш} + C_{кл}$, ибо здесь иерархизация ничего не даёт.

где $Q_o = \frac{K_o}{H_o}$

Очевидно ограничение $0 \leqslant Q_o \leqslant 1$.

Предположим, что относительная сложность описания всех образов из S_o (или, что то же самое, сложность решающих правил) одинакова и равна V_o. Под относительной сложность здесь понимается количество чисел, описывающих один образ, в пересчете на одну ось пространства. Эталоны образов (решающие правила) хранятся в долговременной памяти, стоимость одного элемента которой обозначим через C_∂. Реализация, подлежащая распознаванию, хранится в оперативной памяти, у которой стоимость одного элемента равна C_{on}.

Общая стоимость классификатора определяется выражением *)

$$C^1_{кл} = C_\partial V_o K_o \sum_{i=1}^{n_o} \log_\lambda t_i + C_{on} \sum_{i=1}^{n_o} \log_\lambda t_i =$$
$$= (C_\partial V_o K_o + C_{on}) \log_\lambda \prod_{i=1}^{n_o} t_i = (C_\partial V_o K_o + C_{on}) \log_\lambda \frac{K_o}{Q_o}, \qquad (2)$$

где λ - число устойчивых состояний элемента памяти (предполагается одинаковым для оперативной и долговременной памяти).

Иерархический распознающий автомат

I. Формальная модель

Прежде чем приступить к построению формальной модели, рассмотрим один пример.

Пусть перед автоматом стоит задача распознавания напечатанных слов. Можно сконструировать автомат так, что он будет принимать решение о слове в целом по показаниям рецепторов, покрывающих всю поверхность, на которой напечатано слово. Это будет

*) Пользуясь величиной $\log_\lambda t_i$, а не ближним к ней сверху целым числом, мы получаем нижнюю оценку $C_{кл}$. Верхнюю оценку нетрудно получить, подставив в [2] вместо $\log_\lambda t_i$ величину ($\log_\lambda t_i + 1$). Дальнейшие выкладки будем проводить лишь для нижней оценки, чтобы исследовать максимально возможный эффект от иерархизации.

одноступенный автомат. Можно пойти другим путем – разбить всю исходную поверхность на участки, в которых помещается по одной букве, распознавать на этих участках буквы, а затем по последовательности букв – слова. Это – автомат с одной промежуточной ступенью распознавания. Можно ввести и ещё одну ступень, принимая на первом уровне решения о геометрических фигурах, по которым затем распознавать буквы, а по последним – слова.

При этом исходная поверхность оказывается разбитой на ещё более мелкие участки для принятия первичных решений.

Приведенный пример наглядно иллюстрирует дальнейшие формальные построения [3]. Пусть мы имеем исходное признаковое пространство X_1, необходимое и достаточное для распознавания оконечных образов S_0 с надежность P_1. Введем промежуточную ступень распознавания следующим образом: разобъем X_1 на n_1 несовпадающих (в общем случае пересекающихся) подпространств и в каждом из них будем принимать решения о принадлежности реализаций к образам S_{1i} $(i = 1, 2, \ldots, n_1)$, составляющим промежуточный алфавит первой ступени. Набор решений первой ступени распознавания является признаковым пространством, в котором работает вторая ступень. С этим пространством мы можем поступить так же, как и с исходным – разбить его на несовпадающие подпространства для принятия в них вторых промежуточных решений и т. д. Следует отметить, что для работы j-й $(j \neq 1)$ ступени распознавания $(j-1)$-я ступень должна выдать не менее двух решений, ибо в противном случае j-я ступень будет простым ретранслятором решений $(j-1)$-й ступени и надобность в ней, как в распознающем устройстве, отпадает.

Последний уровень распознавания вступает в действие после того, как первый покроет все пространство X_1.

Структурная классификация

Будем изображать распознающие автоматы в виде ориентированных конечных графов (рис. I).

Вершина графа представляет собой элементарный распознающий автомат. Входящие дуги – параметры, по которым производится распознавание. Выходящие дуги – решения, принятые элементарными автоматами.

Множество вершин графа разбито на слои (иерархические ступени). Нулевой слой – рецепторы (исходные измерительные прибо-

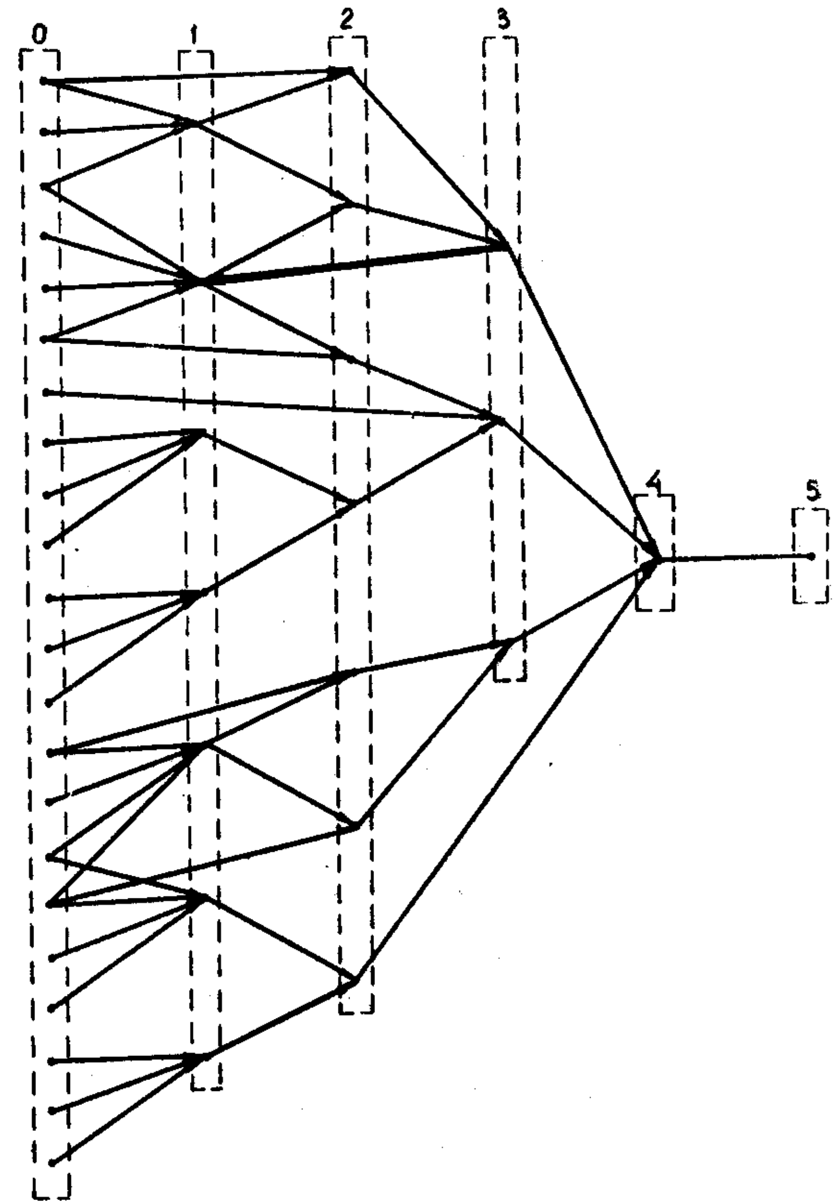

Рис. 1. Ориентированный граф, изображающий иерархический распознающий автомат.

ры) – вершины, не имеющие входящих дуг. Последний слой – вершина, не имеющая выходящих дуг. Это – эффектор (исполнительный орган). Две вершины, непосредственно соединенные дугами, будем называть смежными.

Каждой дуге, выходящей из вершины нулевого слоя, припишем длину, равную количеству градаций данного параметра. Дугам, выходящим из вершин m -го слоя ($m > 0$), припишем длины, равные количеству образов, распознаваемых автоматами – вершинами, из которых эти дуги выходят. Вполне понятно, что из одной вершины могут выходить дуги только одинаковой длины.

Схема, представленная на рис. I, является параллельной в том смысле, что в каждом подпространстве функционирует свой распознающий автомат.

Можно построить последовательную схему, оставив на каждой иерархической ступени по одному распознающему автомату и подключая его поочередно ко всем подпространствам данной ступени (скользящее распознавание), возможен и смешанный (последовательно-параллельный) вариант.

Это – классификация иерархических распознающих автоматов по способу принятия решений. По типу алфавита распознаваемых образов иерархические автоматы делятся на три группы:

- с одинаковыми алфавитами в подпространствах на m-м иерархическом уровне (m = I,I,3,...);
- с различными алфавитами;
- смешанный вариант.

Одинаковыми алфавитами мы называем такие, которые равны по количеству, распознаются по одинаковым решающим правилам в подпространствах равной размерности и с одинаковым количеством градаций по соответствующим осям. Физическая же природа параметров и самих образов может быть различной.

По взаимному расположению подпространств возможны следующие типы автоматов:

- с непересекающимися подпространствами (из любой вершины графа выходят не более одной дуги),
- с пересекающимися подпространствами (в графе имеются вершины, из которых выходят две или более дуг).

Последний вариант делится в свою очередь на два:

- пересекаются подпространства элементарных автоматов, расположенных на различных иерархических ступенях (выходящие из одной вершины дуги могут оканчиваться в в...ах, принадлежащих разным слоям);
- пересекаются подпространства элементарных автоматов одного слоя (выходящие из одной вершины могут оканчиваться только в вершинах ондого и того же слоя).

И, наконец, по степени иерархизации можно различать:

- пирамидальные автоматы (для любой дуги графа выполняется условие: если начало её находится в m -м слое, то конец – в ($m+1$)-м;
- автоматы без обратных связей (для любой дуги графа выполняется условие: если начало её находится в m-м слое, то конец – в ($m+i$)-м, где i = I,2,... ;
- автоматы с обратными связями (ограничений на номера слоев начала и конца дуги не накладывается).

Можно предложить и другие признаки для классификации иерархических распознающих автоматов. В частности:

- автоматы с жестко заданными подпространствами (например, некоторые случаи побуквенного распознавания печатных слов);
- автоматы с адаптивно выбираемыми подпространствами (например, пофонемное распознавание устных слов).

Однако мы ограничимся лишь признаками, существенно влияющими на структуру автомата.*)

Очевидно, один и тот же иерархический распознающий автомат можно структурно упорядочить (по слоям) различными способами. Чтобы избежать этого, предлагается следующий алгоритм упорядочения.

- В нулевой слой включаются все вершины, не имеющие входящих дуг.
- В первый слой включаются все вершины, смежные только с вершинами нулевого и первого слоев.
- В m-й слой включаются все вершины, смежные только с вершинами ($m-1$)-го, ($m-2$)-го и т.д. слоев. Процедура продолжается до тех пор, пока не будут исчерпаны все вершины графа.

Те графы, которые допускают решение по алгоритму упорядочения, будем называть графами (автоматами) без обратных связей.

*) Здесь мы сталкиваемся с субъективно решаемой задачей таксономии иерархических распознающих автоматов. Как и в любой задаче таксономии, здесь весьма существенную роль играют признаки, которые мы выбрали в качестве основы для классификации. В настоящей работе выбор признаков обусловлен рассмотренной выше формальной моделью иерархического распознающего автомата.

конструктивного алгоритма, пригодного для упорядочения структуры автоматов с обратными связями, к настоящему времени найти не удалось.

Из предложенного алгоритма упорядочения вытекают очевидно следствия.

СЛЕДСТВИЕ I. В одном слое не могут находиться смежные вершины.

СЛЕДСТВИЕ 2. Граф с контурами не имеет решения по алгоритму упорядочения.

ТЕОРЕМА I. Иерархические распознающие автоматы обладают обратными связями в том и только в том случае, если изображающие их графы имеют контуры.

Из следствия 2 известно, что при наличии контуров граф не упорядочивается. Остается доказать, что при отсутствии контуров решение по алгоритму упорядочения имеется. Поскольку граф не имеет контуров, то на любом его пути определено отношение строгого следования вершин. А если это так, то найдется хотя бы одна вершина, следующая только за вершинами нулевого слоя . По этой же причине найдется хотя бы одна вершина для второго слоя и т.д.

Так как граф конечен, то мы исчерпаем все его вершины за конечное число шагов. Теорема доказана.

На рис. 2а приведено изображение автомата с обратной связью. Изображение на рис. 2б не имеет обратной связи и после структурного упорядочения переходит в граф, представленный на рис.2в

Чтобы в дальнейшем не оговаривать длинной фразой тип рассматриваемых автоматов, мы присвоим им шифры в соответствии со следующей классификационной таблицей:

I	I	I	I
2	2	2	2
3	3	3	3

Любой конкретный иерархический распознающий автомат можно описать структурно, взяв по одной цифре из каждого столбца .

Первый столбец: I) Автомат с обратными связями.

2) Автомат без обратных связей.

3) Пирамидальный автомат.

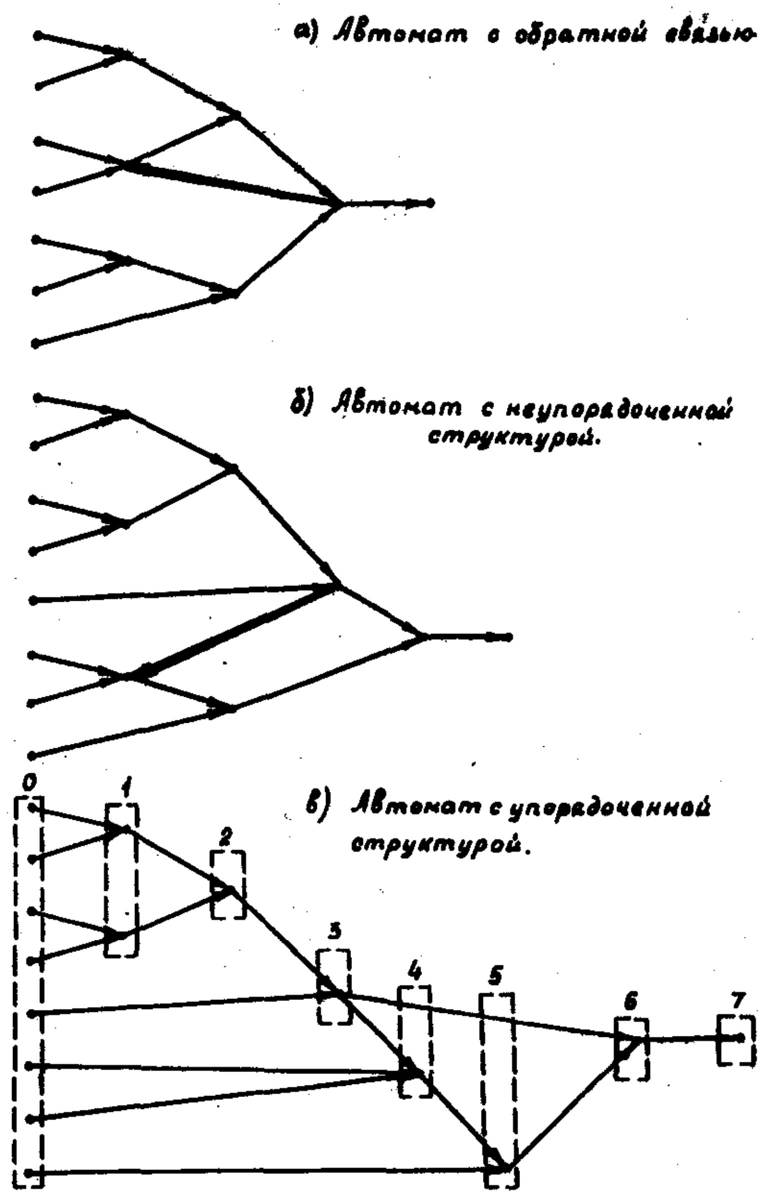

Рис. 2. Типы иерархических распознающих автоматов.

Второй столбец: I) Смешанные алфавиты в подпространствах.
2) Различные алфавиты.
3) Одинаковые алфавиты.

Третий столбец: I) Пересекающиеся подпространства любых элементарных распознающих автоматов.
2) Пересекающиеся подпространства автоматов одной и той же иерархической ступени.
3) Непересекающиеся подпространства.

Четвертый столбец: I) Комбинированное (последовательно- параллельное) распознавание по подпространствам.
2) Параллельное распознавание.
3) Последовательное распознавание.

Очевидно, в автомат IIII входят как частный случай все остальные 80 типов автоматов.

Вполне понятно, что тип 3333 - самый простой, а потому он является целью, к которой мы должны стремиться при конструировании иерархических распознающих автоматов. В настоящей работе мы ограничимся детальным рассмотрением только этой "цели" и ближайшей её "окрестности", а именно:

3	3	3	$\frac{2}{3}$

3. Избыточность описания в иерархических распознающих автоматах

Вершину графа, соответствующую эффектору, будем называть наибольшим элементом (см. [4]).

Обозначим через σ_j количество дуг, выходящих из j -й вершины. Произведение $B = \prod_{j=1}^{M} \ell_j^{\sigma_j - 1}$,где M - количество вершин графа без наибольшего элемента, будем называть общим коэффициентом пересечения подпространств иерархического распознающего автомата.

Справедлива следующая

ТЕОРЕМА П. *Если одноступенный и иерархический распознающие автоматы решают одну и ту же задачу, то коэффициент избыточности описания в одноступенном автомате равен общему коэффициенту пересечения подпространств, умноженному на произведение коэффициентов избыточности описания во всех элементарных автоматах, входящих в иерархический распознающий автомат, то есть*

$$Q_o = B \prod_{p=1}^{K_\varepsilon} Q_p$$

где K_ε - *суммарное количество вершин нулевого слоя* (эффектора и рецепторов).

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО.

$$K_o = Q_T \prod_{j_1=1}^{n_T} \ell_{j_1}^{вх} ,$$

где индекс T обозначает последнюю ступень распознавания (вершину, предшествующую наибольшему элементу),

n_T - количество входящих дуг,

$\ell_{j_1}^{вх}$ - длина j_1 -й входящей дуги.

Но поскольку любая входящая дуга выходит из другой вершины, то

$$\ell_{j_1}^{вх} = Q_{j_1} \prod_{j_2=1}^{n_{j_1}} \ell_{j_1 j_2}^{вх} ,$$

где $\ell_{j_1 j_2}^{вх} = Q_{j_1 j_2} \prod_{j_3=1}^{n_{j_1 j_2}} \ell_{j_1 j_2 j_3}^{вх}$ и т.д.

Выполнив все подстановки, мы, очевидно, получим

$$K_o = \prod_{p=1}^{K_\varepsilon} Q_p \ell_p^{\sigma_p - 1} \cdot \prod_{i=1}^{n_o} t_i^{\theta_i} = H_o B \prod_{p=1}^{K_\varepsilon} Q_p$$

Но для одноступенного автомата $K_o = Q_o H_o$, поэтому

$$Q_o = B \prod_{p=1}^{K_\varepsilon} Q_p ,$$

что и требовалось доказать.

4. Автомат типа 3332

Поскольку в рассматриваемом автомате распознавание параллельное, то

$$C^1_{рец} = C^T_{рец} \quad и \quad \Delta C = C^T_{кл} - C^1_{кл}$$

На m -й ступени в j -м подпространстве стоимость $C_{кл\,mj}$ определяется (по аналогии с выражением (2))

$$C_{кл\,mj} = (C_д V_{mj} K_{mj} + C_{оп}) \log_\lambda \frac{K_{mj}}{Q_{mj}}$$

Здесь, как и ранее, принято естественное предположение об однотипности ячеек памяти (одинаковые λ , $C_д$ и $C_{оп}$ для всех m и j).

При параллельном распознавании для T ступеней

$$C^T_{кл} = \sum_{m=1}^{T} C_{кл\,m} = \sum_{m=1}^{T-1} \sum_{j=1}^{n_m} (C_д V_{mj} K_{mj} + C_{оп}) \log_\lambda \frac{K_{mj}}{Q_{mj}} + (C_д V_T K_0 + C_{оп}) \log \frac{K_0}{Q_T} ,$$

где нижний индекс T обозначает последнюю ступень распознавания; n_m - количество подпространств на m - ступени. Очевидно, что $n_T = 1$. Выделение T -го слагаемого нам потребовалось потому, что в него входит K_0 (число оконечных образов) - величина, которая задана условиями задачи и которую мы не можем изменять.

При одинаковых алфавитах в подпространствах:

$$K_{mj} = K_m , \; Q_{mj} = q_m , \; V_{mj} = V_m \; (j = 1, 2, \ldots, n_m) \quad и$$

$$C^T_{кл} = \sum_{m=1}^{T-1} (C_д V_m K_m + C_{оп}) n_m \log_\lambda \frac{K_m}{q_m} + (C_д V_T K_0 + C_{оп}) \log_\lambda \frac{K_0}{Q_T} \qquad (3)$$

Введем обозначение $Q_m = \prod_{j=1}^{n_m} Q_{mj}$, где Q_m - коэффициент общей избыточности описания на m -й ступени распознавания.

Для пирамидального автомата $Q_m = q_m^{n_m}$ и $B = 1$. Поэтому (в соответствии с теоремой П) $Q_0 = \prod_{m=1}^{T} Q_m$

Так как $K_m = q_m K_{m-1}$, то $Q_m \frac{K_m^{n_m}}{K_{m-1}^{n_{m-1}}}$

и $$L_m \log_\lambda \frac{K_m}{q_m} = \log_\lambda \frac{K_0}{\prod_{i=m} Q_i} \qquad (4)$$

Легко видеть, что при увеличении m от I до T выражение (4) не возрастает и остается в пределах от $\log_\lambda \frac{K_0}{Q_0}$ до $\log_\lambda \frac{K_0}{Q_T}$. Верхний предел мы изменять не можем, потому что в него входят только заданные величины. Нижний же

предел можно уменьшать увеличением Q_T , а остальные $Q_i \; (i = 1, 2, \ldots, T-1)$ выбрать таким способом, чтобы (4) как можно быстрее достигла своего минимального значения. Таким образом, в иерархических распознающих автоматах целесообразно максимум избыточности сосредоточить на самой нижней ступени распознавания. Из (2), (3) и (4) получаем

$$\Delta C = C^T_{кл} - C^1_{кл} = \log_\lambda \frac{\left[\frac{K_0}{Q_T}\right]^{(C_д V_T K_0 + C_{оп})}}{\left[\frac{K_0}{Q_0}\right]^{C_д (V_0 K_0 - V_1 K_1)}} \prod_{m=2}^{T-1} \cdot \left[\frac{K_0}{\prod_{i=m}^{T} Q_i}\right]^{(C_д V_m K_m + C_{оп})} \qquad (5)$$

Из (5) видно, что нам необходимо минимизировать n_1 (несмотря на то, что при этом увеличивается количество элементарных распознающих автоматов на первой ступени) и

$$\prod_{m=2}^{T-1} \left[\frac{K_0}{\prod_{i=m}^{T} Q_i}\right]^{(C_д V_m K_m + C_{оп})} = \rho_m$$

Легко видеть, что при $T \geq 2$ $\rho_m \geq 1$, причем $\rho_m = 1$ при $T = 2$. Итак, оптимальный вариант иерархического распознающего автомата типа 333 должен иметь две ступени распознавания, два элемента алфавита в подпространствах первой ступени и нулевую избыточность на второй ступени распознавания. Естественно, эти требования являются теоретическим пределом, причем часто принципиально недостижимым, например, при $K_0 \neq 2^q$ (при любом целом $q > 0$).

Обратимся к идеальному случаю: $T = 2, \; Q_2 = 1, \; K_1 = 2$

$$\Delta C = \{C_д [K_0 (V_2 - V_0) + 2 V_1] + C_{оп}\} \log_\lambda K_0 - C_д (V_0 K_0 - 2 V_1) \log_\lambda \frac{1}{Q_0}$$

Выражение (6) определяет максимальный выигрыш в стоимости автомата при иерархизации процедуры распознавания по типу 3332 . Для большей наглядности приведем несколько частных случаев (см. таблицу I, δ_2).

I) При $V_1 = V_2 = V_0 = V$ и при двух распознаваемых образах ($K_0 = 2$) иерархизация нецелесообразна ($\Delta C > 0$). Чем больше K_0 , тем эффективнее иерархизация.

2) При $V_2 \geq V_0$ и при отсутствии избыточности исходного описания ($Q_0 = 1$) иерархизация нецелесообразна ($\Delta C > 0$). Чем больше избыточность, тем эффективнее иерархизация.

Приведем численный пример, иллюстрирующий возможный выигрыш от иерархизации ($V_1 = V_2 = V_0 = 1$ $\lambda = 2$; $C_д = C_{оп} = C$). Пусть нам требуется распознавать 64 фонемы устной речи по восьми последовательным отсчетам значений энергий в I2 частотных поло -

сах (число градаций в каждой из полос – 64). Стоимость классификатора при оптимальной иерархизации оказывается примерно в 20 раз меньше, чем при одноуровневом распознавании.

5. Автомат типа 3333

В автоматах типа 3333 эффект от иерархизации может быть больше, чем в 3332, поскольку в 3333 распознавание скользящее и входная реализация может последовательно (по частям) подаваться на одно и то же поле рецепторов, размер которого равен $\frac{n_0}{n_1}$, где n_0 – число рецепторов в автоматах типа 3332, а n_1 – количество предпространств на первом уровне распознавания.*)

Кроме того, уменьшаются затраты и на классификатор. Мы не будем повторять всех рассуждений предыдущего раздела, а приведем лишь конечный результат.

$$\Delta C = C_{кл}^{T} - C_{кл}^{1} = \left\{C_\partial K_0 (V_2 - V_0) + \frac{2V_1}{n_1} + C_{оп}\right\} \log_\lambda K_0 - C_\partial \left(V_0 K_0 - \frac{2V_1}{n_1}\right) \log_\lambda \frac{1}{Q_0}$$

Некоторые частные случаи приведены в таблице I (δ_3). В отличие от 3332, в 3333 при $V_1 = V_2 = V_0 = V$ и при двух распознаваемых образах иерархизация целесообразна, если

$$Q_0 < 2^{-\frac{2V+n_1}{2V(n_1-1)}}$$

Обсуждение результатов

Полученные выше данные показывают, что в тех случаях, когда велики избыточность исходного описания и количество образов, введение промежуточных ступеней распознавания приводит к весьма существенному сокращению стоимости классификатора распознающего автомата. Причем, чем выше K_0 и $\frac{1}{Q_0}$, тем эффективнее иерархизация.

Теоретическим оптимумом является двухступенный пирамидальный автомат со скользящим распознаванием двух образов в каждом из непересекающихся подпространств и с отсутствием избыточности на второй ступени распознавания. Оптимум не всегда достижим. В частности, K_0 может быть таким, что невозможно обеспе-

*) Вместе с тем необходимо учесть, что потребуются определенные затраты на построение коммутирующих устройств.

Таблица I

Формулы для вычисления максимального выигрыша при иерархизации по типу 3332 (δ_2) и 3333 (δ_3) в некоторых частных случаях

	$C_\partial = C_{оп} = C$	$C_\partial \gg C_{оп}$
$V_1 = V_2 = V_0 = V$	$\delta_2 = \dfrac{(2V+1)\log_\lambda K_0 - V(K_0-2)\log_\lambda \frac{1}{Q_0}}{(VK_0+1)\log_\lambda \frac{K_0}{Q_0}}$	$\delta_2 = \dfrac{2V\log_\lambda K_0 - V(K_0-2)\log_\lambda \frac{1}{Q_0}}{VK_0 \log_\lambda \frac{K_0}{Q_0}}$
	$\delta_3 = \dfrac{(\frac{2V}{n_1}+1)\log_\lambda K_0 - V(K_0-\frac{2}{n_1})\log_\lambda \frac{1}{Q_0}}{(VK_0+1)\log_\lambda \frac{K_0}{Q_0}}$	$\delta_3 = \dfrac{2\frac{V}{n_1}\log_\lambda K_0 - V(K_0-\frac{2}{n_1})\log_\lambda \frac{1}{Q_0}}{VK_0 \log_\lambda \frac{K_0}{Q_0}}$
$V_1 = V_2 = V_0 = 1$	$\delta_2 = \dfrac{3\log_\lambda K_0 - (K_0-2)\log_\lambda \frac{1}{Q_0}}{(K_0+1)\log_\lambda \frac{K_0}{Q_0}}$	$\delta_2 = \dfrac{2\log_\lambda K_0 - (K_0-2)\log_\lambda \frac{1}{Q_0}}{K_0 \log_\lambda \frac{K_0}{Q_0}}$
	$\delta_3 = \dfrac{(\frac{2}{n_1}+1)\log_\lambda K_0 - (K_0-\frac{2}{n_1})\log_\lambda \frac{1}{Q_0}}{(K_0+1)\log_\lambda \frac{K_0}{Q_0}}$	$\delta_3 = \dfrac{\frac{2}{n_1}\log_\lambda K_0 - (K_0-\frac{2}{n_1})\log_\lambda \frac{1}{Q_0}}{K_0 \log_\lambda \frac{K_0}{Q_0}}$

Примечание: $\delta = \frac{\Delta C}{C_{кл}^{1}}$

нить $Q_r = 1$ и целесообразно ввести дополнительные промежуточные ступени.

Кроме того, могут быть наложены ограничения на размерность подпространств, в которых принимаются промежуточные решения. И при этом может оказаться, что целесообразно введение более двух ступеней распознавания. Например, если необходимо распознавать 16 образов в 32-мерном пространстве с 32 градациями по каждой из осей, причем на первом уровне решения могут приниматься не более чем в 4-мерных подпространствах, то оптимальной оказывается трехступенная структура. Она в 5 раз дешевле одноступенной и на 20%- двухступенной

для $V_0 = V_1 = V_2 = V_3 = 1; \quad \lambda = 2; \quad C_э = C_{оп} = C$.

До сих пор мы считали, что исходная размерность столь велика, что не накладывает дополнительных ограничений на структуру распознающего автомата. В ряде случаев это оказывается не так.

Легко видеть, что для автоматов типа 333х выполняется неравенство $\frac{n_0}{2^{r_0}} \leq \frac{n_1}{2^{r_1}} \leq \frac{n_2}{2^{r_2}} \leq \frac{n_3}{2^{r_3}} \leq \dots \leq 1$ и если n достаточно мало, то с ним приходится считаться.

Это приводит к необходимости либо использовать пересекающиеся подпространства, либо распознавать в подпространствах более чем по два образа.

Итак, ясно, что для каждой конкретной задачи распознавания имеется своя оптимальная структура распознающего автомата. В настоящей же работе изучен лишь предел оптимизации, к которому нужно стремиться при разработке распознающих автоматов и алгоритмов.

Литература

1. Н.Г. ЗАГОРУЙКО. Современное состояние проблемы распознавания образов. – Вычислительные системы, Новосибирск, Изд. "Наука" Сибирское отд., 1967, вып. № 28, стр. 3-20.
2. Г.Я. ВОЛОШИН. О решающих правилах в иерархических распознающих автоматах. – Данный сборник, стр. .
3. Г.Я. ВОЛОШИН. Модель иерархического распознающего автомата и её свойства. – Конференция по теории автоматов и искусственному мышлению. Аннотации к докладам, Ташкент, 1968.
4. К. БЕРЖ. Теория графов и её применения. ИЛ, М., 1962.

Поступила в редакцию
8.I.1969г.