

УДК 681.142.003

ОБ ЭКОНОМИЧНОСТИ ОДНОРОДНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ  
 И ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ МАШИН

Л.С. Шум

Сопоставляются экономичности однородных вычислительных систем (ОВС) [1] и вычислительных машин (ВМ) для различных диапазонов производительности и условий. Исходными берутся зависимости стоимости и производительности ВМ, выраженные технологическими кривыми [2,3,4].

В работе [2] определено аналитическое выражение части технологической кривой в области производительности  $\pi_1 < \pi < \pi_2$

$$\pi = (\kappa C)^{\alpha}, \quad (1)$$

где константы  $\alpha \geq 2$  и  $\kappa$  определяют конкретную технологическую кривую;  $\pi$  - производительность, опер/сек; стоимость  $C = \frac{C'}{\pi_M}$ , здесь  $C'$  - полная сумма затрат на разработку, изготовление и эксплуатацию за время морального износа  $T_M$  [4]. Указанный диапазон производительности для разных кривых простирается от  $\pi_1$  (единицы опер/сек) до  $\pi_2$  ( $10^3$  -  $10^7$  опер/сек). Совершенствование технологии увеличивает  $\pi_2$ .

Пусть  $D = \frac{\pi}{C}$  - экономичность вычислительного средства, цена на эффективного быстродействия по Глушкову [5]. В указанном диапазоне для ВМ на основании (1) она равна

$$D = k\pi^{1-\alpha} > 0,$$

$$\frac{dD_{BM}}{d\pi} = (1-\frac{1}{\alpha})k\pi^{-\frac{1}{\alpha}} > 0 \text{ и } \frac{dD_{BM}^2}{d^2\pi} = -\frac{1}{\alpha}(1-\frac{1}{\alpha})k\pi^{-\frac{1}{\alpha}-1} < 0.$$

Исходя из характера технологической кривой, можно определить, что в некоторой точке  $\pi_3$  экономичность достигает своего максимального значения  $D_3$ , то есть  $\frac{dD_3}{d\pi} = 0$ . Для  $\pi > \pi_3$   $D_{BM} < D_3$  и  $\frac{dD_{BM}}{d\pi} < 0$ .

Экстраполяция рассмотренных зависимостей на будущую технологию связана с определенным риском.

Рассмотрим ОВС из  $N$  элементарных машин (ЭМ).

Любую ВМ можно использовать в качестве ЭМ системы, производя дополнительные затраты  $\Delta C$ . Следовательно, стоимость ОВС

$$C_{OBC} = N(C_{BM} + \Delta C) = NC_{EM}.$$

Рассматривая ОВС как ВМ, у которой объем оперативной памяти и скорость обмена по каналам связи с внешними устройствами в  $N$  раз больше, а время выполнения каждой операции процессором в  $N$  раз меньше, чем у ЭМ, и, используя методику работы [2] для определения производительности, получим

$$\frac{\pi_{OBC}}{\pi_{EM}} < N^{i+1}, \quad (2)$$

где  $i \leq 0,5$  зависит от вида обработки информации на ВМ.

Естественно, самой методике свойственны некоторые ограничения [6], что снижает общность рассмотрения.

Из (2) для ОВС

$$D_{OBC} = \frac{\pi_{OBC}}{C_{OBC}} < \frac{N^{i+1}\pi_{EM}}{NC_{EM}} = N^i D_{EM}.$$

Для ВМ, стоимость которой  $C_{BM} = NC_{EM}$ ,

$$\pi_{BM} = (kNC_{EM})^\alpha, \quad D_{BM} = k^\alpha (NC_{EM})^{\alpha-1}.$$

Беря в качестве верхней оценки  $\bar{D}_{OBC} = N^i D_{EM}$  и сравнивая

ее значение с  $D_{BM}$ , получим:

$$\frac{\bar{D}_{OBC}}{D_{BM}} = \frac{N^i D_{EM}}{k^\alpha N^{\alpha-1} C_{EM}^{\alpha-1}} = N^{i-\alpha+1} < 1,$$

поскольку  $\alpha > i+1$  ( $\alpha \geq 2$ ), а  $N \neq 1$ .

Это отношение уменьшается с ростом  $\alpha$  и  $N$ . Например, для  $\alpha = 2$  при  $N = 2$  оно составляет  $\sim 0,7$  при  $N = 4 - 0,5$ , а при  $N = 16 -$  уже  $0,25$ .

Однако удовлетворение потребностей в производительности путем построения ОВС ведет к увеличению спроса на ЭМ и расширению их производства. Результатом этого является снижение стоимости ЭМ. Степень  $\ell_m$  её необходимого снижения, когда стоимости ОВС и ВМ одинаковых производительностей равны, может быть оценена для любого фиксированного значения  $N_m$  ЭМ. Из этого числа машин строится ОВС с производительностью  $\pi_m = \pi_{EM} N_m^{i+1}$  при стоимости  $C_{OBC} = N_m C_{EM} / \ell_m$ . Традиционным способом ту же производительность при той же стоимости дает ВМ, для которой  $\pi_m = (k C_{OBC})^\alpha$ . Так как  $\pi_{EM} = (k C_{EM})^\alpha$ , то

$$(k C_{OBC})^\alpha = \pi_{EM} N_m^{i+1} \quad \text{или} \quad (k C_{OBC})^\alpha = (k C_{EM})^\alpha N_m^{i+1}$$

$$C_{EM} : C_{OBC} = N_m^{-\frac{i+1}{\alpha}} \quad \text{и} \quad \ell_m = N_m \frac{C_{EM}}{C_{OBC}} = N_m^{\frac{\alpha-i-1}{\alpha}}$$

Если это соотношение действительно соблюдено на интервале  $\pi_{EM} \ll \pi < \pi_m$ , то любая ОВС с  $\pi$  из  $N < N_m$  ЭМ будет экономичнее ВМ традиционного типа той же производительности. Конечно, интервалы  $\pi_{EM} \ll \pi < \pi_m$  могут принимать на технологической кривой различные значения (в том числе и нулевые), что определяется  $\ell$ .

Кроме того, ряд качеств, которыми обладают ОВС, могут оказаться полезными в определенных областях применения и дать соответствующий эффект. Как наиболее важные, могут быть указаны возможности повышения надежности, распределения оборудования в пространстве, наращивания производительности.

До сих пор предполагалась непрерывность технологической кривой, но реально только некоторому числу ее точек соответ-

вуют существующие ЭМ. Пронумеруем эти точки в направлении возрастания производительности П. При этом  $\pi_i < \pi_{i+1}$ , где  $i$  - номер рассматриваемой точки.

При условии  $\pi_i < \pi < \pi_{i+1}$  производительность П может быть достигнута при помощи

- 1) ЭМ с производительностью  $\pi_{i+1}$ ,
- 2) ОВС с производительностью  $\pi = \pi_i \pi_i$ , где  $\pi_i$  - производительность, а  $\pi_i$  - число ЭМ.

Первый путь связан с потерями полезной мощности ЭМ. Второй - с оценкой максимально допустимого значения для  $\pi_i = \pi_i^0$ .

Очевидно, что ОВС должна удовлетворять условию большой экономичности:

$$D_{OBC} > D'_{i+1} = \frac{\pi}{c_{i+1}}$$

Так как из (1) следует, что

$$\left(\frac{c_{i+1}}{c_i}\right)^a = \frac{\pi_{i+1}}{\pi_i}$$

то

$$D'_{i+1} = \frac{\pi_i}{a \sqrt{\frac{\pi_{i+1}}{\pi_i}}} \cdot D_{OBC}$$

Отсюда

$$\pi_i < \sqrt{\frac{\pi_{i+1}}{\pi_i}}$$

и принимает любое значение из набора  $0, 2, 3, \dots, \pi_i^0$ .

При  $\pi > \pi_i \pi_i$  рассматривается возможность организации ОВС с производительностью  $\pi_{i-1} \pi_{i-1}$  из  $\pi_{i-1}$  ЭМ. Если  $\pi > \pi_i \pi_i + \pi_{i-1} \pi_{i-1}$ , то рассматривается организация следующей ОВС и т.д. Условием организации очередной ( $j+1$ )-й ОВС будет:

$$\pi > \sum_{k=0}^j \pi_{i-k} \pi_{i-k}$$

где  $j = 0, 1, 2, \dots, i-1$ . Объединение всех полученных ОВС дает одну вычислительную систему, экономичность которой выше экономичности ( $i+1$ )-й ЭМ при данной нагрузке, что следует из самого процесса построения ОВС.

Если для ( $i+1$ )-й точки справедливо

$$\sum_{k=0}^j \pi_{i-k}^0 \neq 0, \quad (3)$$

то распределится значение производительности

$$\pi_i^0 = \sum_{k=0}^j \pi_{i-k}^0 \pi_{i-k}$$

При этом нагрузка ( $i+1$ )-й ЭМ для экономичной эксплуатации должна удовлетворять условию:

$$\pi_{i+1} > \pi_i^0$$

Следовательно, в диапазоне производительности  $\pi_i < \pi < \pi_i$  в принципе возможны обстоятельства, при которых ОВС экономичнее ЭМ.

В диапазоне  $\pi_i < \pi < \pi_i$  сравнение рассматриваемых способов затруднено отсутствием для технологических кривых аналитического выражения типа (1). Но так как  $\frac{d D_{EM}}{d \pi}$  здесь убывает до нуля в  $\pi_i$ , а  $D_{OBC}$  из любой точки сохраняет свой рост, то ясно, что существует точка, начиная с которой выполняется условие  $D_{OBC} > D_{EM}$ , которое справедливо и для  $\pi \geq \pi_i$ .

Таким образом, в пределах, очерченных ограничениями не использованных методов определения производительности и стоимости вычислительных средств, ОВС всегда экономичнее ЭМ в диапазоне высокой производительности ( $10^7$  -  $10^8$  опер/сек и выше). В диапазоне меньшей производительности ОВС также могут быть экономичнее при определенных обстоятельствах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Э.В. ЕВРЕЙНОВ, Ю.Г. КОСАРЕВ. Однородные универсальные вычислительные системы высокой производительности. Новосибирск, "Наука" СО, 1966
2. К.К. KNIGHT. Changes in Computer Performance.- Datamation, 1966, vol.12, N 9, p. 40.

3. K.E.KNIGHT. Evolving Computer Performance, 1963 + 1967. - Datamation, 1968, vol.14, N 1, p. 31.
4. В.М. ЗАХАРОВ. Оптимизация структуры вычислительной системы - Труды I Всесоюзной конференции по вычислительным системам, Новосибирск, 1968, вып.I, стр. 99-109.
5. В.М. ГЛУШКОВ. Синтез цифровых автоматов. Изд-во физ. - мат. литературы, М., 1962.
6. P.CALINGART. System Performance Evaluation: Survey and Appraisal.- Communications of the ACM, 1967, v.10, N 1.

Поступила в редакцию  
10. IV. 1969