ВОПРОСЫ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ СИСТЕМ
(Вычислительные системы)
1977 год Выпуск 69

УДК 519.873

КОНТРОЛЬ СОСТОЯНИЙ СИСТЕМЫ ДАТЧИКОВ СО СЛУЧАЙНЫМИ ИСКАЖЕНИЯМИ ПОКАЗАНИЙ

Ю.В.Мерекин

Задана некоторая система Σ, состоящая из n элементов. Под состоянием системы Σ будем понимать полный перечень элементов с пометками - исправен или неисправен каждый элемент. Количество состояний, в которых может находиться система, равно 2^n. Каждое состояние однозначно характеризуется набором $(\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n)$ из нулей и единиц, в котором на позициях, соответствующих исправным элементам, стоят единицы. В практических задачах количество состояний $N \ll 2^n$, так как одновременный отказ большого количества элементов не рассматривается. Будем считать известными вероятности p_i $(i = 1,2,\ldots, n)$ пребывания элементов системы Σ в исправном состоянии.

Контроль состояний производится с помощью набора

$$U = \{ u_1, u_2, \ldots, u_m \} \quad (1)$$

различных датчиков. Показания датчиков могут принимать значения как из непрерывного интервала значений, так и из конечного множества. Шкала показаний каждого датчика разбивается на два интервала. Один из них - интервал допустимых значений, другой - недопустимых. Тогда каждый датчик можно рассматривать как двоичный со значениями показаний нуль и единица. Единица соответствует допустимому интервалу, а нуль - недопустимому. При решении задачи будем учитывать тот факт, что показания датчиков могут быть ошибочными. Ошибка в показаниях любого датчика не зависит от состояния системы и от показания других датчиков. Будем считать известными вероятности p_i^1 и p_i^0, $i = 1,2,\ldots, m$, где p_i^1 - вероятность искажения единицы, p_i^0 - вероятность искажения нуля.

В случае исправной работы датчиков каждому из N состояний системы Σ ставится в соответствие k_i различных наборов

$$\langle \alpha_{i,j}^1, \alpha_{i,j}^2, \ldots, \alpha_{i,j}^m \rangle; \quad i = 1,2,\ldots, N; \; j = 1,2,\ldots,k_i, \quad (2)$$

значений показаний датчиков и каждому набору (2) - вероятность $p_{i,j}$ его появления, причем $\sum_{j=1}^{k_i} p_{i,j} = 1$.

Задача состоит в том, чтобы из заданного множества датчиков (1), подверженных случайным отказам, выделить минимальное подмножество наиболее надежных в совокупности датчиков, однозначно различающих состояние системы Σ при наличии ошибок в показаниях не более чем в h датчиках одновременно, а при большем количестве ошибок указать наиболее вероятное состояние Σ. Некоторые датчики разрешается дублировать. Критерием надежности подмножества датчиков будет служить вероятность правильного показания всех входящих в него датчиков. Очевидно, что на результат выбора должны влиять как надежность самих датчиков, так и вероятности пребывания каждого датчика в состояниях нуль или единица. Эта величина зависит от вероятностей пребывания системы Σ во всех своих состояниях и от совокупности наборов (2).

Первым этапом решения задачи является построение на базе наборов (2) таблицы T и ее минимизация [1]. Для этого из каждого набора формируется строка таблицы T

$$\alpha_{i,j}^1, \alpha_{i,j}^2, \ldots, \alpha_{i,j}^m, i, \quad (3)$$

где первые m столбцов основные, а $(m+1)$-й - типизирующий. Таблица будет содержать $\sum_{i=1}^{N} k_i$ строк. Для минимизации таблицы T необходимо положить значения различающих чисел $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_m$ и типизирующее число δ из интервала $(0,1)$, а значение $\Delta = 2h+1$. Если оказывается, что для $\Delta = 2h+1$ нарушается правильность таблицы T, то необходимо продублировать некоторые датчики. Поскольку такая операция не имеет принципиального значения для минимизации и может быть проведена заранее, будем считать, что таблица T правильная.

Пусть в результате минимизации таблицы T получено множество тупиковых таблиц с наборами основных столбцов (датчиков в нашей задаче)

$$U_1, U_2, \ldots, U_l \subset U, \quad (4)$$

среди которых требуется выбрать один наиболее надежный. Для этого необходимо вычислить вероятность пребывания системы Σ в состоянии $i = (\sigma_1^i, \sigma_2^i, \ldots, \sigma_n^i)$. Эта величина равна вероятности $\mathcal{P}(P_i = 1)$ обращения в единицу элементарной конъюнкции $P_i = x_1^{\sigma_1^i} x_2^{\sigma_2^i} \ldots x_n^{\sigma_n^i}$, если значения $\mathcal{P}(x_i = 1)$, $i = 1,2,\ldots, n$, положить равными p_i. Если система Σ находится в состоянии i, а тупиковый набор $U_v = \{u_1, u_2, \ldots, u_l\}$ из (4) при исправной работе датчиков с вероятностью $p_{i,j}$ должен иметь значения $\alpha_{i,j}^1, \alpha_{i,j}^2, \ldots, \alpha_{i,j}^l$, то, безусловно, вероятность правильных показаний всех датчиков тупикового набора U_v равна

$$\sum_{i=1}^{N} \mathcal{P}(P_i = 1) \sum_{j=1}^{k_i} p_{i,j} \prod_{t=1}^{l} (1 - p_t^{\alpha_{i,j}^t}), \qquad (5)$$

где $p_t^{\alpha_{i,j}^t}$ – вероятность искажения $\alpha_{i,j}^t$.

Заметим, что любое расширение тупикового набора U_v за счет введения дополнительного датчика u_{l+1} с вероятностями $p_{l+1}^{\alpha_{i,j}^{l+1}} \neq 0$ приводит к уменьшению результата произведения $\prod_{t=1}^{l+1} (1 - p_t^{\alpha_{i,j}^t})$ и, следовательно, к уменьшению величины (5), т.е. искомый набор датчиков находится среди тупиковых наборов (4).

Проделав вычисления величины (5) для всех тупиковых наборов (4), выберем тот, для которого величина (5) максимальна. Пусть это будет

$$U^* = \{u_1, u_2, \ldots, u_l\}. \qquad (6)$$

Удалим из наборов (2) все значения показаний датчиков, не попавших в U^*. В результате получим

$$\alpha = \langle \alpha_{i,j}^1, \alpha_{i,j}^2, \ldots, \alpha_{i,j}^l \rangle, \quad i = 1,2,\ldots, N;\ j=1,2,\ldots,k_i. \ (7)$$

Из построения тупиковых наборов (4) следует, что любой из них, в том числе и U^*, образует множество значений (7) такое, что расстояние по Хеммингу между любой парой наборов из (7) не менее $\Delta = 2h + 1$.

Из (7) образуем множество наборов

$$\beta = \langle \beta_{i,j}^1, \beta_{i,j}^2, \ldots, \beta_{i,j}^l \rangle \qquad (8)$$

таких, что $0 < \sum_{t=1}^{l} (\alpha_{i,j}^t \oplus \beta_{i,j}^t) \leq h$. Знак $\oplus$ – сложение по модулю два. Множество (8) позволяет однозначно указать состояние системы Σ при наличии ошибок в показаниях не более чем в h датчиках одновременно.

Если датчики (6) показывают набор значений $\gamma = \langle \gamma^1, \gamma^2, \ldots, \gamma^l \rangle$, который отсутствует среди наборов (7) и (8), то это означает, что в U^* неисправны одновременно более h датчиков, так как другой возможностью возникновения такого набора значений из-за перехода системы Σ в состояние, отличное от выделенных состояний, мы пренебрегли.

Рассмотрим случай порождения γ из α как результат инверсии более h разрядов в наборе значений $\langle \alpha_{i,j}^1, \alpha_{i,j}^2, \ldots, \alpha_{i,j}^l \rangle$. Величина вероятности $\mathcal{P}_{\gamma,i}$ порождения γ из наборов значений показаний датчиков для фиксированного i-го состояния системы Σ вычисляется по формуле:

$$\mathcal{P}_{\gamma,i} = \mathcal{P}(P_i = 1) \sum_{j=1}^{k_i} p_{i,j} \prod_{t=1}^{l} \left[1 - (\alpha_{i,j}^t \oplus \gamma^t) - (-1)^{\alpha_{i,j}^t \oplus \gamma^t} p^{\alpha_{i,j}^t}\right]. \ (9)$$

Искомое наиболее вероятное состояние системы Σ при показаниях датчиками U^* набора значений γ определяется как $\max_i \mathcal{P}_{\gamma,i}$.

При решении практических задач для полученного выше множества наборов (8) целесообразно провести проверку по формуле (9), так как при некоторых значениях $\mathcal{P}(P_i = 1)$, $p_{i,j}$, $p_t^{\alpha_{i,j}^t}$ наиболее вероятное состояние системы Σ при показаниях датчиками U^* набора значений $\beta = \langle \beta_{i,j}^1, \beta_{i,j}^2, \ldots, \beta_{i,j}^l \rangle$ может не соответствовать состоянию с ближайшим, по Хеммингу, набором значений α из (7).

Когда при поиске состояния, в котором находится система Σ, имеется возможность проверить правильность работы некоторых датчиков из набора (6) и набор значений γ отличен от (7), значение $\max_i \mathcal{P}_{\gamma,i}$ может быть увеличено. Алгоритм такой коррекции следующий:

1. Проверить правильность показаний группы датчиков и удалить из (7) все наборы, где значения показаний хотя бы одного датчика не соответствуют проверенным.

2. Для всех N состояний системы Σ провести перенормировку на единицу вероятностей $p_{i,j}$ появления оставшихся наборов (7).

3. Для проверенных датчиков положить значения вероятностей искажения $p_t^{\alpha^t_{i,j}}$ равными нулю.

4. Повторить вычисление $\max_i \mathscr{P}_{Y,i}$.

В результате такой коррекции возможно смещение $\max_i \mathscr{P}_{Y,i}$ на другое состояние системы.

В заключение отметим, что в качестве датчиков можно использовать как приборы, замеряющие некоторые физические величины, так и внешние возмущения (тесты). В последнем случае в качестве шкалы показаний датчика берется множество реакций системы Σ на предложенный тест.

Литература

I. МЕРЕКИН Ю.В. Минимизация таблиц действительных чисел.- В кн.: Вычислительные системы. Вып.44. Новосибирск,1971, с.60-69.

Поступила в ред.-изд. отд.
14 февраля 1977 года