

УДК 519.853:622.794.2

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ,
СВЯЗАННОЙ С УРАВНЕНИЕМ ВИБРАЦИОННОГО ПЕРЕМЕЩЕНИЯ

В.И.Аснер, Л.З.Новгородцева

Задача вибрационного перемещения [1], на котором основан принцип действия вибрационных машин, описывается в самом общем виде следующим нелинейным дифференциальным уравнением (для случая прямолинейных колебаний рабочего органа):

$$\ddot{\xi}(t) = v_1(\text{sign} \dot{\xi}(t)) \dot{X}(t) + v_2(\text{sign} \dot{\xi}(t)), \quad (1)$$

где t - время, $X(t)$ - закон колебаний транспортирующей плоскости, $\xi(t)$ - перемещение материальной точки относительно плоскости, $v_i(\text{sign} \dot{\xi}(t))$ ($i = 1, 2$) - кусочно-постоянные функции вида

$$v_i(\text{sign} \dot{\xi}(t)) = \begin{cases} v_i^+ & \text{при } \dot{\xi}(t) > 0, \\ v_i^- & \text{при } \dot{\xi}(t) < 0, \end{cases} \quad (2)$$

зависящие от направления относительной скорости материальной точки. Обобщенные параметры v_i^+, v_i^- ($i = 1, 2$) в выражении (2) определяются реальными параметрами механической системы - коэффициентом трения, углом наклона плоскости к горизонту, направлением вибрации.

Обычно задача поиска оптимального закона колебаний рабочего органа вибротранспорта ставится как задача оптимизации вибротранспорта [1-3]: найти такой закон колебаний $X(t)$, который обеспечивает максимум средней скорости транспортирования при ограничениях, налагаемых системой привода (ограничения на ускорение либо перемещение рабочего органа); при этом задача решается чаще всего как задача оптимального управления [3-5]: в классе функций e , опре -

делением ограничения, найти оптимальное управление $X^*(t)$ для уравнения типа (I) такое, что $\Phi(X^*) = \max_{X \in \Theta} \Phi(X)$, где $\Phi(X)$ - функционал вида

$$\Phi(X) = \int_0^{2\pi/\Omega} \xi(t) dt \quad (3)$$

(Ω - заданная частота вибраций).

Для вибрационных машин, не относящихся к вибротранспорту, такая постановка оптимизационной задачи не оправдана, в этом случае критерий оптимизации и ограничения должны выбираться исходя из технологического назначения машины. Так, для вибрационных фильтрующих центрифуг, в которых процесс вибрационного транспортирования играет вспомогательную роль, оптимизация закона колебаний по критерию (3) привела бы к ухудшению обезвоживания, которое является для вибространы указанного типа основным технологическим процессом.

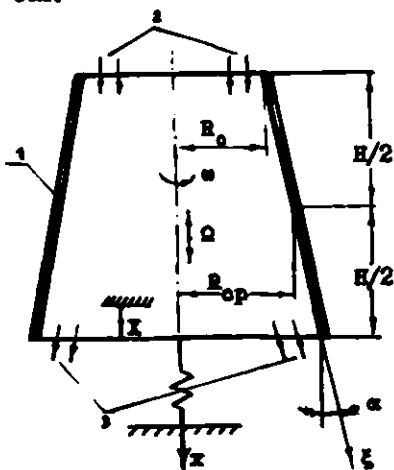


Рис. I

Рассмотрим задачу поиска оптимального закона вибраций в применении к вибрационным фильтрующим центрифугам для обезвоживания угля. На рис. I дано схематическое изображение ротора вибрационной фильтрующей центрифуги, который представляет собой установленное на упругом основании коническое сито I с углом конусности α , вращающееся вокруг геометрической оси x_0 с угловой скоростью ω и одновременно колеблющееся вдоль этой оси с частотой Ω . Угольный концентрат 2, непрерывно подающийся в центрифугу, обезвоживается под действием центробежных сил: влага удаляется через отверстия сита, а

твердый продукт (осадок) оседает на стенках ротора. Одновременно под действием вибраций происходит направленное в среднем давление осадка со скоростью v_{cp} по образующим к большому основанию конуса, т.е. обеспечивается непрерывная выгрузка обезвоженного угля 3 из центрифуги.

Специфика вибрационного транспортирования в условиях фильтрации связана с неоднородностью механических свойств слоя осадка в направлении его транспортирования: постепенное удаление влаги при движении осадка к выгрузочной кромке ротора вызывает изменение линейной плотности (массы единицы длины) слоя вдоль образующей; коэффициент трения между ротором и обрабатываемой средой, зависящий от влажности последней, тоже оказывается переменным, кроме того, увеличение радиуса движущейся частицы приводит к соответствующему изменению центробежной нагрузки по длине слоя.

Сделав ряд упрощающих предположений, можно свести задачу транспортирования слоя [6] к задаче о вибрационном перемещении изолированной частицы, моделируемой дифференциальным уравнением типа (I). При этом переменные параметры слоя - коэффициент трения и радиус вращения - заменяются приведенными величинами $f_{пр}$ и $R_{пр}$, равными среднеинтегральным значениям соответствующих переменных параметров.

Переход к такой модели движения слоя справедлив только при "положительном" движении осадка - в большему основанию конуса ($\dot{\xi}(t) > 0$) - и базируется на допущении равенства средней скорости транспортирования всех частиц слоя. Как показала натурные эксперименты [7,8], в современных вибрационных центрифугах из всех возможных пульсационных режимов вибрационного перемещения реализуется только режим типа 4А, по классификации И.И.Блехмана [1], - "положительное" движение, чередующееся с временной остановкой; при этом средняя скорость движения частиц практически постоянна вдоль всей образующей.

Таким образом, предлагаемая упрощенная модель движения слоя как изолированной частицы с приведенными параметрами позволяет решать широкий класс практических задач вибрационного транспортирования в условиях центробежной фильтрации.

Введя в качестве независимой переменной фазу вращения $p = \omega t$, запишем уравнение относительного движения осадка [6] между двумя остановками, определяемыми фазами p_0 и p_k , в следующем виде

$$\frac{d^2 \xi_c}{dp^2} = -P^* \left(\frac{d^2 X}{dp^2} + Q^* \right), \quad (4)$$

где ξ_c - относительное перемещение центра инерции слоя.

В дифференциальном уравнении (4), эквивалентном уравнению (I) при $\xi > 0$, постоянные коэффициенты P^+ и Q^+ , введенные вместо v_1^+ , v_2^+ (2), определяются параметрами системы:

$$P^+ = \frac{\cos(\mu_{\text{пр}} - \alpha)}{\cos \mu_{\text{пр}}},$$

$$Q^+ = \frac{1}{\Omega^2} [R_{\text{пр}} \omega^2 \text{tg}(\mu_{\text{пр}} - \alpha) - g].$$

где $\mu_{\text{пр}} = \arctg f_{\text{пр}}$ - приведенный угол трения скольжения, $R_{\text{пр}}$ - приведенный радиус вращения, g - ускорение свободного падения.

Приводя силы, действующие на распределений по образующей слой осадка, к центру инерции слоя и отбрасывая при этом малые члены в выражении нормальной реакции, получаем следующие приближенные формулы для приведенных параметров

$$R_{\text{пр}} = R_0 \left(1 + \eta \frac{I_3}{I_1} \right), \quad (5)$$

$$f_{\text{пр}} = \frac{I_3 + \eta I_4}{I_1 + \eta I_2}, \quad (6)$$

где R_0 - радиус минимального сечения ротора, $\eta = \frac{\text{tg} \alpha}{R_0}$, I_1 , I_2 ,

I_3 , I_4 - определенные интегралы, величинами которых зависят от распределения коэффициента трения и влажности осадка по высоте ротора:

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^H \rho(x) dx, & I_2 &= \int_0^H \rho(x) x dx, \\ I_3 &= \int_0^H f(x) \rho(x) dx, & I_4 &= \int_0^H f(x) \rho(x) x dx. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь $x = \xi \cos \alpha$ (рис. I), $f(x)$ - функция, задающая изменение коэффициента трения скольжения между осадком и ротором по высоте последнего; $\rho(x)$ - безразмерная линейная плотность слоя, определяемая распределением влажности осадка $w(x)$ по высоте ротора:

$$\rho(x) = \frac{1}{1 - w(x)} ; \quad (8)$$

h - высота фильтрующей части ротора.

Если известна фаза перехода p_0 от состояния покоя к положительному движению, то, интегрируя дифференциальное уравнение (4) при нулевых начальных условиях, получаем выражение для скорости и перемещения осадка на интервале относительного движения:

$$v(p) = -F^+ \left[\frac{dx}{dp} - \frac{dx}{dp} \right]_{p=p_0} + Q^+(p - p_0) \Omega , \quad (9)$$

$$\xi_0(p) = -F^+ \left[x(p) - x(p_0) - \frac{dx}{dp} \right]_{p=p_0} (p - p_0) + Q^+ \frac{(p - p_0)^2}{2} \} \quad (10)$$

Моменту p_x конца положительного движения можно определить путем решения уравнения $v(p) = 0$, где $v(p)$ определяется выражением (9); при этом идет первый из корней, следующий за фазой начала движения p_0 .

Рассмотрим теперь условия, из которых определяется фаза p_0 . Правая часть уравнения движения (4) определяет с точностью до множителя величину суммарной силы, действующей на слой осадка в направлении образующей, причем слагаемое $\frac{d^2x}{dp^2}$ характеризует движущую силу (силу инерции переносного вибрационного движения), а слагаемое Q^+ - силу сопротивления при положительном движении слоя. Введем величину Q_1^+ , равную с точностью до множителя максимальной силе сопротивления, препятствующей положительному движению осадка из состояния покоя:

$$Q_1^+ = \frac{1}{\Omega^2} [R_{np} \omega^2 \operatorname{tg}(\mu_{np} - \alpha) - \varepsilon] ,$$

где $\mu_{np} = \arctg(k_{np}^+)$ - приведенный угол трения в состоянии покоя ($k_{np}^+ \geq 1$). Учитывая, что при относительном покое движущая сила меньше максимальной силы сопротивления, и вводя функцию

$$U(p) = - \frac{d^2x}{dp^2} - Q_1^+ .$$

можем записать условие покоя в следующем виде: $U(p) < 0$. Очевидно, что состояние покоя нарушится, когда движущая сила превзойдет максимальную силу сопротивления, т.е. при выполнении условия $U(p) > 0$. Таким образом, фаза перехода p_0 от покоя к положительному движению определяется следующими условиями:

$$U(p) = 0, \quad (II)$$

$$\frac{dU}{dp} > 0. \quad (I2)$$

Если функция $U(p)$ всюду отрицательна, то относительное движение в положительном направлении невозможно. Отсюда следует необходимое условие существования режима вибрационного транспортирования типа 4А:

$$\max \left(- \frac{d^2 \chi}{dp^2} \right) > Q_1^+. \quad (I3)$$

Как отмечалось выше, модель движения слоя как изолированной частицы с приведенными параметрами справедлива при отсутствии отрицательного движения осадка, что выражается следующим условием:

$$\max \frac{d^2 \chi}{dp^2} < Q_1^-, \quad (I4)$$

где

$$Q_1^- = \frac{1}{Q^2} [R_0 \omega^2 \operatorname{tg}(\mu_{1_0} + \alpha) - g] \quad (I5)$$

— величина, пропорциональная силе сопротивления отрицательному движению на входной кромке ротора.

В формуле (I5) μ_{1_0} — минимальный угол трения покоя:

$$\mu_{1_0} = \operatorname{arc} \operatorname{tg} (k_{\Pi} f_0), \quad (I6)$$

где f_0 — коэффициент трения скольжения исходного продукта. Как следует из (I4)–(I6), условия отсутствия относительного движения осадка в сторону входной кромки записаны для минимального сечения ротора и отражают тот факт, что движущая сила не должна превышать

в этом сечении максимальную силу сопротивления, препятствующую переходу от покоя к отрицательному движению. Поскольку для малого сечения ротора указанная сила сопротивления минимальна и потому это сечение является наиболее "опасным" с точки зрения возможности возникновения отрицательного движения, то условия (I4)-(I6) являются достаточными условиями отсутствия относительного движения в направлении, обратном выгрузке, для всего слоя осадка в целом.

При полигармоническом возбуждении, подчиняющемся условиям (I3), (I4), могут возникать такие пульсационные режимы выгрузки осадка, когда на интервале одного периода вибраций существует n участков относительного движения, чередующихся с участками временного заклинивания. В этом случае алгоритм нахождения средней скорости установившегося вибрационного движения состоит из следующих двух за другим этапов определения фаз перехода p_{0i}, p_{ki} ($i=1, 2, \dots, n$), где p_{0i}, p_{ki} - соответствующие фазы начала и конца i -го участка относительного движения (n равно числу корней уравнения (II) на отрезке $0 \leq p \leq 2\pi$, удовлетворяющих условию (I2)). Пусть s_i - перемещение осадка в конце i -го участка относительного движения, вычисленное по формуле (I0) для $p_0 = p_{0i}$ и $p = p_{ki}$. Тогда средняя скорость транспортирования определяется выражением:

$$v_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n s_i}{T}$$

где $T = 2\pi/\Omega$ - период вибраций.

При описанном алгоритме определения v_{cp} предполагается, что функции $w(x)$ и $f(x)$, задающие изменение влажности и коэффициента трения по высоте ротора, известны. Однако в рассматриваемой задаче распределение указанных величин по высоте ротора само определяется средней скоростью движения осадка. Считая заданными закон фильтрации $w(\tau)$ и зависимость коэффициента трения от влажности $f(w)$, которые могут быть определены экспериментально, получаем необходимые для вычисления приведенных параметров \bar{w}_p и \bar{f}_p зависимости $w(x)$, $f(x)$ замкнутой переменной:

$$\tau = \frac{x}{v_{cp} \cos \alpha}$$

Таким образом, нахождение средней скорости транспортирования превращается в довольно сложный итерационный процесс, на каждом шаге

которого реализуется описанный алгоритм. Если закон вибраций $X(p)$ рассматривать как однопараметрическое семейство функций, то можно значительно упростить задачу и вместе с тем расширить область применения полученных результатов, задавая значения средней скорости транспортирования $v_{ср}$ и отыскивая соответствующие значения параметра, определяющего закон вибраций. Так, например, если возбуждение $X(p)$ задано в форме полигармонического закона, то удобно в качестве указанного параметра взять амплитуду первой гармоники.

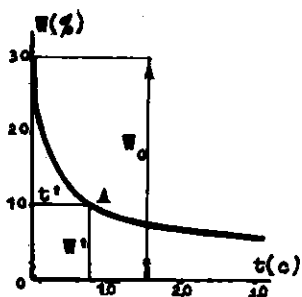


Рис.2

На рис.2 приведена кривая фильтрации $W(t)$, построенная по результатам натурального эксперимента на опытном образце вибрационной фильтрующей центрифуги ЦВП-1120. Для математического моделирования движения осадка кривая $W(t)$ была аппроксимирована аналитической зависимостью в виде двух экспонент:

$$W(t) = \begin{cases} a_1 + (W_0 - a_1)e^{-k_1 t}, & t \leq t', \\ a_2 + b_2 e^{-k_2 (t-t')}, & t \geq t'. \end{cases} \quad (17)$$

где W_0 - влажность исходного продукта, изменяющаяся для центрифуг рассматриваемого типа в пределах (20-30)%:

$$t' = \frac{1}{k_1} \ln \frac{W_0 - a_1}{W' - a_1}; \quad (18)$$

$a_1, a_2, b_2, W', k_1, k_2$ - коэффициенты, значения которых приведены в табл. I.

Таблица I

a_1 (%)	a_2 (%)	b_2 (%)	W' (%)	k_1 (e^{-1})	k_2 (e^{-1})
8,6	4,0	6,25	10,25	3,40223	0,63755

Кривая фильтрация на рис.2 соответствует максимальной исходной влажности - $W_0 = 30\%$ (Δ - обшая точка аппроксимированных экспонент).

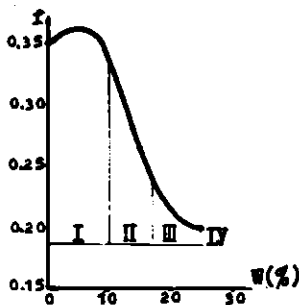


Рис. 3

На рис.3 дан график зависимости коэффициента трения скольжения от влажности $f(W)$ для угля марки "К" с содержанием мелких классов (0-I мм) $\gamma = 10\%$. Приведенная зависимость $f(W)$ получена с помощью трибометра в лабораторных условиях и не учитывает особенности центробежной фильтрации, при которой между осадком и фильтрующей перегородкой постоянно образуется "полужка" из отходящей жидкости, уменьшая коэффициент трения. Поэтому приведенный коэффициент трения $f_{пр}$, рассчитанный по формулам

(6)-(8) с использованием зависимости $f(W)$ (рис.3), должен быть умножен на некоторый коэффициент K , меньший единицы. Обычно величина этого коэффициента близка к 0,8. Так, для центрифуги ЦВФ-1120 значение K равно 0,822; для центрифуги ЦВФ-1500 (новейший тип вибрационной фильтрующей центрифуги, производство которой находится еще на стадии опытной партии) величина K составляет 0,78.

Как и рассмотренный ранее закон фильтрации $w(t)$, кривая $f(W)$ должна быть представлена в форме, удобной для решения задачи на ЭВМ. С целью лучшего приближения отрезок изменения влажности (0-30)% был разбит, как показано на рис.3, на четыре участка, на каждом из которых кривая $f(W)$ аппроксимировалась полиномом степени не выше пятой:

$$f_i(W) = \sum_{j=0}^5 c_j^{(i)} W^j, \quad (19)$$

где $i = 1, \dots, 4$ - номер участка аппроксимации. Коэффициенты $c_j^{(i)}$ ($i = 1, \dots, 4; j = 0, \dots, 5$) даны в табл. 2.

Для закона фильтрации $w(t)$, описываемого формулами (17), (18), и зависимости $f(W)$, построенной из аппроксимирующих полиномов (19), был произведен расчет вибрационного перемещения осадка в роторе центрифуги ЦВФ-1500 при гармоническом законе вибрации $X(p) = a \sin p$ (a - амплитуда вибраций, $p = \omega t$ - фаза, ω - частота). На рис.4 представлены результаты расчета зависимости $d(v_{op})$ при варьируемой исходной влажности w_0 и следующих значениях расчетных параметров:

- отношение коэффициентов трения покоя и скольжения $k_{II} = 1$;
- частота вибраций $\omega = 150 \text{ с}^{-1}$;

Таблица 2

Коэффициенты показом	Участки			
	I	II	III	IV
	$0 \leq w \leq 10$ ($i=1$)	$10 \leq w \leq 17$ ($i=2$)	$17 \leq w \leq 25$ ($i=3$)	$w \geq 25$ ($i=4$)
$\sigma_0^{(i)}$	0,3500	0,4830	-30,8117	0,2
$\sigma_1^{(i)}$	$384 \cdot 10^{-5}$	-0,0143	7,3251	0
$\sigma_2^{(i)}$	$5622 \cdot 10^{-7}$	0	$-68,3308 \cdot 10^{-2}$	0
$\sigma_3^{(i)}$	$-1835 \cdot 10^{-7}$	0	$31,5081 \cdot 10^{-3}$	0
$\sigma_4^{(i)}$	$9244 \cdot 10^{-9}$	0	$-71,9491 \cdot 10^{-5}$	0
$\sigma_5^{(i)}$	$-1351 \cdot 10^{-10}$	0	$65,1754 \cdot 10^{-7}$	0

- угловая скорость вращения $\omega = 37,7 \text{ с}^{-1}$;
- минимальный радиус ротора $R_0 = 55 \text{ см}$;
- угол конусности $\alpha = 13^\circ$;
- высота ротора $H = 85 \text{ см}$

(пунктиром изображены участки кривых, соответствующие неустойчивым пульсационным режимам, не реализуемым на практике).

Из приведенных графиков видно, что при фиксированной амплитуде вибраций скорость транспортирования $v_{\text{ср}}$ изменяется при изменении исходной влажности w_0 . Так, например, определив по кривой I (для $w_0 = 30\%$) предельную амплитуду вибраций $d = 0,377 \text{ см}$, при которой возникает устойчивый пульсационный режим движения осадка, и соответствующую ей среднюю скорость транспортирования $v_{\text{ср1}} = 50 \text{ см/сек}$, убеждаемся, что та же амплитуда вибраций дает при нижнем пределе исходной влажности $w_0 = 20\%$ скорость $v_{\text{ср2}} = 20 \text{ см/сек}$, меньшую в 2,5 раза (кривая 6). Такое существенное уменьшение скорости транспортирования при сравнительно небольшом уменьшении исходной влажности (на практике диапазон влажности исходного продукта может быть значительно шире) объясняется тем, что изменение w_0 вызывает соответствующее изменение $\tau_{\text{др}}$, а при гармоническом законе вибраций средняя скорость транспортирования "чувствительна" даже к незначительному изменению приведенного коэффициента трения.

Следует отметить, что приведенный радиус вращения $R_{\text{др}}$, совпадающий в соответствии с формулами (5), (7) с радиусом центра

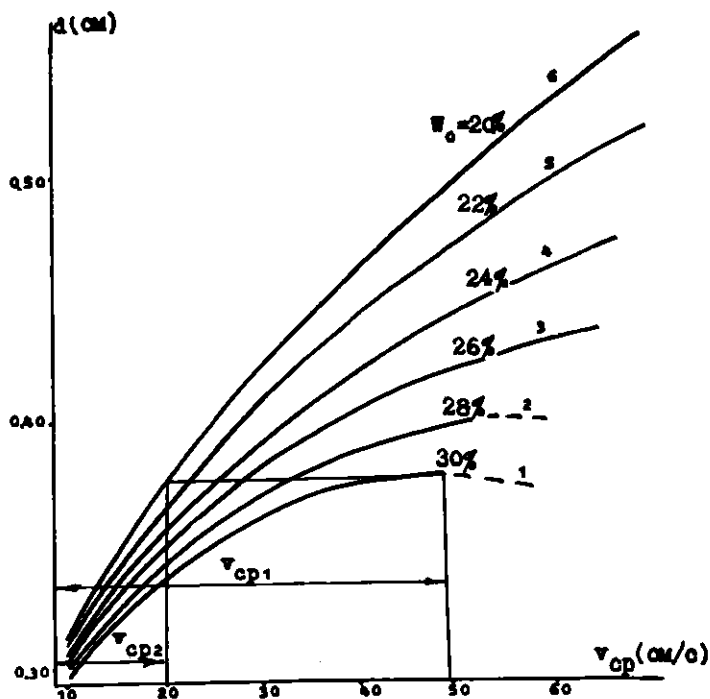


Рис. 4

инерции слоя, практически не зависит ни от исходной влажности W_0 , ни от скорости транспортирования v_{cp} и с достаточной степенью точности равен среднему радиусу ротора R_{cp} (рис.1). Приведенный коэффициент трения $f_{пр}$, наоборот, существенно зависит от указанных величин. На рис.5 даны графики зависимости $f_{пр}(v_{cp})$ для центрифуги ЦВП-1500, соответствующие различной исходной влажности W_0 . Построенные кривые позволяют установить значения приведенных коэффициентов трения $f_{пр1}$ и $f_{пр2}$, которые соответствуют двум указанным выше величинам средней скорости v_{cp1} и v_{cp2} , полученным при одной и той же амплитуде вибраций $d = 0,377$ см для двух предельных значений исходной влажности: $f_{пр1} = 0,246$; $f_{пр2} = 0,276$.

Мы рассмотрели изменение средней скорости при гармоническом законе вибраций, вызванное изменением исходной влажности яля, что

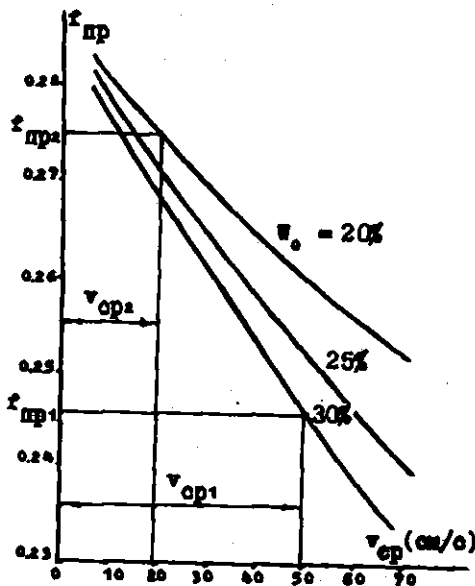


Рис. 5

то же самое, соответствующей вариацией $f_{пр}$. В действительности на приведенный коэффициент трения, кроме влажности исходного продукта, существенно влияет гранулометрический состав питателья, определяемый процентным содержанием γ мелких классов (0-1 мм). Исходя из этого, при оценке границ изменения средней скорости транспортирования для заданного закона вибраций ротора пределы изменения $f_{пр}$ следует расширить.

На основе проведенного анализа можно перейти к постановке задачи оптимизации закона колебаний ротора вибрационной фильтрующей центрифуги.

Учитывая реальные условия работы центрифуги, которые характеризуются непостоянством влажности и гранулометрического состава исходного продукта, будем считать, что приведенный коэффициент трения изменяется в заданных пределах: $f_{пр1} \leq f_{пр} \leq f_{пр2}$. Соответственно скорость транспортирования осадка при заданном возбуждении должна изменяться на отрезке $v_{ср1} \geq v_{ср} \geq v_{ср2}$, где $v_{ср1} = v_{ср}(f_{пр1})$, $v_{ср2} = v_{ср}(f_{пр2})$. Для обеспечения максимально допустимой конечной влажности осадка w_k^{max} , установленной технологическими требованиями, необходимо ввести ограничение сверху на скорость транспортирования (для любого закона вибраций):

$$v_{ср1} = v_0 \quad (20)$$

Здесь v_0 — средняя скорость движения осадка, соответствующая времени обезвреживания $t_{н.из}$, при котором конечная влажность достигает заданной величины w_k^{max} :

$$v_0 = \frac{H}{\cos \alpha \cdot t_{н.из}} \quad ; \quad (21)$$

$t_{\text{фи}}$ определяется законом фильтрации

$$W(t_{\text{фи}}) = W_{\text{к}}^{\text{max}}.$$

В качестве примера рассмотрим определение верхнего предела скорости транспортирования осадка v_0 в роторе центрифуги ЦБП-1500, для которой, согласно технологическим требованиям, $W_{\text{к}}^{\text{max}} = 7,5\%$ при $W_0 = 30\%$. Заданной величине $W_{\text{к}}^{\text{max}}$ соответствует время футования $t_{\text{фи}} = 1,66$ сек, которое определяется по кривой фильтрации, приведенной на рис.2. Зная $t_{\text{фи}}$, вычисляем по формуле (21) максимальную скорость транспортирования v_0 , которая в данном случае равна 52,6 см/сек (далее при решении оптимизационной задачи берется округленное значение предельной скорости - $v_0 = 50$ см/сек).

Итак, закон колебаний ротора должен выбираться так, чтобы максимальная скорость транспортирования $v_{\text{ср1}}$ при изменении приведенного коэффициента трения в заданных пределах достигала определенной величины. Что же касается нижнего предела скорости $v_{\text{ср2}}$, то, из соображений уменьшения истирания фильтрующей поверхности, он должен быть как можно выше. Поясним это. Износ сита можно считать пропорциональным силам трения между осадком и ротором, суммарная величина которых определяется выражением:

$$F_{\text{тр}} = \chi_1 f_{\text{пр}} h. \quad (22)$$

Здесь χ_1 - коэффициент пропорциональности, h - толщина слоя, определяемая заданной производительностью Q и скоростью транспортирования $v_{\text{ср}}$, зависящей от $f_{\text{пр}}$:

$$h = \chi_2 \frac{Q}{v_{\text{ср}} (f_{\text{пр}})} \quad (23)$$

(χ_2 - коэффициент пропорциональности). Из (22) и (23) следует:

$$F_{\text{тр}} = \chi \frac{t_{\text{пр}}}{v_{\text{ср}} (f_{\text{пр}})}, \quad (24)$$

где χ - коэффициент, не зависящий от $f_{\text{пр}}$. Поскольку $v_{\text{ср}}$ монотонно уменьшается при увеличении $f_{\text{пр}}$, то, как следует из (24), максимальная сила трения соответствует верхнему пределу приведенного коэффициента трения - $f_{\text{пр}} = f_{\text{пр1}}$. Таким образом, задача уменьшения износа сита сводится к задаче минимизация $F_{\text{тр}}$ при $f_{\text{пр}} = f_{\text{пр1}}$.

и мы приходим к задаче поиска такого закона колебаний $X(p)$, который обеспечивает максимум нижнего предела скорости $v_{ср}$ при изменении коэффициента трения в заданных пределах, что эквивалентно максимизации функционала вида (3).

Учитывая, что на практике удается реализовать лишь полигармонические колебания ротора с ограниченным числом гармоник, будем искать оптимальный закон колебаний $X(p)$ в следующем виде:

$$X(p) = d \left[\sin p + \sum_{i=2}^k \lambda_i \sin (ip + \phi_i) \right], \quad (25)$$

где k — число гармоник полигармонического закона vibrations. При этом функционал (3) превращается в функцию точки в пространстве E^n ($n = 2k-1$), а задача оптимизации закона колебаний $X(p)$ формулируется как задача нелинейного программирования [9] при n варьируемых параметрах: найти такую точку в E^n , в которой обращается в минимум целевая функция $F(z)$, где $z = (d, \lambda_2, \dots, \lambda_k, \phi_2, \dots, \phi_k)^{tr}$, $z \in D$ (tr — индекс, обозначающий операцию транспонирования). В качестве минимизируемой функции $F(z)$ для большей наглядности (при оценке эффекта оптимизации) возьмем отношение максимальной и минимальной скоростей транспортирования, соответствующих нижнему и верхнему пределам изменения приведенного коэффициента трения. С учетом (20) $F(z)$ принимает вид:

$$F(z) = \frac{v_0}{v_{ср}(z) \Big|_{f_{пр} = f_{пр2}}} \quad (26)$$

Допустимая область D изменения вектора варьируемых параметров z задана неравенствами (I3), (I4), определяющими достаточные условия существования режима вибрационного перемещения с положительным относительным движением осадка, равенством (20), учитывающим требуемую степень обезвоживания, а также следующим неравенством, вытекающим из условия обеспечения допустимого запаса прочности при переменных инерционных нагрузках [10]:

$$\max \left(-\frac{d^2 X}{dp^2} \operatorname{sign} \delta \right) \leq \frac{\Delta}{B - r} \quad (27)$$

Здесь

$$\delta = \max \left(-\frac{d^2 X}{dp^2} \right) - \max \frac{d^2 X}{dp^2} ,$$

γ - коэффициент асимметрии цикла ускорений, определяемый отношением минимального и максимального ускорений на периоде вибраций ($-1 \leq \gamma < 0$):

$$\gamma = -\frac{\max \left(\frac{d^2 X}{dp^2} \operatorname{sign} \delta \right)}{\max \left(-\frac{d^2 X}{dp^2} \operatorname{sign} \delta \right)} ;$$

Λ и B - постоянные величины, которые зависят от допускаемого запаса усталостной прочности и параметров, характеризующих фактический запас прочности рассматриваемой конструкции при переменных нагрузках в случае одноосного напряженного состояния [10].

Дважды дифференцируя (25) по p , получаем:

$$\frac{d^2 X}{dp^2} = -d \cdot \varphi(p), \quad (28)$$

где $\varphi(p)$ - безразмерное ускорение вибраций, определяемое выражением:

$$\varphi(p) = \sin p + \sum_{i=2}^k i^2 \lambda_i \sin(ip + \phi_i) . \quad (29)$$

Вводя обозначения $\varphi_{\max} = \max \varphi(p)$, $\varphi_{\min} = \min \varphi(p)$ и используя (28), можно представить неравенства (13), (14) в следующем виде:

$$\frac{q_1^+}{\varphi_{\max}} < d < \frac{q_1^-}{\varphi_{\min}} . \quad (30)$$

Тогда с учетом ограничения-равенства (20) и ограничений неравенств (30), уменьшаем число варьируемых параметров, исключая из них параметр d и, таким образом, сводя задачу к минимизации целевой функции $F(z')$ (26), где $z' = (\lambda_2, \dots, \lambda_k, \phi_2, \dots, \phi_k)^{*T}$, $z' \in D'$. Допустимая область D' изменения вектора варьируемых параметров

z' определяется теперь одним неравенством (27), которое, ограничиваясь случаем $\delta > 0$ и учитывая (28), можно записать в виде:

$$\varphi_{\max} \leq \frac{\Delta}{(B-r)d} \quad (31)$$

где

$$r = -\frac{\varphi_{\min}}{\varphi_{\max}} \quad (32)$$

При этом на каждом шаге оптимизация целевой функции $F(z')$ нужно вычислять максимум и минимум функции $\varphi(p)$ (29) на интервале $0 \leq p \leq 2\pi$ и находить соответствующее значение d , как наименьший корень уравнения (20) на отрезке, определяемом неравенствами (30).

Применяя метод штрафных функций [9], сводим задачу минимизации целевой функции $F(z')$ при ограничении-неравенстве (31) к решению последовательности задач безусловной минимизации. Для этого составляем с учетом (31), (32) безусловную целевую функцию, используя квадратичную функцию штрафа, непрерывную вместе с первой производной на границе допустимой области:

$$L(z') = F(z') + \beta F_{\text{ш}}(z'), \quad (33)$$

где

$$F_{\text{ш}}(z') = \begin{cases} \varphi_{\max}^2 \left(d - \frac{\Delta}{B\varphi_{\max} + \varphi_{\min}} \right)^2 & \text{при } d > \frac{\Delta}{B\varphi_{\max} + \varphi_{\min}} \\ 0 & \text{при } d \leq \frac{\Delta}{B\varphi_{\max} + \varphi_{\min}} \end{cases}$$

Последовательность задач минимизации функция $L(z')$ при возрастающих значениях коэффициента β решается в настоящей работе методом сопряженных направлений [9].

С целью получения оптимального режима вибраций крупнотоннажной центрифуги ЦП-1500 была выполнена численная реализация описанного алгоритма. Величины расчетных параметров $\Omega, \omega, R_0, \alpha, B, k_{\text{д}}$ соответствуют принятым выше - при моделировании движения осадка в случае гармонического возбуждения. Для остальных величин, входящих в массив исходных данных, приняты следующие значения: $\Delta = 30g/\Omega^2$; $B = 1,5$; $f_{\text{пр}1} = 0,246$; $f_{\text{пр}2} = 0,280$; $v_{\text{пр}} = v_{\text{ср}} = 65$ см;

$v_0 = 50 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$. Число гармоник k искомого закона вибраций взято равным 5, при этом общее число варьируемых параметров n в исходной оптимизационной задаче составило 9 ($n = 2k - 1$).

В результате решения трех задач безусловной минимизации функции (33) для трех значений коэффициента β (50, 500, 5000) был получен закон вибраций, дающий значительное уменьшение целевой функции (по сравнению с исходным гармоническим законом) при слабом нарушении ограничения (31). Счет после этого был прекращен, и в качестве оптимального принят закон, соответствующий решению оптимизационной задачи при $\beta = 500$. Параметры полученного полигармонического закона (25) приведены в табл. 3.

Т а б л и ц а 3

Параметры	Номер гармоники (1)				
	1	2	3	4	5
λ_1	$d = 0,4410 \text{ (см)}$	0,1361	-0,0174	-0,0106	-0,0062
ϕ_1		-2,7952	-1,1996	-0,3700	-1,7013

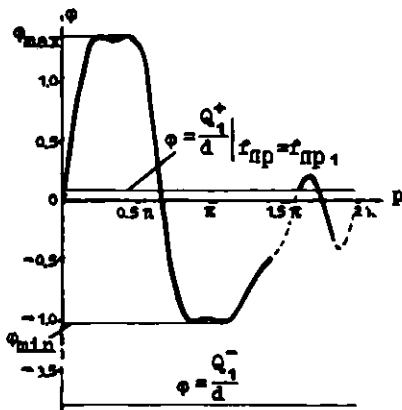


Рис. 6

На рис.6 дан график функции $\phi(p)$ (29), иллюстрирующий закон изменения ускорения ротора центрифуги ЦВП-1500 при оптимальном режиме колебаний. Как видно из приведенного графика, ускорение вибраций изменяется по асимметричному закону с коэффициентом асимметрии цикла $\gamma = -0,775$. Максимальное и минимальное ускорения цикла определяются следующими величинами: $\phi_{\max} = 1,324$ и $\phi_{\min} = -1,025$. Пунктиром изображены участки кривой, соответствующие этапам вре-

менного заклинивания при транспортировании осадка с максимальной скоростью v_0 ($f_{\text{пр}} = f_{\text{пр}1}$). Режим транспортирования в указанном

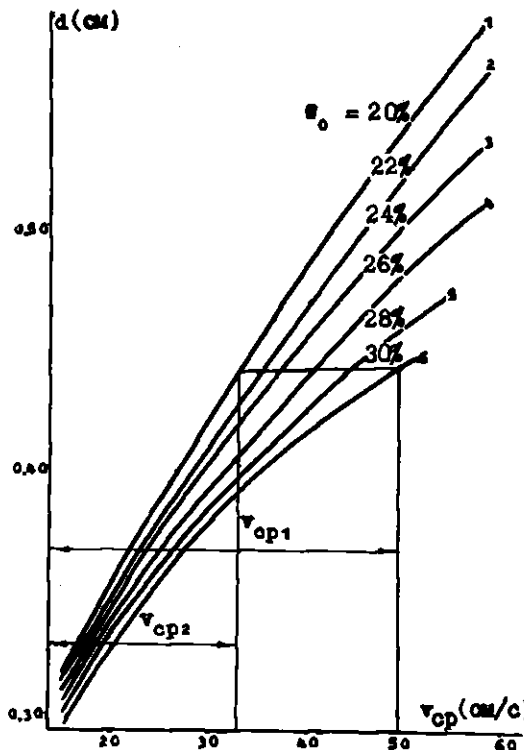


Рис. 7

величинами скоростей v_{cp1} и v_{cp2} , соответствующих предельным значениям w_0 при оптимальном режиме вибраций ($d = 0,441$), убеждаемся в достаточной эффективности оптимизации: $\frac{v_{cp1}}{v_{cp2}} = 1,5$ (как отмечалось выше, для гармонического закона указанное отношение равно 2,5).

Таким образом, при оптимальном режиме вибраций толщина слоя материала в роторе центрифуги уменьшается в 1,67 раза по сравнению с гармоническим возбуждением. Поскольку центрифуга ЦВП-1500 рассчитана на высокую производительность (свыше 300 т/час), то уменьшение толщины слоя осадка должно привести к значительному снижению динамических нагрузок на ротор и соответствующему повышению стабильности работы машин.

случае характеризуется двумя участками относительного движения на одном периоде вибраций. В другом предельном случае ($f_{пр} = f_{пр2}$), не отраженном на рисунке, имеет один участок относительного движения с фазой перехода $p_0 = 0,14$ и $p_n = 3,16$.

На рис.7 представлены результаты моделирования движения осадка в роторе центрифуги ЦВП-1500 при оптимальном режиме колебаний. Для различной исходной влажности w_0 построены графики зависимости $d(v_{cp})$, где d — амплитуда первой гармоники полигармонического закона колебаний, характеризующего оптимальной кривой безразмерного ускорения $\phi(p)$ (рис.6). Сравнивая

Л и т е р а т у р а

1. БЛЕХМАН И.И., ДЖАНЕЛИДЗЕ Г.Ю. Вибрационное перемещение. М., "Наука", 1964, 410 с.
2. ЛАВЕНДЕЛ Э.Э. Оптимизация процессов вибротранспортировки. - В кн.: Вопросы динамики и прочности. Рига, "Зинатне", 1967, вып. 14, с.5-12.
3. ТРОИЦКИЙ В.А. Об оптимизации процесса вибротранспортировки. - "Прикл. математика и механика", 1963, т.27, № 6, с.1117-1123.
4. РАСКИН Х.И. Применение метода моментов к некоторым задачам вибротранспортировки. - В кн.: Вопросы динамики и прочности. Рига, "Зинатне", 1968, вып.16, с.23-32.
5. ТРОИЦКИЙ В.А. Вариационные задачи оптимизации процессов управления для уравнений с разрывными правыми частями. - "Прикл. математика и механика", 1962, т.26, № 2, с.233-246.
6. НОВГОРОДИЦЕВА Л.З. Математическое моделирование движения осадка в роторе вибрационной центрифуги. - "Сборник трудов молодых ученых ИОТТ", М., ЦНИИуголь, 1975, с.58-59. (Деп., 1976, № 737)
7. АСНЕР В.И., КАМИНСКИЙ В.С., КЛОЧКО Г.П., ПРЭСНЯКОВ В.К., ШЛАУ А.В. Конструкция и расчеты фильтрующих центрифуг. М., "Недра", 1976, 216 с.
8. КАМИНСКИЙ В.С., ЛАСТОВЦЕВ А.М., ШЛАУ А.В. Исследование движения осадков в вибрационных фильтрующих центрифугах. - В кн.: Теория и практика обезвоживания угольной мелочи. М., "Наука", 1966, с. 39-49.
9. ЗАНГВИЛЛ У.И. Нелинейное программирование. Единый подход. Пер. с англ. М., "Сов.радио", 1973, 321 с.
10. ФЕОДОСЬЕВ В.И. Сопротивление материалов. М., "Наука", 1972, 544 с.

Поступила в ред.-изд.отд.

4 мая 1978 года