МАШИННЫЕ МЕТОДЫ ОБНАРУЖЕНИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ
(Вычислительные системы)
1981 год Выпуск 88

УДК 519.95:155.5.007

К ПОПЫТКЕ ВЫДЕЛЕНИЯ ТИПОВ ЗАДАЧ ОБНАРУЖЕНИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ И РАЗРАБОТКИ ПРАВИЛ ИХ ПОСТАНОВКИ

Ю.А.Воронин

1. В настоящее время нет общепринятых представлений о задачах и о закономерностях [1]. Тем более нет общепринятых представлений о задачах обнаружения закономерностей [7,8]. В настоящей статье делается попытка найти некоторый подход к выработке таких представлений. Везде далее под закономерностью будем понимать отображение одного множества со структурой на другое множество со структурой [2]. Условимся,что закономерности обязательно удовлетворяют некоторым формальным требованиям и получаются неким формально правильным путем из неких содержательных соображений, называемых празакономерностями [1]. Будем считать, что обнаруживаемые закономерности используются для заранее определенных целей. Процесс их обнаружения не является самоцелью.

Условно задачи обнаружения закономерностей удобно интерпретировать как задачи построения функций в их широком понимании [4], так как это открывает интересные возможности. Например, для некоторых функций вещественного переменного исторически сложились некоторые правила постановки задач их построения, которые, видимо, следует считать разумными. Взяв их за основу, можно пытаться разработать правила постановки задач построения функций для всех случаев, с которыми нам приходилось иметь дело. Естественно, что предварительно необходимо разумно выделить типы задач построения функций. Вряд ли сейчас такое выделение можно провести бесспорным образом.

Для дальнейшего важно, что процесс обнаружения закономерностей делится на две части: **творческую**, связанную с постановкой задачи обнаружения закономерностей, и формальную, связанную с решением и исследованием уже поставленной задачи. Естественно, что привлечение ЭВМ на формальной части процесса может существенно повлиять на весь этот процесс [I].

Далее под постановкой задачи понимается указание: цели, прямого (точного и дорогостоящего) способа ее достижения; прямого оптимального (точного и связанного с минимальными затратами) способа ее достижения; множества всех допустимых косвенных (приближенных и дешевых) способов ее достижения; условий, которым должен удовлетворять эффективный косвенный способ достижения цели. Под решением задачи понимается отыскание (методом, обязательно отличным от полного перебора) эффективного косвенного способа достижения цели. Под обоснованием понимается доказательство существования решения задачи хотя бы на модельных примерах. Под качеством решения задачи понимается сравнение по точности и затратам прямого оптимального и эффективного косвенного способов достижения цели [3,5].

2. **Через X будем обозначать множество неких объектов, через x - сами объекты, а через δx - части объектов. Условимся рассматривать** X , x и δx с двух точек зрения: до и после эксплуатации (или вскрытия) [3,6]. Через B и A будем обозначать множество прямых и косвенных свойств, которые могут **приписываться объектам x и их** частям δx после и до эксплуатации.

Допустим, что нас интересует эффективное проведение некоторых операций {g} в X до эксплуатации, при этом будем считать теоретически возможным проведение всех операций {g} в X и после эксплуатации [5]. Тогда мы можем говорить о косвенных и прямых операциях {g} в X. Будем предполагать, что обнаружение закономерностей связано с отысканием эффективных косвенных операций {g} в X.

Заметим, что в некоторых случаях эффективная замена прямых операций косвенными может быть проведена и без явного построения закономерностей на основе обучения [4].

Под функцией условимся понимать отображение A на B, обозначая ее как $b = f(a)$, $b \in B$, $a \in A$ или, ради краткости, как $B = f(A)$.

В связи с понятием функции $B = f(A)$ выделим следующие целевые установки:

I) Построение областей прибытия B и отправления A на основе некоторого заданного множества C (или построение одного множества по заданному другому [2]).

2) Построение функции $B = f(A)$ (или построение отображения одного множества на другое [4]).

3) Преобразование функции $B = f(A)$ в другую функцию $B = \varphi(A')$ (или замена отображения одного множества другим [I]).

4) Исследование функции $B = f(A)$ (или исследование отображения одного множества на другое [I]).

Имея в виду перечисленные целевые установки по отдельности, условимся говорить соответственно о задачах: описания, построения функций, кодирования и исследования [I], а учитывая эти установки совместно, будем говорить о задачах обнаружения закономерностей.

По всей вероятности, задача описания множества X носит пока еще полностью неформальный характер, задача построения функций на множестве X - полуформальный характер, а задача кодирования и исследования функций - формальный характер. В силу сказанного можно считать, что задачи обнаружения закономерностей носят неформальный характер. В связи с этим неясно, какой смысл следует вкладывать в представление о постановке задачи обнаружения закономерностей, и тем более о допустимой, подходящей и эффективной постановках рассматриваемой задачи.

Напомним [I-5], что сейчас общепризнана определяющая роль постановки задач во всех задачах прикладной математики.

Условимся под постановкой задачи обнаружения закономерностей понимать постановку и решение задачи описания множества X и постановку задачи построения функции $B = f(A)$ на этом множестве.

3. Без излишних подробностей будем выделять типы постановок задач обнаружения закономерностей следующим образом [I]:

I) По характеру области отправления A: объективно интерпретируемые (эмпирические) и субъективно интерпретируемые (экспертные).

2) По характеру области прибытия B: непосредственно измеряемые (эмпирические) и непосредственно неизмеряемые (теоретические).

3) По основанию области отправления A: измеряемые целиком на x, измеряемые на частях δx (очень малых, средних и больших).

4) По структуре (шкале) области прибытия B: H_1 (очень слабая), H_2 (слабая), H_3 (сильная) и др.

5) По компонентному составу области отправления A: F (вещество); R (координаты); T (время): RF, FT, RT, RFT.

6) По структуре области отправления A: H_1, H_2, H_3; $H_1 H_2$, $H_1 H_3$, $H_2 H_3$; $H_1 H_2 H_3$.

(Иногда по компонентному составу имеет смысл различать и области прибытия B.)

На основании предыдущего мы получим типизацию постановок задач обнаружения закономерностей, представленную в таблице. В примечаниях к этой таблице сформулирована гипотеза о различии и сходстве типов постановок задач обнаружения закономерностей.

Можно считать, что задачи обнаружения психологических закономерностей или празакономерностей являются формально неинтерпретируемыми задачами.

Переход от празакономерности $B' = \varphi(C)$,где C - экспертная, к закономерности $B' = \varphi(B)$, где B - эмпирическая, будем называть объективной интерпретацией празакономерностей в прямых свойствах. Будем считать, что учет празакономерностей (или интуиции специалистов) может проводиться только с помощью прямых свойств [I].

4. Правила постановки задач обнаружения закономерностей исторически отработаны только для такого частного случая, когда A и B по характеру эмпирические, A по основанию полное, B по структуре сильная, A имеет вещественный компонентный состав и является сильной по структуре. Иначе говоря, когда речь идет о построении вещественных функций многих вещественных переменных $\varphi = \varphi(\{f_i\})$, причем $\varphi = \varphi(x)$, $f_i = f_i(x)$, $x \in X$. В таком случае постановка задачи, как принято считать, сводится к фиксации:

а) типа φ: т.е. к указанию тех f_i, от которых φ существенно зависит;

б) вида φ с точностью до параметров Σ $\varphi = \varphi(\{f_i\}, \Sigma)$;

в) критерия для оценки параметров $k = k(\varphi_j, \{f_i\}_j)$.

Очевидно, что для оценки параметров можно (а иногда и нужно) задавать не только тот или иной простой критерий (наименьших квадратов или наименьших модулей), но и предъявлять более сложные требования.

Для оправдания такой постановки в конкретных случаях используется экспериментальный материал: φ_j, $\{f_i\}_j$ $j = 1 \div n$, некие теоретические представления о φ и $\{f_i\}$,представления о направлении дальнейшего использования φ (см. [I,4]).

Даже для этого случая оценка качества постановки задачи обнаружения закономерностей остается весьма проблематичной [6].

Совершенно неясно, каким образом явно можно контролировать постановку задачи в этом случае, исходя из устойчивости, точности и экономичности определения φ через $\{f_i\}$ на основе сравнения с

Т а б л и ц а

Типизация постановок задач обнаружения закономерностей $B = f(A)$

По характеру А	Эмпирические закономерности		
По характеру В	Эмпирико-эмпирические закономерности	Эмпирико-теоретические закономерности	Психологические законо-мерности или пра-законо-мерности
По основанию А	$\frac{\delta x}{x} \sim 1$; $\frac{\delta x}{x} \sim 10^{-1}$; $\frac{\delta x}{x} \sim 10^{-10}$;	$\frac{\delta x}{x} \sim 1$; $\frac{\delta x}{x} \sim 10^{-1}$; $\frac{\delta x}{x} \sim 10^{-10}$;	
По структуре В	H_1, H_2, H_3 и др.	H_1, H_2, H_3 и др.	
По компонентному составу А	F, R, T, FR, FT, RT, FRT	F, R, T, FR, FT, RT, FRT	
По структуре А	H_1, H_2, H_3 и др.	H_1, H_2, H_3 и др.	

Примечание: **Гипотеза о различии и сходстве типов постановок задачи обнаружения закономерностей. Постановки задач обнаружения закономерностей:** разные по характеру А несопоставимы между **собой, разные по характеру** В **резко отличаются друг от друга, разные по основанию** А **различаются между собой, а разные только по структуре В, компонентному составу** А и структуре А должны быть сходны между **собой.**

непосредственным эмпирическим определением φ (см.[I]). Если принять точность непосредственного определения φ равной I, минимальные затраты, обеспечивающие такое определение φ, как $C(I)$, точность определения φ через $\{f_i\}$ как $\varkappa$, а затраты, обеспечивающие такое определение φ, как $C(\varkappa)$, то на случай устойчивого определения φ через $\{f_i\}$, можно использовать такой общий критерий оценки качества постановки задачи: $\theta_1(\varkappa, C(\varkappa)) \cdot \theta_2(\frac{\varkappa}{1}, \frac{C(\varkappa)}{C(1)})$. При этом совершенно неясно как следует измерять устойчивость определения φ через $\{f_i\}$ (см. [I]). Хотя исторически сложившиеся правила постановки задачи на построение вещественной функции многих вещественных переменных вполне разумна, тем не менее есть место для их совершенствования.

По-видимому, и для тех случаев, когда речь идет о построении вещественной функции многих вещественных переменных, а также координат и сильного времени, выше приведенные суждения о постановке задачи обнаружения закономерностей справедливы.

Важно, что мы имеем две процедуры для получения φ: прямую эмпирическую, которая отвечает максимальной точности и большим затратам, и косвенную теоретическую, которая отвечает неким требованиям устойчивости и некой потере точности, а также сравнительно небольшим затратам. Может оказаться, что косвенная теоретическая процедура получения φ имеет область применения большую, чем прямая эмпирическая [I,6]. Таким образом, косвенная теоретическая процедура определения φ строится нами в двух целях: расширения возможностей определения φ и повышения эффективности такого определения. Если главной целью является расширение возможностей определения φ, то оценка качества постановки задачи обнаружения закономерностей еще более осложняется.

5. Уже в том случае, когда A по характеру эмпирическая, а B - теоретическая, A по основанию полное, B по структуре сильная, A имеет вещественный компонентный состав и является сильной по структуре, правила постановки задач обнаружения закономерностей, очевидно, нуждаются в модификации. В этом случае речь пойдет о построении вещественной функций многих вещественных переменных $\varphi = \varphi(\{f_i\})$, причем $\varphi = \varphi(x)$, $f_i = f_i(x)$, $x \in X$, при условии, что для φ нельзя указать прямую эмпирическую процедуру получения, отвечающую максимальной точности и большим затратам. Тогда мы имеем дело с такой ситуацией: на $x \in X$ мы можем непосредственно измерить некоторые прямые свойства $\{\psi_i\}$ и некоторые косвенные свой-

ства $\{f_i\}$. Оказывается, что нет возможности определить все отдельные ψ_j через $\{f_i\}$, но имеется возможность определить через $\{f_i\}$ некоторые функции $\varphi(\{\psi_j\})$, имеющие некоторый важный смысл [3]. В таком случае нам приходится для φ строить две теоретические процедуры получения φ: вначале прямую $\varphi = \varphi(\{\psi_j\})$, затем косвенную $\varphi = \varphi(\{f_i\})$.

Правила постановки задачи построения $\varphi = \varphi(\{\psi_j\})$ следует формулировать особо, исходя, во-первых, из важности смысла φ и теоретических требований к ней; во-вторых, из сопоставления результатов прямого и косвенного получения φ. Существенно, что и здесь нам приходится фиксировать тип и вид функции $\varphi = \varphi(\{\psi_j\})$ с точностью до параметров, $\varphi = \varphi(\{\psi_j\}, \Sigma_\psi)$. Однако мы лишены возможности указать какие-либо условия для определения параметров Σ_ψ, не обращаясь к $\varphi = \varphi(\{f_i\})$ (см. [I]). После фиксации типа и вида φ и фиксации $\varphi = \varphi(\{f_i\}, \Sigma_f)$ можно указать условия для одновременного определения параметров Σ_ψ и Σ_f, исходя из максимального соответствия между $\varphi = \varphi(\{\psi_j\}, \Sigma_\psi)$ и $\varphi = \varphi(\{f_i\}, \Sigma_f)$. В частности можно использовать, например, требование:

$$\sum_k \{\varphi(\{\psi_j\}_k \Sigma_\psi) - \varphi(\{f_i\}, \Sigma_f)\}^2 = \min.$$

Естественно, что и в этом случае оценка качества постановки задачи обнаружения закономерностей остается проблематичной.

Важно, что надо различать построение прямой процедуры получения φ, $\varphi = \varphi(\{\psi_j\}, \Sigma_\psi)$ и построение косвенной процедуры получения φ, $\varphi = \varphi(\{f_i\}, \Sigma_f)$, но раздельно рассматривать их не имеет смысла, так как параметры Σ_ψ и Σ_f должны определяться одновременно [3,6].

Можно считать, что задача обнаружения закономерностей, о которой шла речь в п.4, является частным случаем задачи обнаружения закономерностей, о которой речь идет здесь.

6. Рассмотрим теперь случай, когда A и B по характеру эмпирические, A по основанию неполное, B по структуре сильная, A имеет вещественный компонентный состав и является сильной по структуре. Иначе говоря, когда речь идет о построении на объектах $x \in X$ вещественной функции, которая зависит от вещественных переменных на частях δx объектов $x \in X$: $\varphi = \varphi(\{f_i\})$, причем $\varphi = \varphi(x)$, а $f_i = f_i(\delta x)$, $x \in X$. Наибольший интерес представляет случай малых частей, когда $\frac{\delta x}{x} \sim 10^{-10}$. Иначе говоря, когда $x \in X$ представляют собой пространственные тела, а δx являются точками или пробами

[I,6]. Естественно поступать так: вначале построить функцию $\tilde\varphi = \tilde\varphi(\{f_i\})$, где $\tilde\varphi = \tilde\varphi(\delta x)$ и $f_i = f_i(\delta x)$, что можно сделать описанным ранее способом, предварительно задав прямую процедуру определения φ на δx, а затем построить $\varphi = \varphi(\{\tilde\varphi_i\})$, где $\varphi = \varphi(x)$, а $\tilde\varphi_i = \tilde\varphi(\delta x_i)$ (см. [6]). Но прежде, чем строить косвенную процедуру определения φ через $\{\tilde\varphi_i\}$, нам необходимо задать некоторую прямую процедуру определения φ на $x \in X$ или на его больших частях. В частном случае такую прямую процедуру можно построить исходя из прямой процедуры определения φ на δx, расположенных правильно и достаточно густо, с помощью, например, линейной интерполяции, $\varphi = \varphi(\{\tilde\varphi\}, \Sigma)$ [I]. Ясно, что в общем случае косвенную процедуру определения φ на $x \in X$ можно строить исходя из прямой процедуры определения φ на δx, расположенных неправильно и редко, а также исходя из определения $\{f_i\}$ на δx, расположенных правильно и достаточно густо, $\varphi = \varphi(\{\varphi_i\}, \{f_j\})$ (см. [6]). Правила постановки задачи построения $\varphi = \varphi(\{\tilde\varphi_i\}, \Sigma)$ следует формулировать особо, исходя, во-первых, из важности смысла дифференциальных свойств φ и теоретических требований к ней, во-вторых, из сопоставления результатов прямой и косвенной процедур получения φ. При заданной с точностью до параметров $\varphi = \varphi(\{\tilde\varphi_i\}, \Sigma)$ правила постановки подзадачи построения $\varphi = \varphi(\{\varphi_i\}, \{f_j\}, \Sigma)$ можно оставить без изменений, лишь несколько модифицировав критерий качества построения. Конечно, и в этом случае оценка качества постановки задачи обнаружения закономерностей остается проблематичной. Здесь опять-таки надо различать построение прямой процедуры получения φ, $\varphi = \varphi(\{\tilde\varphi_i\}, \Sigma)$ и построение косвенной процедуры получения φ, $\varphi = \varphi(\{\varphi_i\}, \{f_j\}, \Sigma)$, но раздельно рассматривать их не имеет смысла. Разумеется, нужно заранее оговаривать, в каком смысле эффективную косвенную процедуру получения φ мы хотим построить.

7. Необходимо отметить один случай обнаружения закономерностей, представляющий для естествознания особый интерес. Этот случай связан с построением функций $\varphi = \varphi(\{\tilde\varphi\})$, где $\varphi = \varphi(x)$, а $\tilde\varphi = \tilde\varphi(\delta x)$, причем вместо δx можно записать координаты, положим, y и z и считать, что φ и $\tilde\varphi$ измеряются в очень слабой шкале - шкале наименований. Чаще всего в таком случае интерпретируют значение φ и $\tilde\varphi$ как названия горных пород или почв, говорят о задаче корреляции (см. [I]).

Если положить, что φ и $\tilde{\varphi}$ измеряются в сильной шкале, то мы будем иметь дело с построением функции $\varphi = \varphi(y,z)$, которая задана в точках (y_i, z_{ik}), $i = 1 \div n$, $k = 1 \div m_i$. В пассивном случае эти точки считаются заранее фиксированными, в активном случае их можно особым образом выбирать [4]. На основании предыдущего можно утверждать, что при этом мы столкнемся с задачами построения прямой и косвенной процедур получения φ на достаточно больших областях $G(y,z)$. Как и ранее, прямую процедуру получения φ на $G(y,z)$ можно построить исходя из измерения φ в некоторой правильной и густой сети, используя линейную интерполяцию. В случае же измерения φ и $\tilde{\varphi}$ в очень слабой шкале приходится прибегать к ступенчатой интерполяции (или элементаризации [6]), и здесь постановка задачи обнаружения закономерностей, ясная в общих чертах, сталкивается с трудностями, в первую очередь, задания $\varphi(y,z)$ с точностью до параметров [I]. Вряд ли такую задачу можно разумно поставить, не уточняя содержательного смысла $\varphi(y,z)$, в частности, содержательного смысла наименований горных пород или почв. Как уже отмечалось [I], почти всегда эти наименования можно интерпретировать как приближенное кодирование значений различных свойств ε-образцов земной коры. Если это так, то задача корреляции сводится к задаче интерполяции многих функций $\varphi_i(y,z)$, измеренных в сильных шкалах, для которых выполняется слабое условие непрерывности: точки, бесконечно близкие по y и z, можно почти всегда считать сходными по всем φ_i.

8. Пусть теперь дано множество объектов X, на котором задана празакономерность $B' = f(C)$, где C – экспертная, с помощью которой опытные специалисты делят X на два конкретных образа: X_1 и X_2, описанных с точки зрения свойств $\{h_i\}$. Иначе говоря, обратимся к случаю широко известной задачи распознавания. На основании предыдущего при ее постановке мы должны действовать следующим образом. Во-первых, строить прямую и оптимальную в некотором смысле процедуру разделения X на X_1 и X_2, строить $n = f(B)$, $n = I,2$, где B эмпирическая. Учитывая, что при этом мы имеем дело с прямыми свойствами, следует говорить об организации образов. Во-вторых, строить косвенную и эффективную в некотором смысле процедуру разделения X на X_1 и X_2, строить $n = \varphi(A)$, $n = I,2$, где A эмпирическая. Учитывая, что при этом мы имеем дело с косвенными свойствами, следует говорить о распознавании образов. Как и ранее, следует различать построение прямой и косвенной процедур разделе-

ния X на X_1 и X_2, но раздельно рассматривать их не имеет смысла. Нельзя организовать образы, не сообразуясь с тем, как они будут распознаваться. Следует помнить, что исходная празакономерность расплывчата в смысле Л.Заде и этой расплывчатостью можно разумно распорядиться. Следует учитывать, что празакономерности часто не только расплывчаты, но сложно интерпретируемы. Например, часто делят объекты $x \in X$ на промышленные (X_1) и непромышленные (X_2). В действительности же речь идет об определении для $x \in X$ оптимальных направлений и способа использования, показателя эффективности использования и его значения.

9. В случае, если речь идет о решении задачи, связанной с четко поставленной целью, какими-либо двумя различными способами при явно нефиксированных постановках задачи, вряд ли имеет смысл говорить о сравнении этих способов через результаты решения. Существенно различие прежде всего в постановках задачи, а не в результатах их решения [I]. Это позволяет иначе взглянуть, например, на создание полигонов для распознавания.

Литература

I. ВОРОНИН Ю.А. Совершенствование методологических, теоретических и организационных основ поисков и разведки полезных ископаемых в связи с применением математических методов и ЭВМ.- Новосибирск, 1976. - III с. (Препринт/ВЦ СО АН СССР).

2. ВОРОНИН Ю.А., ГОРЕЛОВА Н.Г. О постановке и решении задачи построения структурного множества. -В кн.: Применение математических методов и ЭВМ при поисках полезных ископаемых. Труды ВЦ СО АН СССР, Новосибирск, 1976, с.36-52.

3. ВОРОНИН Ю.А. О постановке задачи оценки месторождений. -Там же, 1977, с.97-116.

4. ВОРОНИН Ю.А., ТУРЕНКО С.К., ФЕЙГЕНБЕРГ С.Д. О постановке и решении основной задачи геологической интерпретации комплексных геофизических данных. -В кн.: Математические методы при поиске и разведке полезных ископаемых. Труды ВЦ СО АН СССР, Новосибирск, 1978, с.71-91.

5. ВОРОНИН Ю.А. Об оптимизационных задачах в сложных ситуациях. -В кн.: Системы и методы отработки данных. Труды ВЦ СО АН СССР, Новосибирск, 1978, с.38-45.

6. ВОРОНИН Ю.А. К проблеме геологического запаса в месторождениях полезных ископаемых. -В кн.: Математические вопросы анализа данных. Труды ВЦ СО АН СССР, Новосибирск, 1980, с.143-147.

7. ДРОБЫШЕВ Ю.П. Задачи и методы анализа данных. - Там же, с. 6-14.

8. ЗАГОРУЙКО Н.Г. Некоторые проблемы анализа данных. -Там же, с. 15-19.

Поступила в ред.-изд.отд.
2 февраля 1981 года