МЕТОДЫ ОБНАРУЖЕНИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ С ПОМОЩЬЮ ЭВМ
(Вычислительные системы)
1981 год Выпуск 91

УДК 518.74

ПАРАДОКСАЛЬНОСТЬ МЕТОДОВ ИНДУКЦИИ

Е.Е.Витяев, В.Ф.Новиков

Наиболее общим определением индуктивного метода обычно считается следующее: индуктивный метод есть способ перехода от единичных высказываний к общим высказываниям о мире.

История проблемы индукции насчитывает более 2000 лет. Еще Сократ ставил вопрос о способах образования общих понятий. Аристотель описал процесс, получивший позднее название индукции через простое перечисление, который далее развили в метод научной индукции Ф.Бэкон и Дж.Миль.Большая группа исследователей рассматривает возможность построения методов индукции в формальных языках [I-6].

Во всех упомянутых работах методы индукции строятся как формализация некоторых эвристических приемов усиления гипотез. Принципиально отличный подход к проблеме индукции предложен К.Ф.Самохваловым [7,I0],который исследовал возможность построения методов индукции не на основе эвристики,а путем выявления необходимых требований к методам индукции. В качестве таковых выдвинуты требования нетривиальности, непротиворечивости гипотезы исходным данным и лингвистической инвариантности. Метод индукции, удовлетворяющий этим требованиям,назван регулярным [8]. Однако даже эти необходимые требования, формализующие основные представления о методах индукции,оказались в совокупности таковы, что из них вытекает отсутствие невырожденных (отличающихся от дешифратора) регулярных методов индукции. Иными словами, эти представления о методах индукции парадоксальны.

В связи с этим возникает естественное желание исследовать причину парадоксальности указанных представлений. С этой целью авторы применили следующий метод: для каждого требования (или их совокупности) рассматривается возможность включения его (их) в формальное определение метода индукции. Если при этом удается обосновать, что такое включение не уменьшает общность рассмотрения, то данное требование можно включить в определение и тем самым исключить из рассмотрения при исследовании причин парадоксальности.

Для данного исследования было взято формальное определение методов индукции, использующее более привычный и наглядный язык, в котором результаты наблюдения представляются точками в признаковом пространстве R^n. Оказалось, что в этом случае требования нетривиальности и непротиворечивости гипотезы исходным данным могут быть включены в формализацию без потери общности. Более того, формализацию удается провести так, что она исключает возникновение вырожденных методов индукции.

Относительно требования лингвистической инвариантности авторам удалось доказать, что не существует методов индукции, удовлетворяющих требованию лингвистической инвариантности (см. теорему I). Следовательно, это требование принципиально не может быть включено подобно первым двум в формальное определение методов индукции.

Поскольку в данной работе формализация проводилась на языке, отличном от используемого в [7,8], то возникает вопрос об обосновании необходимости данного требования. Проводя рассуждения, аналогичные проведенным в [8], удалось доказать, что невыполнение требования лингвистической инвариантности приводит к парадоксальным ситуациям, когда применение метода индукции к двум различным языкам, выбор которых определяется нашим произволом, дает несовместимые эмпирические гипотезы. В этом смысле требование лингвистической инвариантности равносильно требованию непарадоксальности. Такое обоснование необходимости требования лингвистической инвариантности сильнее, чем обоснование его "разумности в сильном смысле", приводимое в [8].

Из этих результатов вытекает следующее следствие: если методы индукции существуют, то для них должны возникать парадоксальные ситуации.

Таким образом, методы индукции, удовлетворяющие введенному нами формальному определению, отправляясь от одних и тех же эмпирических данных, записанных в двух различных языках, выбор которых определяется нашим произволом, будут давать противоположные результаты. В этом смысле методы индукции парадоксальны. Источником парадоксальности наших основных представлений о методах индукции являются парадоксальные ситуации.

Мы считаем, что такой же результат можно получить и для языка, используемого в [7,8], и предполагаем это сделать в дальнейших публикациях. Мы также надеемся, что установление источника парадоксальности и использование более привычного и наглядного языка позволит в дальнейшем пересмотреть наши основные представления о методах индукции.

§I. Определение эмпирической гипотезы

Эмпирическую гипотезу в физике, химии или в любой другой науке можно в конечном итоге представить в виде утверждения: если мы будет проводить наблюдения с помощью некоторой измерительной процедуры, то мы не получим результатов наблюдений определенного типа. Уточним некоторые понятия.

Измерительная процедура Obs есть некоторая строго фиксированная последовательность действий над множеством объектов с целью получения некоторого результата наблюдения.

От измерительной процедуры потребуем, чтобы, во-первых, всегда можно было определить, возможно ли проведение наблюдения над заданным множеством объектов A, во-вторых, всегда можно было сказать, удалось ли провести наблюдение, в-третьих, если его провести удалось, то результатом наблюдения являлась некоторая формальная запись, называемая протоколом. Применение измерительной процедуры Obs к некоторому множеству объектов A с получением протокола будем называть наблюдением.

Будем предполагать, что рассматриваемые эмпирические гипотезы применяются к таким ситуациям, которые полностью определяются заданием индивидуальных числовых характеристик каждого объекта в отдельности. В этом случае измерительная процедура Obs включает измерения всех рассматриваемых характеристик объекта, а протокол наблюдения над множеством A представляет собой множество из m векторов в евклидовом пространстве R^n, где n - число рассматриваемых характеристик, а m - число объектов. Таким образом, измерительной процедурой Obs будем называть частичное отображение, определенное на множествах объектов A и принимающее значения во множестве протоколов. Протоколом pr будем называть любое конечное подмножество R^n.

$$pr = Obs(A) = \{\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_m\}, \quad \bar{x}_i \in R^n, \quad i = 1, \dots, m,$$

$$pr = Obs(a_i) = \bar{x}_i \in R^n, \; a_i \in A, \quad i = 1, \dots, m .$$

Допустимое множество результатов наблюдения T (или просто допустимое множество) есть открытое, связное подмножество R^n. Оно определяет множество векторов, которое принимаемая нами эмпирическая гипотеза допускает в качестве возможного результата наблюдения, проведенного над отдельно взятым объектом a.

Протокол pr будем называть подтверждающим эмпирическую гипотезу (или допустимым), если он лежит в T, $pr \subset T$ и опровергающим эмпирическую гипотезу (недопустимым)-в противном случае.

Обоснуем предположения открытости и связности допустимого множества T. В процессе измерения всегда возникают некоторые погрешности, поэтому разумно предполагать, что если некоторый вектор в R^n является допустимым, то допустимыми должны быть и результаты наблюдений, находящиеся в некоторой его окрестности. Предположение о связности множества T сделано для упрощения доказательства. Его можно ослабить (см.следствие 2).

Эмпирической гипотезой h будем называть пару $\langle Obs, T \rangle$, где Obs - измерительная процедура, T - допустимое множество результатов наблюдения. Эмпирическая гипотеза является гипотезой о том, что для любого множества объектов A протокол $pr = Obs(A)$ должен лежать в T, $pr \subset T$.

§2. Определение метода индукции

Метод индукции f должен по эмпирической гипотезе $h_0 = \langle Obs, T_0 \rangle$ и протоколу наблюдения $pr_0 = Obs(A)$ над некоторым множеством объектов A давать новую эмпирическую гипотезу $h_1 = \langle Obs\ T_1 \rangle$, более сильную, чем исходная. У гипотез h_0, h_1 и протокола pr_0 одна и та же измерительная процедура Obs. Тем самым мы фиксируем следующее представление о методах индукции: гипотезы h_0, h_1 и протокол pr_0 должны нести информацию об одних и тех же явлениях, свойствах, величинах и т.д. В противном случае не имеет смысла сопоставлять их в утверждении, что гипотеза h_1 получается усилением гипотезы h_0 с помощью протокола pr_0.

Таким образом, для определения метода индукции $f: \langle h_0, pr_0 \rangle \to h_1$ нам достаточно определить метод построения допустимого множества T_1. Так как нашей целью является исследование возможности построения формальных и эффективных методов индукции, то мы будем рассматривать только методы индукции f, в которых допустимое множество T_1 получается в результате применения некоторого формального метода индукции.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ I. Формальным методом индукции будем называть эффективное отображение ind_f[ж]: $T_1 = ind_f(T_0, pr_0)$, где pr_0 - протокол, $pr_0 \neq \emptyset$; T_0, T_1 - допустимые множества, удовлетворяющие условию $pr_0 \subset T_1 \subset T_0$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Методом индукции f будем называть отображение f: $\langle h_0, pr_0 \rangle \to h_1$, определенное на любой паре $\langle h_0, pr_0 \rangle$, где $h_0 = \langle Obs, T_0 \rangle$, $pr_0 = Obs(A)$, A - множество объектов; $h_1 = \langle Obs, T_1 \rangle$, $T_1 = ind_f(T_0, pr_0)$, ind_f - некоторый формальный метод индукции, и удовлетворяющее условию: существует пара $\langle h_0, pr_0 \rangle$, такая что $f(\langle h_0, pr_0 \rangle) = h_1$ и $T_1 \neq T_0$.

Обоснуем эти определения. Исходными данными для метода индукции является пара $\langle h_0, pr_0 \rangle$, $h_0 = \langle Obs, T_0 \rangle$. Формальной частью этих данных может быть в общем случае только пара $\langle T_0, pr_0 \rangle$. Измерительная процедура Obs есть последовательность действий, которая не формальна. Если даже и можно, в принципе, описать эту последовательность действий формально, то мы такую возможность в данной работе рассматривать не будем. Поэтому формальный метод индукции зависит только от пары $\langle T_0, pr_0 \rangle$.

Метод индукции должен усиливать исходную гипотезу за счет использования некоторых новых результатов наблюдения pr_0, поэтому $pr_0 \neq \emptyset$. Эти результаты наблюдения не должны противоречить гипотезе h_0, поэтому $pr_0 \subset T_0$. Если это условие не выполнено, то гипотеза h_0 опровергнута протоколом pr_0 и ее следует пересмотреть. Мы предполагаем, что не имеем смысла усиливать гипотезу на основании наблюдений, которые ее опровергают.

Полученная в результате применения метода индукции гипотеза h_1 также не должна опровергаться протоколом pr_0, поэтому $pr_0 \subset T_1$. Усиленная гипотеза h_1 не должна противоречить исходной гипотезе h_0, т.е. если $pr \subset T_1$, то $pr \subset T_0$, поэтому $T_1 \subset T_0$.

Метод индукции f определен на любой паре $\langle h_0, pr_0 \rangle$, но нам не известно, существует хотя бы одна такая пара. Чтобы область определения метода f была не пустой предполагается, что

[ж] Условие эффективности, естественно, налагает условие, чтобы T_0, pr_0 также задавались эффективно.

такая пара существует. Кроме того, метод индукции f не должен быть тривиальным на тех парах, которые существуют, т.е., отправляясь от исходной гипотезы h_0, он не должен всегда снова давать гипотезу h_0. Поэтому должна существовать пара $\langle h_0, pr_0 \rangle$ для которой $T_1 \neq T_0$.

§3. Требование лингвистической инвариантности

Пусть F - некоторый гомеоморфизм пространства R^n на себя. Определим понятие F-перевода эмпирической гипотезы. *F-переводом измерительной процедуры* Obs будем называть измерительную процедуру F Obs, сопоставляющую каждому множеству объектов A протокол $pr' = F\mathrm{Obs}(A) = F(pr)$, $pr = \mathrm{Obs}(A)$. Гомеоморфизм F в измерительной процедуре FObs может осуществляться, например, с помощью какого-нибудь аналогового преобразования. Понятно, что не для любого гомеоморфизма существует аналоговая или электронная схема, реализующая его физически. Мы будем рассматривать только такие классы гомеоморфизмов, в которых каждый гомеоморфизм F и обратный ему F^{-1} могут быть реализованы физически. Пусть $\mathcal{F}$ - некоторый такой класс гомеоморфизмов.

F-переводом *протокола наблюдения* pr будем называть протокол $F(pr)$, *F-переводом допустимого множества результатов наблюдения* будем называть допустимое множество $F(T)$ (гомеоморфизм сохраняет свойства открытости и связности множества T), *F-переводом эмпирической гипотезы* $h = \langle \mathrm{Obs}, T \rangle$ будем называть гипотезу $F{*}h \rightleftharpoons \langle F\mathrm{Obs}, F(T) \rangle$. Две гипотезы будем называть *эмпирически эквивалентными*, если можно доказать, что наблюдения над одним и тем же множеством объектов всегда одновременно подтверждают или опровергают эти гипотезы.

УТВЕРЖДЕНИЕ I. *Для любого $F \in \mathcal{F}$ гипотезы h и $F{*}h$ эмпирически эквивалентны.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть дано произвольное множество объектов A. Проведем эксперимент измерительной процедурой Obs и получим протокол $pr = \mathrm{Obs}(A)$. Применив к нему преобразование F, мы получим одновременно и протокол $pr' = F\mathrm{Obs}(A) = F(\mathrm{Obs}(A)) = F(pr)$, являющийся результатом наблюдения над множеством A в соответствии с процедурой FObs. Так как допустимые множества T и $F(T)$ гипо -

тез h и $F \circ h$ связаны также преобразованием F, то $pr \subset T \Rightarrow F(pr) \subset F(T)$, что доказывает утверждение.

Это утверждение показывает, что гипотезы h и $F \circ h$ нельзя отличить проводя какие-либо эксперименты. Эти гипотезы отличаются только способом записи. Если мы хотим, чтобы метод индукции не зависел от этого способа записи, а зависел от эмпирического содержания гипотез, мы должны принять следующее требование к методам индукции. Предположим, что мы имеем исходные данные $\langle h_0, pr_0 \rangle$ для метода индукции f. Тогда мы имеем и исходные данные $\langle F \circ h_0, F(pr_0) \rangle$, $F \in \mathcal{F}$. Мы можем либо вначале сделать F-перевод данных $\langle h_0, pr_0 \rangle$, а затем применить метод индукции f, либо наоборот, вначале применить метод индукции, а затем сделать F-перевод. Результат должен быть одним и тем же.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Будем говорить, что метод индукции f удовлетворяет *требованию лингвистической инвариантности* (или просто инвариантен) относительно класса гомеоморфизмов $\mathcal{F}$ и исходных данных $\langle h_0, pr_0 \rangle$, если для любого гомеоморфизма $F \in \mathcal{F}$ выполняется условие

$$F(ind_f(T_0, pr_0)) = ind_f(F(T_0), F(pr_0)). \qquad (1)$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4. Будем говорить, что метод индукции f удовлетворяет *требованию лингвистической инвариантности* (или просто инвариантен) относительно класса гомеоморфизмов $\mathcal{F}$, если он инвариантен относительно $\mathcal{F}$ для любых исходных данных.

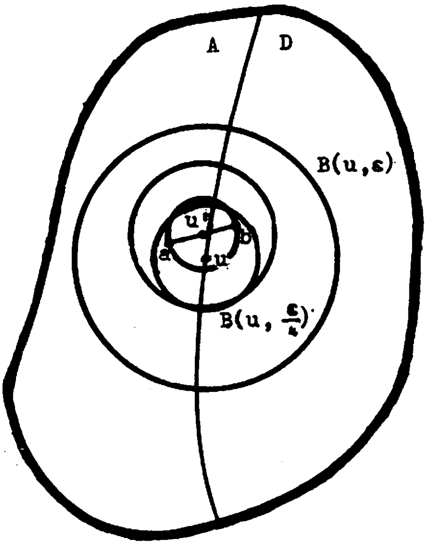
Покажем, что требование инвариантности относительно $\mathcal{F}$ является слишком сильным.

ТЕОРЕМА I. *Для любого пространства R^n, $n \geq 2$, можно указать класс гомеоморфизмов $\mathcal{F}$ в R^n такой, что не существует методов индукции, удовлетворяющих требованию лингвистической инвариантности относительно $\mathcal{F}$.*

Докажем предварительно следующую лемму.

ЛЕММА. *Для любого открытого, связного подмножества A пространства R^n, $n \leq 2$, содержащего открытое подмножество D, $D \neq A$, существуют две точки $a \in D$ и $b \in A$, $b \notin D$ и гомеоморфизм F пространства R^n, такой что $F(a) = b$, $F(b) = a$, $F(A) = A$ и F тождествен вне A.*

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО леммы. Пусть нам даны множество A и его подмножество D. Построим требуемый гомеоморфизм. Возьмем точку $u \in A \setminus D$ такую, что в любой ее окрестности $O \subseteq A$ найдутся точки a и b такие, что $b \in D$, $a \in A \setminus D$, $b \neq u$, $a \neq u$. Докажем, что такая точка u существует. По определению, пространство E связно, если его нельзя представить в виде объединения двух непустых непересекающихся множеств, открытых в E. Множество в топологическом пространстве связно, если оно связно как подпространство [9]. Поскольку A связно и D открыто, то $A \setminus D$ не открыто. Следовательно, существует точка множества $A \setminus D$, не являющаяся внутренней. Обозначим эту точку через u (рис.I). Так как $u \in A$ и A открыто, то существует окрестность $O \subseteq A$ точки u, целиком лежащая в A. Вследствие того, что точка u не внутренняя для множества $A \setminus D$, то для любой окрестности O точки u есть точка b, $b \neq u$, лежащая во множестве D.



Если точка u такова, что у нее существует окрестность O, целиком (за исключением самой точки u) лежащая в D, то, обозначая множество таких изолированных точек через S, можно получить следующее разбиение множества A: $A = ((A \setminus D) \setminus S) \cup (D \cup S)$, т.е. мы объединили множества D и S. Множество $D \cup S$ будет открыто, поскольку D открыто и каждая точка из множества S имеет окрестность, целиком лежащую в D. Так как A связно и $D \cup S$ открыто, то $(A \setminus D) \setminus S$ не открыто; следовательно, существует точка $u \in (A \setminus D) \setminus S$ такая, что в любой ее окрестности $O \subseteq A$ найдутся точки a и b такие, что $b \in D$, $a \in A \setminus D$, $b \neq u$, $a \neq u$. Что и требовалось доказать.

Поскольку базой топологии [9, с. 72] в пространстве R^n является система открытых шаров, то в качестве окрестности $O \subseteq A$ можно взять открытый шар с центром в точке u радиуса ε, целиком лежащий в A. Обозначим этот шар через $B(u,\varepsilon)$. В этом шаре возьмем шар $B(u, \varepsilon/4)$ радиуса $\varepsilon/4$ с центром в точке u. В шаре $B(u, \varepsilon/4)$ найдутся точки $a \in A \setminus D$ и $b \in D$, $a \neq u$, $b \neq u$. По этим двум точкам a и b построим новый шар так, чтобы отрезок $[a,b]$ являлся его диаметром. Пусть это будет шар $B\left(u', \frac{[a,b]}{2}\right)$. Объемлем шар $B\left(u', \frac{[a,b]}{2}\right)$ шаром $B(u',[a,b])$ радиуса $\rho[a,b]$ с центром также в точке u'. Учитывая следующее неравенство:

$$\rho(u,x) \leq \rho(u',u) + \rho(u',x) \leq \frac{\varepsilon}{4} + \rho(a,b) \leq \frac{\varepsilon}{4}\varepsilon,$$

где x - произвольная точка шара $B(u',[a,b])$, ρ - евклидова метрика, мы можем заключить, что шар $B(u',[a,b])$ целиком лежит в шаре $B(u,\varepsilon)$.

Возьмем гомеоморфное преобразование G пространства R^n, состоящее из переноса точки u' в начало координат и последующего поворота пространства R^n так, чтобы точки a и b перешли в точки $G(a) = (0,0,\ldots, r_1\ r_2)$ и $G(b) = (0,0,\ldots,-r_1, -r_2)$. Такое преобразование можно явно выписать, зная координаты точек a и b. Ясно, что $\rho(a\ b) = 2\sqrt{r_1^2 + r_2^2}$.

Сделаем еще одно гомеоморфное преобразование F' пространства R^n

$$F'(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \ldots & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & \ldots & \cos\varphi(x) & -\sin\varphi(x) \\ 0 & 0 & \cdot & \ldots & \sin\varphi(x) & \cos\varphi(x) \end{pmatrix},$$

где

$$\varphi(x) = \begin{cases} \pi, \text{ если } \rho(x,0) \leq \rho(a,b)/2, \\ \pi - \dfrac{\pi(\rho(x,0)-r)}{r}, \text{ если } \dfrac{\rho(a,b)}{2} \leq \rho(x,0) \leq \rho(a,b), \\ 0, \text{ если } \rho(x,0) > \rho(a,b), \text{ где } r = \dfrac{\rho(a,b)}{2}. \end{cases}$$

Поясним, как действует это преобразование для случая 3-х мерного пространства. Ниже на рис. 2 дан разрез шара плоскостью, проходящий через начало координат и точки $G(a)$ и $G(b)$ так, что она перпендикулярна той оси координат, значение которой равно нулю у точек $G(a)$ и $G(b)$. Вне шара $G\ (B(u',[a,b])) = B(0,\rho(a,b))$ пре-

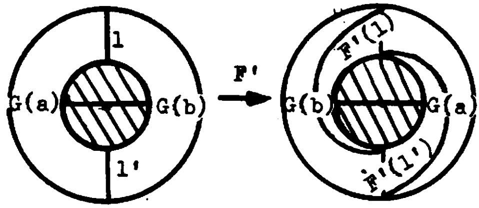


Рис. 2

образование F' тождественно, а шар $B(0, \frac{\rho(a,b)}{2})$ вращается (на рис.2 он заштрихован) как сплошное тело вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка, и переставляет точки $G(a)$ и $G(b)$, а на остальной области действие F' показано на рисунке на примере отрезков 1 и 1'. Из всего сказанного легко представить, как преобразование F' действует на остальные разрезы шара плоскостями, параллельными данной.

Теперь мы в состоянии выписать искомый гомеоморфизм F : $F = G\,F'\,G^{-1}$. Этот гомеоморфизм переставляет точки a и b и удовлетворяет условию $F(A) = A$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО теоремы. Представим ход доказательства на рис. 3.

Определим класс гомеоморфизмов $\mathcal{F}$. Можно заметить, что гомеоморфизмы F, которые строятся в лемме, во-первых, можно реализовать физически, во-вторых, они полностью определяются выбором двух точек a и b из R^n, $n \geq 2$. Пусть $\mathcal{F}$ – класс таких гомеоморфизмов, определяемых всевозможными парами точек a и b из R^n.

Доказательство теоремы проведем от противного. Предположим, что существует метод индукции f, удовлетворяющий требованию лингвистической инвариантности относительно класса $\mathcal{F}$. Тогда в силу определения метода индукции существует пара $\langle h_0, pr_0 \rangle$ такая, что $f(\langle h_0, pr_0 \rangle) = h_1$, $T_1 \neq T_0$, $T_1 \subset T_0$, $T_1 = ind_f(T_0, pr_0)$. Рассмотрим множество $A = T_0 \setminus pr_0$ и его подмножество $D = T_1 \setminus pr_0$. Так как множество pr_0 конечно, то множества A и D будут открыты и связны. В силу леммы существуют два одноточечных протокола pr_1, pr_2 и гомеоморфизм $F \in \mathcal{F}$ такие, что $pr_1 \not\subset pr_0$, $pr_2 \not\subset pr_0$, $pr_1 \subset T_0 \setminus T_1$, $pr_2 \subset T_1$, F тождествен вне T_0 и

$$F(pr_1) = pr_2,\ F(pr_2) = pr_1,\ F(T_1) \neq T_1,$$

$$F(pr_0) = pr_0,\ F(T_0) = T_0.$$

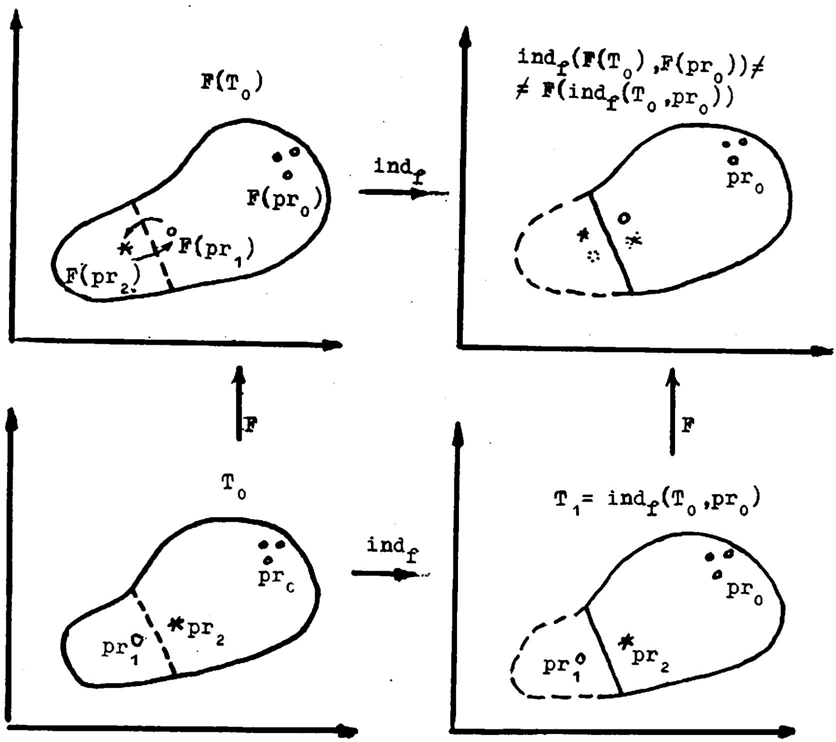


Рис. 3

Покажем, что для гомеоморфизма F нарушается требование лингвистической инвариантности. Рассмотрим наряду с парой $\langle h_0, pr_0 \rangle$ пару $\langle F \cdot h_0, F(pr_0) \rangle$. Метод индукции f должен быть применим и к паре $f: \langle F \cdot h_0, F(pr_0) \rangle = h_1'$. Рассмотрим допустимые множества $T_1 = ind_f(T_0, pr_0)$ и $T_1' = ind_f(F(T_0), F(pr_0))$. Так как $F(T_0) = T_0$ и $F(pr_0) = pr_0$, то аргументы у отображения ind_f в обоих случаях будут одни и те же. Поэтому $T_1 = T_1'$. В то же время в силу требования лингвистической инвариантности должно выполняться равенство $F(T_1) = T_1'$. Из этих двух равенств вытекает равенство $F(T_1) = T_1$, которое не может выполняться по построению F. Теорема доказана.

Условие $n \geq 2$ для пространства R^n не существенно. Можно доказать теорему и для $n = 1$.

СЛЕДСТВИЕ I. Если в качестве исходной эмпирической гипотезы взять гипотезу $h_0 = \langle Obs, R^n \rangle$, $n \geq 2$, т.е. гипотезу "все возможно", то и в этом случае нельзя сделать первый шаг усиления по некоторому протоколу pr_0, так как R^n – открытое, связное множество и в силу теоремы I не существует методов индукции, инвариантных относительно $\mathcal{F}$.

СЛЕДСТВИЕ 2. Нетрудно показать, что теорема I справедлива также и для таких эмпирических гипотез, у которых допустимое множество не обязательно связно. Но в этом случае в каждой компоненте связности должна содержаться хотя бы одна точка протокола pr_0.

Таким образом, принять требование лингвистической инвариантности нельзя, так как нет методов индукции, ему удовлетворяющих. Покажем, что не принять его также нельзя, так как это приводит к парадоксальным ситуациям, определяемым ниже.

Из теоремы следует, что для любого метода индукции f существуют исходные данные $\langle h_0, pr_0 \rangle$, для которых нарушается требование лингвистической инвариантности относительно $\mathcal{F}$. Определим, для каких исходных данных это требование нарушается. Для пространства R^n, $n \geq 2$, в дальнейшем всегда будем брать класс гомеоморфизмов $\mathcal{F}$, определенный в доказательстве теоремы I.

ТЕОРЕМА 2. Любой метод индукции f не удовлетворяет требованию лингвистической инвариантности относительно $\mathcal{F}$ и любых исходных данных $\langle h_0, pr_0 \rangle$, таких что $f(\langle h_0, pr_0 \rangle) = h_1$, $T_1 \neq T_0$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Проводится так же, как и доказательство теоремы I.

Таким образом, требование лингвистической инвариантности нарушается для тех исходных данных, на которых метод индукции про -

изводит нетривиальное усиление. Покажем, что в каждом таком случае нарушение требования лингвистической инвариантности приводит к парадоксальным ситуациям, состоящим в том, что метод индукции f, отправляясь от эмпирически эквивалентных исходных данных, будет давать различные усиления, приводящие к противоречию в том смысле, что одно усиление будет утверждать для некоторого протокола pr, что он допустим, а другое, что он **недопустим**.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4. Будем говорить, что для метода индукции f возникла п а р а д о к с а л ь н а я с и т у а ц и я, если для исходных данных $\langle h_0, pr_0 \rangle$, ($h_0 = \langle Obs, T_0 \rangle$, $pr_0 = Obs(A)$, A - некоторое множество объектов), протокола pr и гомеоморфизма $F \in \mathcal{F}$ имеют место соотношения

$$h_1 = f(\langle h_0, pr_0 \rangle) = \langle Obs, T_1 \rangle, \quad T_1 = ind_f(T_0\ pr_0),$$

$$h_1^F = f(\langle F{\bullet}h_0, F(pr_0)\rangle) = \langle FObs, T_1^F \rangle, \ T_1^F = ind(F(T_0)\ F(pr_0))$$

и либо $pr \subset T_1$, $F(pr) \not\subset T_1^F$, либо $pr \not\subset T_1$, $F(pr) \subset T_1^F$.

УТВЕРЖДЕНИЕ 2. Е с л и д л я м е т о д а и н д у к ц и и f н е в ы п о л н е н о т р е б о в а н и е л и н г в и с т и ч е с к о й и н в а р и а н т н о с т и о т н о с и т е л ь н о к л а с с а г о м е о м о р ф и з м о в $\mathcal{F}$ и и с х о д н ы х д а н н ы х $\langle h_0, pr_0 \rangle$, т о с у щ е с т в у ю т г о м е о м о р ф и з м $F \in \mathcal{F}$ и п р о т о к о л pr, д л я к о т о р ы х и м е е т м е с т о п а р а д о к с а л ь н а я с и т у а ц и я.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО непосредственно следует из определения парадоксальной ситуации и лингвистической инвариантности. Действительно, нарушение требования лингвистической инвариантности означает, что существует гомеоморфизм $F \in \mathcal{F}$, для которого нарушается равенство (I). Но отсюда сразу следует, что существует протокол pr, удовлетворяющий условиям возникновения парадоксальной ситуации.

Покажем, в чем состоит парадоксальность рассматриваемой ситуации и методов индукции. Пусть у нас есть некоторый метод индукции f. Мы хотим применить его к исходным данным $\langle h_0, pr_0 \rangle$ для того, чтобы получить более сильную гипотезу h_1, $T_1 \neq T_0$. Смысл получения более сильной гипотезы h_1 состоит в том, чтобы мы могли более определенно высказываться о возможных результатах наблюдения. Например, если нам дано некоторое множество объектов A, то еще до проведения наблюдений мы могли бы сказать, что протокол наблюдения должен лежать только в T_0, но даже в T_1, $T_1 \subset T_0$, $T_1 \neq T_0$.

Пусть $f(\langle h_0, pr_0 \rangle) = h_1$, $T_1 \neq T_0$ (случай $T_1 = T_0$ нам не интересен). Тогда в силу теоремы 2 для метода индукции будет нарушаться требование лингвистической инвариантности относительно класса гомеоморфизмов $\mathcal{F}$, а в силу утверждения 2 для некоторого $F \in \mathcal{F}$ и протокола pr возникнет парадоксальная ситуация. Парадоксальность ее в том, что для исходных данных $\langle h_0, pr_0 \rangle$ мы сразу можем указать другие, эмпирически эквивалентные исходные данные $\langle F * h_0, F(pr_0) \rangle$, которые являются просто другой записью этих же исходных данных, применение метода индукции f к которым дает гипотезу h_1^F, отличную от гипотезы $F * h_1$. Причем эти две гипотезы отличаются на протоколе pr. Одна из гипотез, например h_1, будет утверждать, что протокол pr допустим, а другая h_1^F, что протокол $F(pr)$ недопустим. В этом неформальном противоречии и заключается парадоксальность данной ситуации.

Мы не можем предпочесть утверждение, которое делает одна гипотеза другой, так как гипотезы h_1, h_1^F получены в совершенно симметричных обстоятельствах. Так как гомеоморфизмы F и F^{-1} физически реализуемы, то как только нам даны исходные данные $\langle h_0, pr_0 \rangle$, то имеем и исходные данные $\langle F * h_0, F(pr_0) \rangle$, $F \in \mathcal{F}$. От данных $\langle F * h_0, F(pr_0) \rangle$ можно перейти обратно к данным $\langle h_0, pr_0 \rangle$, поэтому первичность или вторичность этих данных не имеет смысла. Метод индукции f должен одинаково применяться ко всем данным. Но получающиеся усиления различны и фактически зависят от нашего произвола в выборе гомеоморфизма $F \in \mathcal{F}$.

Гипотезы h_1^F, $F \in \mathcal{F}$ должны содержать более определенные высказывания о результатах наблюдений, чем соответствующие исходные гипотезы $F * h_0$, $F \in \mathcal{F}$. Но эта большая определенность фактически зависит от нашего с у б ъ е к т и в н о г о п р о и з в о л а в выборе F, а не от о б ъ е к т и в н ы х наблюдений pr_0, дающих вместе с гипотезой h_0 исходные данные для метода f.

Авторы благодарны Ю.Г.Косареву и К.Ф.Самохвалову за ряд полезных замечаний по работе.

Л и т е р а т у р а

1. КАЙБЕРГ Г. Вероятность и индуктивная логика.-М.: Прогресс, 1978. - 375 с.

2. HINTIKKA I. A two-Dimensional Continuum of Inductive Methods.-In: Aspects of Inductive Logic (Hintikka and Suppes, eds.). North-Holland, Amsterdam,1956,p.113-132.

3. CARNAP R. The Aim of Inductive Logic.- In: Logic Methodology and Philosophy of Science (Nagel, Suppes and Tarski, eds.).Stanford, Stanford University Press,1963,p.303-318.

4. CARNAP R. The Continuum of Inductive Methods.-Chicago: University of Chicago Press,1952.

5. CARNAP R. The Logical Foundation of Probability.- Chicago: University of Chicago Press,1963.- 613 p.

6. KENUNY J.G. The Use of Simplicity in Induction.- Philosophical Review,1953,v.62, p.391-408.

7. САМОХВАЛОВ К.Ф.О теории эмпирических предсказаний.-В кн.:Вычислительные системы, вып. 55. Новосибирск, 1973, с.3-35.

8. ЗАГОРУЙКО Н.Г., САМОХВАЛОВ К.Ф., СВИРИДЕНКО Д.И. Логика эмпирических исследований. - Новосибирск, 1978. - 65 с.

9. Дж.Л.КЕЛЛИ. Общая топология. -М.: Наука, 1968. - 380 с.

10. SAMOCHWALOW K. The impossibility theorem for universal theory of prediction. Reports of Formal Methodology of Empirical Sciences (March 1974-May 1974).19 p. Inst.Philos.and Sociology, Polish Acad.Sci.Wroclaw,1974.

Поступила в ред.-изд.отд.
I6 февраля I98I г.

После переработки поступила
I2 октября I98I г.