

УДК 517.9:621.319.2

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕЛАКСАЦИИ ЗАРЯДА В ЭЛЕКТРЕТАХ

Ю.И.Кузьмин, В.Н.Таиров

В последнее время значительное внимание уделяется изучению процессов, связанных с инжекцией неравновесного заряда в высокоомные материалы. Известен ряд работ [1-12], в которых релаксация заряда электретов рассматривается на базе представлений об инжекционной природе электретного эффекта. В связи с расширяющимся применением [13-18] электретов в качестве активных элементов различных электромеханических преобразователей, возрастает интерес к физике явлений, происходящих при разрядке электретов.

В работах, посвященных изучению процессов переноса в высокоомных веществах, были рассмотрены частичная мгновенная инжекция [3]; инжекция, зависящая от времени [6]; различные варианты зависимости дрейфовой подвижности от напряженности электрического поля [5,6] и от плотности заряда [5].

При исследовании процессов релаксации неравновесного заряда в твердом теле возникает задача, связанная с необходимостью учета влияния ловушек различных типов на нестационарные токи, ограниченные пространственным зарядом. Используемые при этом нелинейные системы уравнений не имеют общих методов решения; рассмотрение возможных взаимодействий носителей заряда с ловушками при различных граничных и начальных условиях представляет собой независимую задачу.

В настоящей работе сформулирована и аналитически решена математическая модель объемной релаксации заряда электрета с одно-временным учетом быстрого перезавхвата носителей мелкими ловушками, равномерно распределенными по толщине образца, и освобождения носителей с глубоких ловушек захвата, сосредоточенных в области начальной локализации инжектированного заряда. Последнее особен -

но важно, так как именно этот процесс определяет временную стабильность поверхностного потенциала электретов.

I. Случай ступенчатого начального распределения заряда

Рассматривается плоскопараллельный образец толщиной L с монополярной электропроводностью. В начальный момент времени $T=0$ в результате инжекции создается неравновесное распределение заряда. В слое толщиной H находятся носители заряда, часть которых захвачена на глубокие ловушки. С противоположной стороны образца, в плоскости $X=L$, расположен неподвижный компенсирующий заряд обратного знака, благодаря которому электрическое поле вне образца отсутствует. Концентрация неравновесных носителей заряда значительно превосходит равновесную концентрацию, которой, следовательно, можно пренебречь. Процесс переноса в изотермических условиях описывается следующей системой уравнений:

$$J_c(X; T) = \mu P(X, T) E(X, T), \quad (1)$$

$$J(T) = J_c(X, T) + \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial T} E(X, T), \quad (2)$$

$$\epsilon \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial X} E(X, T) = P(X, T) + P_t(X, T), \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial X} J_c(X, T) + \frac{\partial}{\partial T} (P(X, T) + P_t(X, T)) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial T} P_t(X, T) = -N P_t(X, T), \quad (5)$$

где (1) и (2) - выражения для плотностей тока проводимости и полного тока соответственно; (3) - уравнения Пуассона; (4) - уравнение непрерывности; (5) описывает освобождение носителей заряда с глубоких ловушек захвата; μ - эффективная дрейфовая подвижность, с помощью которой осуществлен учет быстрого перезахвата [19]; ϵ_0 - электрическая постоянная; ϵ - диэлектрическая проницаемость; P и P_t - объемные плотности зарядов соответственно квазисвободного и захваченного на глубокие ловушки; N - частотный фактор глубоких ловушек.

Начальные условия:

$$P(X, 0) = \begin{cases} \alpha \epsilon \epsilon_0 A & \text{при } X \in (0, H), \\ 0 & \text{при } X \in (H, L), \end{cases}$$

$$P_t(x,0) = \begin{cases} \epsilon\epsilon_0 A & \text{при } x \in (0;H), \\ 0 & \text{при } x \in (H;L), \end{cases}$$

$$E(x,0) = \begin{cases} (\alpha+1)AX & \text{при } x \in (0;H), \\ (\alpha+1)AH & \text{при } x \in (H;L), \end{cases}$$

где $A, \alpha = \text{const}$. Параметр α характеризует соотношение между плотностями квазисвободного и захваченного зарядов.

Граничные условия: $J_c(0;T) = 0, J_c(L+0;T) = 0, E(0;T) = 0$.

Вводятся следующие безразмерные переменные:

$$x \equiv XL^{-1}; \quad h \equiv HL^{-1}; \quad e \equiv E(AH(\alpha+1))^{-1}; \quad t \equiv T\mu AH(\alpha+1)L^{-1}; \quad v \equiv NL(\mu AH(\alpha+1))^{-1};$$

$$j_c \equiv J_c L(\mu\epsilon\epsilon_0)^{-1}(AH(\alpha+1))^{-2}; \quad j \equiv JL(\mu\epsilon\epsilon_0)^{-1}(AH(\alpha+1))^{-2};$$

$$\rho \equiv FL(\epsilon\epsilon_0 AH(\alpha+1))^{-1}; \quad \rho_t \equiv P_t L(\epsilon\epsilon_0 AH(\alpha+1))^{-1}.$$

В безразмерных переменных задача примет вид:

$$j_c(x,t) = \rho(x,t)e(x,t),$$

$$j(t) = j_c(x,t) + \frac{\partial}{\partial t} e(x,t),$$

$$\frac{\partial}{\partial x} e(x,t) = \rho(x,t) + \rho_t(x,t),$$

$$\frac{\partial}{\partial x} j_c(x,t) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho(x,t) + \rho_t(x,t)) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho_t(x,t) = -v\rho_t(x,t);$$

$$\rho(x,0) = \begin{cases} \alpha(h(\alpha+1))^{-1} & \text{при } x \in (0,h), \\ 0 & \text{при } x \in (h,1); \end{cases} \quad (6)$$

$$\rho_t(x,0) = \begin{cases} (h(\alpha+1))^{-1} & \text{при } x \in (0,h), \\ 0 & \text{при } x \in (h,1); \end{cases} \quad (7)$$

$$e(x,0) = \begin{cases} xh^{-1} & \text{при } x \in (0,h), \\ 1 & \text{при } x \in (h,1); \end{cases} \quad (8)$$

$$j_c(0;t) = 0; \quad j_c(1+0;t) = 0; \quad e(0;t) = 0. \quad (9)$$

Отсюда можно получить следующее квазилинейное уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial x} e(x,t) + e^{-1}(x,t) \frac{\partial}{\partial t} e(x,t) = \Phi(x) \exp(-vt) \quad (10)$$

с начальным (8) и граничными условиями (9), причем

$$\Phi(x) \equiv \begin{cases} (h(\alpha+1))^{-1} & \text{при } x \in (0, h), \\ 0 & \text{при } x \in (h, 1). \end{cases}$$

Безразмерная напряженность электрического поля $e(x,t)$ является непрерывной функцией, но будет иметь слабые разрывы, связанные с разрывными начальными условиями (6) и (7).

Решение для области $x \in (0, h)$ можно найти путем разделения переменных:

$$e(x,t) = x(hZ(t))^{-1}, \quad (11)$$

где $Z(t) \equiv \exp(-2D \exp(-\frac{vt}{2}) \operatorname{sh}(\frac{vt}{2})) (1 - D(\alpha+1)U(1;1;D)) + D(\alpha+1)U(1;1;D \exp(-vt))$; $D \equiv (h\nu(\alpha+1))^{-1}$; $U(1;1;D)$ - вырожденная гипергеометрическая функция второго рода.

Из (11) следует граничное условие для области $x \in (h, 1)$:

$$e(h,t) = Z^{-1}(t). \quad (12)$$

В этой области характеристики уравнения (10) описываются следующей системой обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} dx &= e dt, \\ de &= 0, \end{aligned} \right\}$$

первые интегралы которой имеют вид:

$$e = C_1; \quad x - et = C_2. \quad (13)$$

Интегрируя по характеристикам, получаем решение в области $x \in (h, 1)$ в виде следующей неявной функции:

$$e(x,t) - Z^{-1}(\eta) = 0, \quad (14)$$

где $\eta \equiv \eta(x,t) = t - (x-h)e^{-1}(x,t)$. Это решение справедливо лишь для области, в которой находится движущийся пакет носителей заряда. Из (13) можно найти уравнение для характеристики, по которой распространяется слабый разрыв: $x_1 \equiv x_1(t) = t + h$, где x_1 - координата слабого разрыва, т.е. координата лидирующего фронта движущихся носителей.

Таким образом, при $x \in (0, h]$ решение определяется выражением (II); при $x \in [h, x_1]$ - выражением (I4), а при $x \in [x_1, 1)$ - равенством $e=1$. Очевидно, если x_1 превысит единицу, то область, в которой $e=1$, будет отсутствовать. Время пролета лидирующего фронта носителей можно получить, приравняв x_1 единице $t_1 = 1-h$.

Практический интерес представляет временная зависимость поверхностного потенциала:

$$U(T) \equiv \int_0^L E(x, T) dx.$$

Безразмерный поверхностный потенциал $u(t) \equiv U(t)U^{-1}(0)$ можно получить с помощью выражения:

$$u(t) = \left(1 - \frac{h}{2}\right)^{-1} \int_0^1 e(x, t) dx.$$

После интегрирования получим:

$$t \in (0, 1-h]: u(t) = \left(1 - \frac{h}{2}\right)^{-1} \left(1-h + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{z(t)} - t + \int_0^t z^{-2}(\eta) d\eta\right)\right), \quad (15)$$

$$t \in [1-h; +\infty): u(t) = (2-h)^{-1} \left(\frac{h}{z(t)} + (1-h)e(1; t) + \int_{t_*}^t z^{-2}(\eta) d\eta\right), \quad (16)$$

где $t_* \equiv t - (1-h)e^{-1}(1, t)$ и $e(1, t)$ определяется из уравнения:

$$e(1, t) - z^{-1}(t_*) = 0. \quad (17)$$

2. Случай δ -образного начального распределения заряда

При начальном сосредоточении инжектированного заряда в бесконечно тонком слое уравнение (I0) примет вид:

$$\frac{\partial}{\partial x} e(x, t) + e^{-1}(x, t) \frac{\partial}{\partial t} e(x, t) = 0. \quad (18)$$

Начальные и граничные условия найдем из (6)-(9), (I2) с помощью предельного перехода $h \rightarrow 0$:

$$\rho(x, 0-0) = \alpha(\alpha+1)^{-1} \delta(x), \quad (19)$$

$$\rho_s(x, 0-0) = (\alpha+1)^{-1} \delta(x), \quad (20)$$

$$\begin{aligned}
e(x, 0-0) &= 1, \quad x \in (0, 1), \\
j_c(0-0, t) &= 0; \quad j_c(1+0, t) = 0; \quad e(0-0, t) = 0, \\
e(0+0, t) &= \lim_{h \rightarrow 0} e(h, t) = (\alpha+1)^{-1} \exp(-vt); \quad t \in (0, +\infty). \quad (21)
\end{aligned}$$

В (19), (20) $\delta(x)$ - дельта-функция Дирака. Следует отметить, что при предельном переходе $H \rightarrow 0$, $A \rightarrow \infty$, но $AH = \text{const}$, неизменными остаются поверхностные плотности квазисвободного и захваченного зарядов:

$$\begin{aligned}
\sigma &\equiv \int_{0-0}^L P(X, 0-0) dX = \alpha \epsilon \epsilon_0 AH, \\
\sigma_t &\equiv \int_{0-0}^L P_t(X, 0-0) dX = \epsilon \epsilon_0 AH.
\end{aligned}$$

Граничное условие (21) определяет e уже после того, как квазисвободные носители покинули плоскость $x=0$. До этого момента e определяется и квазисвободным, и захваченным зарядами:

$$e(0+0, 0-0) = 1. \quad (22)$$

Разрывное граничное условие (21)-(22) представим с помощью единичной ступенчатой функции: $e(0+0, t) = (\alpha+1)^{-1} \exp(-vt) \chi(t) + \chi(-t)$, где

$$\chi(t) \equiv \begin{cases} 0 & \text{при } t \in (-\infty, 0), \\ 1 & \text{при } t \in (0, +\infty). \end{cases}$$

Интегрируя по характеристикам уравнение (18), получаем следующее решение в неявном виде:

$$e(x, t) = (\alpha+1)^{-1} \exp(-v\xi) \chi(\xi) + \chi(-\xi), \quad (23)$$

$$\xi \equiv \xi(x, t) = t - xe^{-1}(x, t). \quad (24)$$

Рассмотрим три случая: $\xi > 0$, $\xi=0$, $\xi < 0$, которые соответствуют следующим областям (x, t) -пространства:

- области, через которую уже прошли носители заряда, квазисвободные в начальный момент времени (здесь находятся носители, ставшие квазисвободными после освобождения с глубоких ловушек);

- области, в которой находится пакет носителей, квазисвободных в начальный момент времени;

- области, до которой еще не дошел пакет неравновесных носителей, квазисвободных в начальный момент времени.

Из (23), (24) получим:

$$\xi > 0; x \in (0, x_2]: e(x, t) = (\alpha + 1)^{-1} \exp(-v(t - x e^{-1}(x, t))); \quad (25)$$

$$\xi = 0; x \in [x_2, x_1]: e(x, t) = x t^{-1}; \quad (26)$$

$$\xi < 0; x \in [x_1, 1]: e(x, t) = 1. \quad (27)$$

Уравнения для характеристик, по которым распространяются слабые разрывы, имеют вид:

$$x_1 = t; \quad x_2 = t(\alpha + 1)^{-1}, \quad (28)$$

где x_1 - координата лидирующего фронта движущихся носителей; x_2 - координата фронта, замыкающего пакет первоначально квазисвободных носителей.

Из (25)-(28) получим временную зависимость безразмерного поверхностного потенциала:

$$t \in (0, 1]: u(t) = 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\exp(-vt) \operatorname{sh}(vt)}{v(\alpha + 1)^2} - t \right), \quad (29)$$

$$t \in [1, \alpha + 1]: u(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{\exp(-vt) \operatorname{sh}(vt)}{v(\alpha + 1)^2} + t^{-1} \right), \quad (30)$$

$$t \in [\alpha + 1, +\infty): u(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2v} (e^2(1, t) - \frac{\exp(-2vt)}{(\alpha + 1)^2}) + e(1, t) \right) \quad (31)$$

В (31) величина $e(1, t)$ определяется выражением (25).

Если носители зарядов не освобождаются с глубоких ловушек ($v = 0$), то, осуществив предельный переход, мы получим для этого частного случая следующие уравнения:

$$t \in (0, 1]: u(t) = 1 - \frac{\alpha(\alpha + 2)t}{2(\alpha + 1)^2},$$

$$t \in [1, \alpha + 1]: u(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{t}{(\alpha + 1)^2} + t^{-1} \right),$$

$$t \in [\alpha + 1, +\infty): u(t) = (\alpha + 1)^{-1}$$

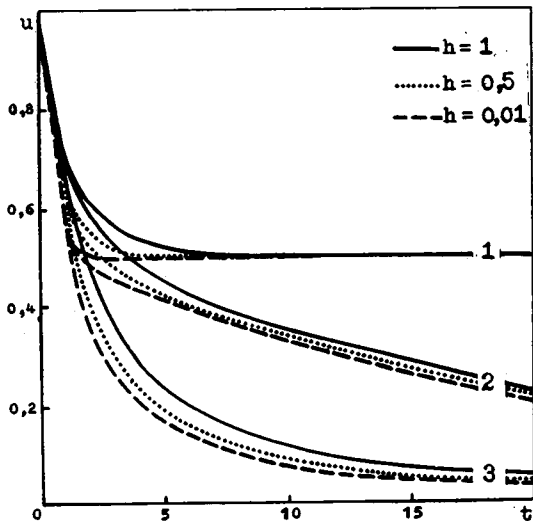


Рис. 1

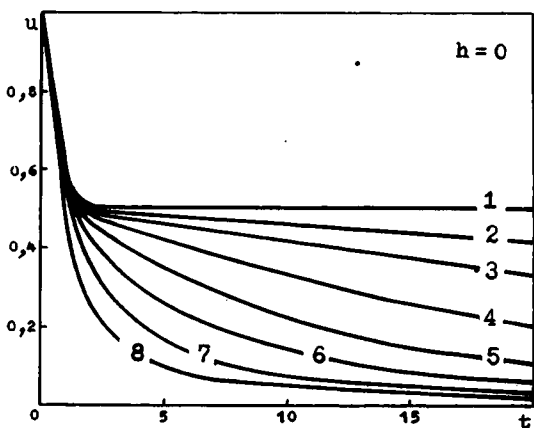


Рис. 2

3. Результаты расчетов

На рис. 1, 2 представлены результаты расчетов на ЭВМ ЕС-1033 по формулам (15)–(17), (25), (29)–(31), демонстрирующие характерные особенности временной зависимости безразмерного поверхностного потенциала. Для решения уравнений (17) и (25) был использован итерационный метод Моллера (бисекция с обратной параболической интерполяцией), интегрирование в (15), (16) осуществлялось по правилу трапеций с экстраполяцией по Ромбергу.

В качестве примера выбран случай, когда концентрации квазисвободных и захваченных носителей в начальный момент времени равны ($\alpha \ll 1$). На рис. 1 кривая 1 соответствует нулевому частотному фактору; кривая 2 – $\nu = 0,05$; кривая 3 – $\nu = 0,5$. При $h \ll 0,01$ кривые $u = u(t)$ для ступенчатого и δ -образного начальных распределений практически совпадают. На рис. 2 показаны зависимости

$u = u(t)$ для δ -образного распределения при следующих значениях частотных факторов: 1 - $\nu = 0$; 2 - $\nu = 0,01$; 3 - $\nu = 0,02$; 4 - $\nu = 0,05$; 5 - $\nu = 0,1$; 6 - $\nu = 0,2$; 7 - $\nu = 0,5$; 8 - $\nu \rightarrow \infty$. При бесконечном частотном факторе параметр α не влияет на ход кривой $u = u(t)$, так как носители заряда мгновенно освобождаются с глубоких ловушек: это идентично отсутствию захваченного заряда ($\alpha \rightarrow \infty$). Частный случай нулевого частотного фактора: $\nu = 0$, когда нет освобождения с глубоких ловушек, подробно проанализирован нами в работах [10,11].

В ы в о д ы

Полученные результаты позволяют проанализировать влияние ряда параметров релаксационного процесса на временные зависимости поверхностного потенциала. Это дает возможность, с одной стороны, оценивать стабильность электретов, а с другой - определять по экспериментальным данным величины эффективной дрейфовой подвижности μ , частотного фактора N и параметра α .

Л и т е р а т у р а

1. БОГОРОДИЦКИЙ Н.П., ТАИРОВА Д.А., СОРОКИН В.С. Роль свободных носителей заряда в образовании электретного состояния в поликристаллических диэлектриках. - *Физика твердого тела*, 1964, т.6, вып. 8, с. 2301-2306.
2. АРХИПОВ В.И., РУДЕНКО А.И. Релаксация электретного состояния вещества. *Физ. и техн. полупроводников*, 1976, т.10, вып. 4, с. 729-734.
3. Charge-carrier dynamics following pulsed photoinjection /Batra I.P., Kanazawa K.K., Schechtman B.H., Sek I.H. - *J.Appl.Phys.*, 1971, v.42, N 3, p.1124-1130.
4. KANAZAWA K.K., BATRA I.P., WINTLE H.J. Decay of surface potential in insulators. - *J.Appl.Phys.*, 1972, v.43, N 2, p.719-720.
5. WINTLE H.J. Surface charge decay in insulators with non - constant mobility and with deep trapping. - *J.Appl.Phys.*, 1972, v.43, N 7, p.2927-2930.
6. SONNONSTINE T.J., PERLMAN M.M. Surface-potential decay in insulators with field-dependent mobility and injection efficiency. - *J.Appl.Phys.*, 1975, v.46, N 9, p.3975-3981.
7. РУДЕНКО А.И., АРХИПОВ В.И. A model of electret discharge. - *J.Electrostat.*, 1978, v.4, N 4, p.309-323.
8. Van TURNHOUT J. Thermally stimulated discharge of polymer electrets. - Amsterdam: Elsevier, 1975.- 335 p.

9. Von SEGGERN H. A new model of isothermal charge transport for negatively corona-charged teflon.- J.Appl.Phys., 1979, v. 50, N 11, p. 7039-7043.

10. Описание релаксации электретного состояния в неполярном диэлектрике согласно инжекционной модели /Кузьмин Ю.И., Латев Д.А., Соколова И.М., Таиров В.Н.-Деп. в ВИНТИ, 1979, № 2504-79 Деп.

11. КУЗЬМИН Ю.И., СОКОЛОВА И.М., ТАИРОВ В.Н. О преиловом механизме релаксации электретного потенциала с учетом глубины проникновения инжектированного заряда. - В кн.: Моделирование в пленочной электромеханике (Вычислительные системы, вып. 84). Новосибирск, 1981, с. 74-83.

12. MIZUTANI T., OOMURA T., IEDA M. Surface potential decay in polyethylene.- Jap.J.Appl.Phys., 1981, v. 20, N 5, p. 855-859.

13. SESSLER G.M., WEST J.E. Self-biased condenser microphone with high capacitance. - J.Acoust.Soc.America, 1962, v. 34, N 11, p. 1787-1788.

14. SESSLER G.M. Electrostatic microphones with electret foil. - J.Acoust.Soc.America, 1963, v. 35, N 9, p. 1354-1357.

15. SESSLER G.M., WEST J.E. Electret transducers: a review.- J.Acoust.Soc.America, 1973, v. 53, N 6, p. 1589-1600.

16. Электретный студийный микрофон /Горбунова Е.К., Козло - ва Н.Н., Сейсян Е.Л., Таиров В.Н. - Акуст. журн., 1974, т. 20, № 4, с. 625-627.

17. КУЗЬМИН Ю.И., ТАИРОВ В.Н. Расчет характеристик моноэлектретного телефона. - Акуст. журн., 1982, т. 28, № 1, с. 91-95.

18. PERINO D., LEWINER J., DREYFUS G. Les dispositifs de commutation à électret. - L'onde électrique, 1977, v. 57, N 11, p. 688-693.

19. МОТТ Н., ДЭВИС Э. Электронные процессы в некристаллических веществах. - М.: Мир, 1974. - 472 с.

Поступила в ред.-изд.отд.
10 марта 1982 года