АНАЛИЗ РАЗНОТИПНЫХ ДАННЫХ
(Вычислительные системы)
1983 год Выпуск 99

УДК 338:92:519.24

ДОЛГОСРОЧНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ СЕБЕСТОИМОСТИ ИЗДЕЛИЙ ПО ДАННЫМ ЭКСПЕРТНОГО ОПРОСА

В.Н.Луценко, В.П.Будянов, С.Н.Касьянова

1. Постановка задачи. При предпрограммном прогнозировании перспективных изделий желательно оценивать их себестоимость в зависимости от значений основных технических характеристик. Эта задача усложняется, если у проектируемого изделия не было в прошлом аналогов или подобных изделий было слишком мало для того, чтобы воспользоваться экстраполяцией тенденций. Сложность задачи усугубляется также тем, что обычно технических параметров, характеризующих изделие, оказывается довольно много и учесть их взаимосвязь в функции себестоимости затруднительно. Трудности возникают также при попытке найти объективный критерий качества получаемых оценок стоимости проектируемых изделий.

Наиболее целесообразным представляется использование предлагаемой методики для долгосрочного прогнозирования (с упреждением 15-20 лет) стоимости сложных уникальных изделий, опытное изготовление которых невозможно ввиду их высокой стоимости и длительности времени, требующегося на их проектирование и изготовление. Отсутствие достаточного статистического материала по таким изделиям исключает, как правило, возможность использования для целей прогнозирования обычных методов математической статистики.

2. Предлагаемый путь решения. Для построения модели функции себестоимости представляется целесообразным привлекать результаты экспертного опроса. При этом прежде всего из множества всех технических параметров, характеризующих изделие, следует отобрать ограниченный набор ключевых параметров, определяющих в основном его себестоимость. В своих ответах эксперты могут оценивать процент-

ное изменение себестоимости изделия по сравнению с себестоимостью некоторого известного базового образца при определенных изменениях его технических параметров. Реально для повышения достоверности ответов экспертов приходится ограничиваться последовательным изменением отдельных технических параметров, в то время как остальные либо совпадают со значениями параметров у базового изделия, либо принимают значения из некоторого интервала. Это, в свою очередь, вынуждает использовать упрощенную аддитивную модель функции себестоимости прогнозируемых изделий.

Варьирование каждым из параметров дает информацию об отдельном сечении поверхности функции себестоимости. Количество таких сечений обычно превышает количество самих ключевых технических параметров.

Весь процесс построения модели функции себестоимости можно разбить на следующие этапы:

I) выделение ключевых технических параметров, проведение экспертизы, формирование сводных таблиц и подготовка данных ко вводу в ЭВМ;

2) предварительная обработка (отбраковка недостоверных данных, обработка пропусков, построение средневзвешенных и оценка их точности и вычисление некоторых статистик);

3) оценка уровня относительной компетентности участвующих в опросе экспертов;

4) выделение трендов (построение множества аппроксимирующих функций из выбранного класса для таблиц с параметрами, заданными в шкале отношений, оценка их точности и выбор из их числа оптимальных);

5) построение функции себестоимости на основе найденных оптимальных зависимостей.

3. Исходные данные и некоторые обозначения. Результаты экспертного опроса относительно изменения себестоимости изделия при частном изменении значений его ключевых технических параметров целесообразно оформить в виде сводных таблиц, содержащих также информацию о варьируемом техническом параметре, номерах, присваиваемых экспертам и сохраняемым во всех таблицах, относящихся к данному базовому изделию, и информацию о степени уверенности экспертов в своих ответах. Пусть $N_э$ - множество номеров, присвоенных всем экспертам, участвующим в опросе, а N_l - их подмножество, принявшее участие в формировании l-й таблицы, $l \in L$, полученной в ре-

зультате варьирования q_1-м техническим параметром $x_{q_1}(j)$, $q_1 \in Q$, $j = \overline{1,m_1}$. Варьируемый технический параметр может быть задан в шкале наименований (например, наличие или отсутствие того или иного свойства у изделия или различие в составе комплектующих его элементов), в виде интервалов или отдельных точечных значений. Рассматриваемые далее алгоритмы рассчитаны на работу с точечными значениями, поэтому, если с самого начала представляется затруднительным для экспертов строить свои ответы, ориентируясь на точечные значения параметров, следует осуществить переход от интервалов к точечным значениям впоследствии. В зависимости от характера изменения аргумента предпочтительнее может оказаться использование для этого перехода средних арифметических или средних геометрических от границ интервалов. Уверенность экспертов в своих ответах $p_1(i)$, $1 \in L$, $i \in N_1$, может быть выражена в любой приемлемой для них шкале, например, 5-, 10- или 100-балльной, предпочтительнее в шкале большей балльности.

Пробелы в таблицах, вызванные отказом экспертов заполнять определенные позиции, при подготовке данных ко вводу в ЭВМ могут заполняться заранее оговоренными константами.

Обозначим $Y_1(i,j)$ ответ i-го эксперта, соответствующий j-й градации аргумента (варьируемого технического параметра) $x_{q_1}(j)$, $j = \overline{1,m_1}$ (или его j-му значению, если он задан в шкале наименований), $\varphi_1(x_{q_1}(j)/A_1)$ - некоторую функцию, характеризуемую вектором параметров A_1, адекватно описывающую соответствующие изменения себестоимости изделия при изменении x_{q_1}, $\xi_1(i,j)$ - случайные величины, обусловливающие различие мнений экспертов; предполагается, что они обладают нулевыми средними

$$M(\xi_1(i\ j)) = 0 \qquad (1)$$

и некоррелированы при различных 1 и j, причем

$$M(\xi_1^2(i,j)) = \sigma_1^2(j)/p_1(i); \quad 1 \in L, \quad i \in N_1, \ j = \overline{1,m_1}, \qquad (2)$$

где $p_1(i)$ - степень уверенности i-го эксперта в своем ответе для 1-й таблицы; дисперсии предполагаются ограниченными, а плотности распределения $\xi_1(i,j)$ унимодальными. Допускается также, что некоторые данные, кроме того, могут содержать выбросы $\eta_1(i,j)$, порождаемые иным случайным механизмом и в среднем существенно превышающие по модулю значения $\sigma_1(j)$.

Полагаем, что данные экспертного опроса с достаточной для практики точностью можно представить в виде

$$Y_1(i,j) = \varphi_1(x_{q_1}(j),A_1) + \xi_1(i,j) \tag{3}$$

или, при наличии выброса,

$$Y_1(i,j) = \varphi_1(x_{q_1}(j),A_1) + \eta_1(i, j). \tag{3'}$$

Задачей отбраковки и будет соотнесение конкретных данных к одному из типов модели (3) или (3') и изъятие из последующих расчетов данных, содержащих выбросы.

4. Предварительная обработка. Через нее должны проходить все без исключения таблицы. Для таблиц, у которых аргумент задан в шкале наименований, получаемые при этом результаты поступают непосредственно на формирование модели функции себестоимости, минуя этап выделения тренда. При первичной обработке прежде всего осуществляется выявление и изъятие недостоверных данных, отвечающих модели (3'). Недостоверные данные могут порождаться опечатками, ошибками перфорации, сбоями при вводе в ЭВМ. Кроме того, мнения отдельных экспертов могут резко отличаться от мнений основного контингента экспертов. Включение этих резко выделяющихся данных в обработку может существенно исказить характер оцениваемых зависимостей. Мы исходим из предположения, что объективно существующая закономерность проявляется через мнение подавляющего большинства экспертов, а значительно отличающиеся от них мнения немногих экспертов менее достоверны. Фактическая ситуация может не укладываться в эту схему, и прав может оказаться именно эксперт, оказавшийся в меньшинстве. На этапе отбраковки не привлекаются сведения относительно $\varphi_1(\cdot,\cdot)$, даже если они имеются, и обработка ведется независимо по различным градациям аргумента. Это позволяет охватить единым алгоритмом данные с аргументами в различных шкалах. Привлекаются также минимальные предположения относительно распределений $\xi_1(\cdot,\cdot)$.

Отбраковка осуществляется по нормированным отклонениям данных от их средневзвешенных значений. При нормировке учитывается степень уверенности эксперта $p_1(i)$. Чем она выше, тем более строгие требования предъявляются к мнению этого эксперта. Отбраковка протекает в несколько этапов. Это обусловлено возможным наличием нескольких выбросов, что может вызвать появление маскирующего эффекта. Маскирующий эффект проявляется в том, что при наличии нескольких выбросов может существенно увеличиться оценка среднеквадратичного отклонения, в результате чего нормированные отклонения, несмотря на наличие выбросов, могут оказаться невелики. Возможность появления маскирующего эффекта вынуждает уменьшать порог отбраковки, однако чрезмерное его уменьшение может повлечь лавинообразную отбраковку достоверных данных, отвечающих модели (3).

Предварительная обработка протекает по следующей схеме.

I. Вычисляются оценки средневзвешенных значений l-й функции, отвечающие m_l значениям аргумента $x_{q_l}(\cdot)$ [I,3]:

$$z_l(j) = \sum_{i\in N_l} Y_l(i,j)\delta_{ij}p_l(i) / \sum_{i\in N_l} \delta_{ij}p_l(i), \quad j = \overline{1,m_l}, \tag{4}$$

где

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0, \text{ если } Y_l(i,j) \text{ отсутствует}, \\ 1\text{-в противном случае.} \end{cases}$$

Данное $Y_l(i,j)$ может отсутствовать как в результате отказа эксперта отвечать, так и в результате проведенной на предыдущих этапах отбраковки.

2. Вычисляются нормированные отклонения результатов опроса от соответствующих средневзвешенных значений

$$\Delta Y_l(i,j) = [Y_l(i,j) - z_l(j)](p_l(i))^{1/2}/s_l(j), \tag{5}$$

где (см.(2))

$$s_l^2(j) = \sum_{i\in N_l} p_l(i)\delta_{ij}[Y_l(i,j) - z_l(j)]^2/(\sum_{i\in N_l} \delta_{ij}-1), \tag{6}$$

$$i \in N_l, \quad j = \overline{1,m_l}.$$

При $s_l(j)=0$ вычисления (5) и отбраковка не производятся.

3. Отбраковываются те данные, для которых нормированные отклонения превышают по модулю заданный уровень $T_{искл}$

$$|\Delta Y_l(i,j)| > T_{искл}. \tag{7}$$

Осуществляется возврат к п.I до тех пор, пока на некотором шаге все оставшиеся данные не будут признаны достоверными.

4. Оцениваются дисперсии средневзвешенных значений $z_1(x_{q_1}(\cdot))$, полученных на последнем шаге отбраковки

$$s^2_{z_1}(j) = s^2_1(j)/\sum_{i\in N_1} \delta_{ij} p_1(i), \quad j = \overline{1,m_1}. \qquad (8)$$

Для данных, в которых аргумент $x_{q_1}(\cdot)$ задан в шкале наименований, в дальнейшем используется табличное задание функции в виде $z_1(x_{q_1}(j))$, $j = \overline{1,m_1}$.

5. Если аргумент задан в шкале отношений, для последующего этапа выделения тренда насчитывается массив весов для каждого из данных, прошедших этап отбраковки

$$p_{s_1}(i,j) = \begin{cases} p_1(i)/s^2_1(j), & \text{если } s_1(j) \neq 0, \\ p_1(i)\cdot E & \text{– в противном случае,} \end{cases} \qquad (9)$$

где E – достаточно большая константа, такая, однако, чтобы не возникало переполнений при вычислениях.

После завершения отбраковки вычисляются также нормированные отклонения отбракованных на всех этапах данных относительно средневзвешенных, полученных на последнем этапе. При правильном протекании процесса отбраковки здесь уже не будет проявляться маскирующий эффект.

Если количество недостоверных данных слишком велико и маскирующий эффект препятствует их полному выявлению – используется алгоритм отбраковки, построенный по иному принципу. В нем назначается определенный процент предварительно отбраковываемых данных, которые с большой вероятностью будут содержать все выбросы. Отбраковка осуществляется по максимуму $|\Delta Y_1(i,j)|$ из (5) с пересчетом на каждом шаге (4), (6), (5). Затем осуществляется проверка всех отброшенных данных на достоверность по критерию

$$|\Delta Y_1(i,j)| \leq T_{вкл} \qquad (10)$$

и удовлетворяющие ему вновь возвращаются в исходную выборку. После возвращения очередной группы данных осуществляется пересчет (4) и (6), (5). Включение продолжается до исчерпания всех отброшенных вначале данных, удовлетворяющих (10), после чего пересчитываются (4) и (6) и вычисляются (8) или (9).

Естественно, $T_{вкл} \geq T_{искл}$.

При последующей обработке игнорируется факт возможного цензурирования, обусловленный отбраковкой достоверных данных.

5. Оценка относительной компетентности экспертов. Следует заметить, что сам термин "компетентность" здесь не совсем удачен. Речь будет идти о величине, характеризующей близость прогнозов, даваемых каждым экспертом, к средневзвешенному мнению всех участвующих в экспертизе специалистов. Естественно, получаемые оценки не будут адекватны истинной компетентности экспертов.

Поскольку в таблицах собраны данные, относящиеся к различным параметрам изделия, то эксперт, будучи специалистом в какой-то области, будет проявлять различную компетентность в их отношении. Поэтому оценки целесообразно строить независимо для каждой из таблиц $l \in L$. Сквозная нумерация экспертов позволит впоследствии вычислить некоторые усредненные характеристики по всем таблицам.

По каждой из таблиц будем оценивать усредненное нормированное отклонение $s_{\delta_l}(i)$ мнения i-го эксперта от коллективного средневзвешенного мнения всех экспертов (4), участвующих в опросе $(i \in N_l)$. Связь этого усредненного нормированного отклонения с оценкой относительной компетентности $C_l(i)$ осуществим через монотонно убывающую по модулю аргумента функцию $\varphi(s)$, которую при желании может задать сам пользователь. При оценке $s_{\delta_l}(\cdot)$ отказ эксперта отвечать (пробел в таблице) будет расценен как относительная ошибка некоторой выбранной величины μ, например, в 10 или 15 средневзвешенных отклонений. Можно выбирать также количество баллов шкалы K_B, в которых будет оцениваться относительная компетентность (см. (4)):

$$s_{\delta_l}(i) = \Big(\sum_{j=1}^{m_l} [\delta Y_l(i,j)]^2\Big)^{1/2} / (m_l - 1)^{1/2} ,$$

где

$$\delta Y_l(i,j) = \begin{cases} \mu, & \text{если } Y_l(i,j) \text{ отсутствует,} \\ \dfrac{(Y_l(i,j) - z_l)\big(\sum\limits_{k \in N_l} \delta_{kj} - 1\big)^{1/2}}{\big(\sum\limits_{k \in N_l} [Y_l(k,j) - z_l(j)]^2 \delta_{kj}\big)^{1/2}} & \text{– в противном случае} \end{cases}$$

$$i \in N_l, \quad j = \overline{1, M_l}.$$

Оценку относительной компетентности представим как

$$C_i(i) = [K_B \cdot \psi(s_{\delta_i}(i)) + 0.5] ,$$

здесь $[\cdot]$ - операция взятия целой части. В качестве функции $\psi(s)$ можно, например, взять $\psi(s) = \exp(-\beta_1 s^{\beta_2})$, где β_1 и β_2 - некоторые параметры.

Относительность и условность получаемой таким путем оценки компетентности обусловлена, во-первых, предполагаемой вероятностной природой модели результатов опроса, во-вторых, случайным характером получаемых оценок, точность которых тем ниже, чем меньше градаций аргумента m, в-третьих, определенным произволом в выборе функции $\psi(\cdot)$.

Полученную оценку относительной компетентности предполагается использовать для более обоснованного подбора коллектива экспертов (при повторной экспертизе или при прогнозировании стоимости аналогичных изделий) в соответствии с их сферой деятельности, а также для коррекции весовых коэффициентов, условно названных степенями уверенности экспертов.

6. Выделение трендов. Как уже отмечалось, для экспертных данных, аргумент которых задан в шкале наименований, используется табличное представление аппроксимирующих их функций, для остальных таблиц ищутся оптимальные в определенном смысле функции f_i из некоторого заданного множества функций F. Предполагается, что в процессе предварительного анализа задачи выбрано множество аппроксимирующих функций F, позволяющих достаточно адекватно описывать закономерности, отраженные в данных экспертного опроса. К этим функциям могут предъявляться некоторые специфические требования. Таковыми в нашем случае являются требования обращения функции в ноль при значении аргумента, отвечающем базовому изделию, и требование монотонности по крайней мере для некоторых из таблиц. Специфичным может оказаться также критерий выбора оптимальной аппроксимирующей функции.

При программной реализации множество состояло из следующих функций: $f(A,x) = a_1(\exp a_2 x - \exp a_2 x_0)$ - модифицированной экспоненты; $f(A,x) = a_1 |x - x_0|^{a_2}$ - степенной функции; рациональных функций $f(A,x) = (x-x_0)/(a_1+a_2 x)$ и $f(A,x) = a_1(x-x_0)/(1+a_2 x)^2$ и функций параболического вида

$$f(A,x) = \sum_{j=1}^{l} a_{k_j}(x-x_0)^{k_j}, \quad 1 \le l \le 3, \quad k_j < k_{j+1}, \quad k_j = \overline{1,6},$$

т.е. в каждой из параболических функций отличными от нуля могут быть одновременно не более трех коэффициентов.

Этот список, в случае необходимости, можно легко увеличить за счет уже реализованных программно иных функций. Изобразительные возможности отобранного множества F можно также существенно расширить, осуществляя определенные преобразования аргумента - сдвиг, изменение масштаба, логарифмирование или любое иное непрерывное и взаимно однозначное функциональное преобразование. Причем это преобразование можно проводить на этапе формирования исходных данных для ввода в ЭВМ.

По-видимому, удобным для пользователя инструментом может оказаться также вектор предпочтения Λ_0, априорно задаваемый на множестве F и позволяющий, в частности, выделять определенное подмножество этих функций и работать с ним.

В качестве исходных данных используем массив средневзвешенных значений (4) и оценок их дисперсий (8). Можно показать, что получаемые при этом оценки параметров аппроксимирующих функций будут тождественны (с точностью до ошибок вычислений) оценкам, получаемым непосредственно на основании обработки исходных данных (3), прошедших проверку на достоверность и характеризуемых весами (9). Обозначим через z_l вектор-столбец с элементами $z_l(j)$, $j = \overline{1,m_l}$, из (4), а через p_l - диагональную матрицу с элементами $p_l(i,i)=1/s^2_{z_l}(i)$, $i = \overline{1,m_l}$ (см. (8)). Если для сглаживания используется $f \in F$ в виде линейного ряда (в нашем случае состоящего из парабол), например, вида

$$f(A,x) = \sum_{i=1}^{n_a} a_i d_i(x),$$

где $d_i(\cdot)$, $i = \overline{1,n_a}$ - система базисных функций (допускается их линейная зависимость), для оценки коэффициентов $A = (a_1,\ldots,a_{n_a})^T$ используется метод взвешенных наименьших квадратов [I,3]

$$\hat{A} = (D^T P_l D)^+ D^T P_l z_l, \qquad (11)$$

здесь

$$\{D\}_{i,j} = d_j(x_{q_l}(i)), \quad i = \overline{1,m_l}, \quad j = \overline{1,n_a},$$

а символ "+" означает операцию псевдообращения [3,4], использование которой повышает устойчивость работы алгоритма, сохраняя его работоспособность и при зависимом базисе и просто при плохой обусловленности и вырожденности матрицы $D^T P_1 D$.

При условии, что f совпадает с φ_1 (см. (3)), имеют место (I), (2) и, кроме того, $\xi(i,j)$ некоррелированы при различных j, ковариационную матрицу вектора A можно приближенно представить в виде:

$$B_{\hat{A}} \cong (D^T P_1 D)^+ \quad . \tag{12}$$

Это выражение имеет смысл ковариации лишь при невырожденной матрице, однако и в случае вырождения может использоваться при оценке точности прогноза. Несколько более точная оценка ковариации может быть получена с привлечением массива всех исходных данных $Y_1(\cdot,\cdot)$, прошедших проверку на достоверность:

$$B_{\hat{A}} \cong s_A^2 \, (D^T P_1 D)^+ \quad , \tag{13}$$

где

$$s_A^2 = \frac{1}{N_{m_1} - m_1} \sum_{i \in N_1} \sum_{j=1}^{m_1} \Big(Y_1(i,j) - \sum_{k=1}^{n_a} \hat{a}_k d_k(x_{q_1}(j))\Big)^2 \delta_{ij} p_{s_1}(i,j). \tag{14}$$

Здесь δ_{ij} имеет тот же смысл, что и в (4),

$$N_{m_1} = \sum_{i \in N_1} \sum_{j=1}^{m_1} \delta_{ij} ,$$

т.е. N_{m_1} - количество всех данных, прошедших проверку на достоверность. Если допустить, что аппроксимирующая функция f проходит строго через все средневзвешенные значения (4), то в этом случае (см.(6) и (9)) $s_A^2 = (N_{m_1} - m_1)/(N_{m_1} - n_a)$, и если $N_{m_1} \gg 1$, то $s_A^2 \approx 1$. Реально $f(A,x)$ будет несколько отклоняться от (4) и это повлечет некоторое увеличение s_A^2, так как (4) строились из условий минимума взвешенных квадратов отклонений для каждой градации аргумента.

При совпадении f с φ_1 (см. (3)) и в случае линейно независимого базиса оценки (II) являются несмещенными и минимальной дисперсии в классе всех линейных несмещенных оценок [3].

Для аппроксимирующих функций $f_l \in F$, вектор параметров которых A нелинейно связан с исходными данными, его оценивание осуществляется с помощью градиентного метода Ньютона-Гаусса [2,5]. Для ускорения сходимости процедуры используется адаптивное изменение величины вектора поправок

$$\hat{A}_{k+1} = \hat{A}_k + \alpha_{k+1}(D_k^T P_l D_k)^{+} D_k^T P_l (z_l - F(\hat{A}_k, x_{q_l})).$$

Здесь теперь D_k - матрица частных производных

$$\{D_k\}_{i,j} = \partial f(A, x_{q_l}(i))/\partial a_j \Big|_{A = \hat{A}_k},$$

x_{q_l} - вектор с компонентами $x_{q_l}(i)$, $i = \overline{1, m_l}$, а $F(\hat{A}_k, x_{q_l})$ - вектор сглаженных значений

$$F(\hat{A}_k, x_{q_l}) = (f(A, x_{q_l}(1)), \ldots, f(A, x_{q_l}(m_l)))^T \Big|_{A=\hat{A}_k},$$

полученных на k-м шаге итерации, а α_k - адаптивно изменяющийся коэффициент:

$$\alpha_k = \alpha_{k-1} + \mathrm{sign}\,[\theta(\hat{A}_{k-1}) - \theta(\hat{A}_k)]\alpha_{k-1}(1,2 - \alpha_{k-1})/\,2,$$

где

$$\theta(\hat{A}) = (z_l - F(\hat{A}, x_{q_l}))^T \cdot (z_l - F(\hat{A}, x_{q_l})), \quad \alpha_0 = 0,5.$$

Выбор начального приближения A_0 для вектора A осуществляется индивидуально для каждого типа аппроксимирующих функций f_l и от качества этой операции зачастую зависит сходимость последующей процедуры.

Точность получаемых оценок можно оценить, приняв ряд упрощающих допущений на последнем шаге итераций, когда поправки $\Delta \hat{A}_k$ войдут в некоторую задаваемую заранее ε-окрестность. Этими допущениями являются: предположение о том, что выбранная функция f_l совпадает с φ_l из (3) и данные экспертного опроса отвечают модели (3), (I), (2), и предположение о достаточной малости погрешности в оценке $\hat{A}_k$, что делает правомочной замену фрагмента нелинейной поверхности $F(\hat{A}, x_{q_l})$ в m_l - мерном пространстве исходных данных фрагментом гиперплоскости, касательной к ней в точке

$F(A_k, x_{q_1})$. В этом случае приближенно ковариационная матрица вектора оценок $\hat{A}_k$ будет определяться теми же выражениями (I2) или (I3), только символ D будет теперь иметь смысл матрицы частных производных D_k, а в выражение для S_A^2 вместо $\sum_{k=1}^{n_a} \hat{a}_k d_k (x_{q_1}(j))^2 \delta_{ij}$ следует подставить $f(\hat{A}_k, x_{q_1}(j))\delta_{ij}$.

Выбор наилучшей из множества всех аппроксимирующих функций осуществляется по апостериорному вектору предпочтения $\Lambda_f(i)$, $i = \overline{1, N_f}$, где N_f – количество всех аппроксимирующих функций, включая варианты, получаемые за счет преобразования массива аргументов: $\Lambda_f(i) = \Lambda_0(i)/\Sigma^2(i)$, $i = \overline{1, N_f}$. Здесь $\Sigma^2(i)$ – усредненные оценки дисперсий аппроксимирующих функций f_i на всем интервале допустимых значений аргумента (технического параметра). Усреднение можно осуществлять на множестве N_{m_1} равноудаленных значений аргумента x_{q_1}. Оценку дисперсии аппроксимирующей функции f_i в точке $x_{q_1}(j)$ можно представить в виде

$$s_{f_i}^2(x_{q_1}(j)) = (d_1(x_{q_1}(j)), \ldots, d_{n_a}(x_{q_1}(j)) \times$$
$$\times B_{\hat{A}}(d_1(x_{q_1}(j)), \ldots, d_{n_a}(x_{q_1}(j)))^T, \qquad (15)$$

где $d_k(x_{q_1}(j))$ – значение k-й базисной функции в точке $x_{q_1}(j)$, а $B_{\hat{A}}$ берется из (I2) или (I3). Для нелинейных аппроксимирующих функций выражение будет аналогичным, только $d_k(x_{q_1}(j))$ будут иметь смысл частных производных и соответствующую модификацию претерпят выражения для $B_{\hat{A}}$. Усредненные оценки дисперсии будут

$$\Sigma^2(i) = \frac{1}{N_{m_1}} \sum_{j=1}^{N_{m_1}} s_{f_i}^2 (x_{q_1}(j)).$$

Выбор наиболее адекватной аппроксимирующей функции осуществляется по максимуму $\Lambda_f(i)$ из числа монотонных функций на интервале допустимых значений аргумента. Требование монотонности может сниматься.

7. Построение модели функции себестоимости. Исходными данными для построения модели функции себестоимости являются таблично заданные аппроксимирующие функции в виде массива средневзвешенных (4) и оценок их дисперсий (8) для экспертных данных, аргумент в которых задан в шкале наименований, или отобранные в процессе выделения трендов аппроксимирующие функции, заданные аналитически (видом функциональной зависимости f_l, оценкой вектора параметров $\hat{A}$ и оценкой ковариационной матрицы $B_{\hat{A}}$).

Количество таблиц обычно превышает количество ключевых технических параметров изделия, и на этапе построения модели функции себестоимости необходимо реализовать логику включения из множества всех отобранных ранее аппроксимирующих функций тех, которые будут отвечать значениям предъявляемого пользователем набора ключевых технических параметров проектируемого изделия $\mathcal{X}$. Это достигается использованием индикаторной функции $\omega_l(\mathcal{X})$, $l \in L$, принимающей значение I или 0 в зависимости от включения соответствующей аппроксимирующей функции $f_{i_l}(A, x_{q_l})$.

Обозначим C_0 стоимость базового изделия, а γ_l, $l \in L$,- весовые коэффициенты, принятые пока равными I/I00 (так как изменение стоимости эксперты оценивали в %).

Аддитивная модель функции себестоимости будет иметь вид

$$\Phi(\mathcal{X}) = C_0\left(1 + \sum_{l \in L} \omega_l(\mathcal{X})\gamma_l \cdot f_{i_l}(A, x_{q_l})\right). \qquad (16)$$

Точность оценки себестоимости изделия можно охарактеризовать оценкой ее дисперсии

$$\hat{\sigma}^2_{\Phi(\mathcal{X})} = C_0^2 \sum_{l \in L} \omega_l(\mathcal{X})\gamma_l^2 \hat{\sigma}^2_{i_l}(\mathcal{X}), \qquad (17)$$

здесь (см. (8), (I5))

$$\hat{\sigma}^2_{i_l}(\mathcal{X}) = \begin{cases} s^2_{\hat{z}_l}(j) & \text{для аргумента в шкале наименований,} \\ s^2_{\hat{f}_l}(x_{q_l}(j)) & \text{для аргумента в шкале отношений,} \end{cases}$$

т.е. предполагается, что для l-й таблицы соответствующая компонента вектора $\mathcal{X}$ (при условии, что $\omega_l = 1$) будет $x_{q_l}(j)$. Разумеется, выражение (I7) будет иметь смысл лишь в том случае, если в дополнение к сформулированным ранее предположениям модель (I6) достаточно адекватно описывает реальную зависимость себестоимости изделия от значений ключевых технических параметров.

Если предшествующие этапы первичной обработки и выделение трендов были проведены с высокой тщательностью и полнотой и полученные в них оценки аппроксимации представляются удовлетворительными, в последующем можно работать лишь с этапом использования модели (I6), запасая необходимую для нее информацию на МД, МЛ или П/К. Входной информацией для нее будет вектор технических параметров проектируемого изделия $\mathscr{X}$, себестоимость базового изделия C_0 и относительная ширина доверительного интервала для оценки себестоимости.

Описанные алгоритмы полностью реализованы в виде пакета подпрограмм, написанных на языке ФОРТРАН IУ для машин серии ЕС, и апробированы на реальных данных экспертного опроса. Различные этапы работы алгоритмов осуществляются отдельными подпрограммами. Ряд подпрограмм имеет универсальный характер, и они могут быть использованы в более широкой сфере. К ним, на наш взгляд, относятся подпрограммы, осуществляющие предварительную обработку, оценку относительной компетентности экспертов и комплекс подпрограмм для выделения трендов. Предварительной обработке можно подвергать просто данные, поступающие от многих однородных источников информации, несущих с различной точностью сведения относительно некоторого процесса.

В подпрограммах, осуществляющих выделение трендов, исходными данными являются массивы неэквидистантных значений аргумента и соответствующих им значений функции и весов. Источник этих данных может быть любым. Для облегчения последующего анализа и документирования предусмотрено построение средствами АЦПУ задаваемого количества лучших аппроксимирующих зависимостей вместе с доверительными интервалами в области допустимых значений аргумента на фоне исходных данных.

Все этапы работы алгоритмов документируются, причем объем выводимой на печать информации регламентируется управляющими параметрами.

Литература

1. ЛИННИК Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы математико-статистической теории наблюдений. -М.: Физматгиз.1962. - 350 с.

2. АОКИ М. Введение в методы оптимизации. Основы и приложения нелинейного программирования. -М.: Наука, 1977. - 344 с.

3. РАО С.Р. Линейные статистические методы и их применение.- М.: Наука, 1968. - 548 с.

4. RAO C.R., MITRA S.K. Generalized invelse of matvices.-New York: Wiley and Sans, 1971. - 240 p.

5. МОИСЕЕВ Н.Н., ИВАНОВ Ю.П., СТОЛЯРОВА Е.М. Методы оптими - зации. -М.: Наука, 1978. - 352 с.

Поступила в ред.-изд.отд.
17 ноября 1983 года