

УДК 007.5:535:681.518:519.68

ВОЗМОЖНОСТИ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СИНТЕЗА ИЗОБРАЖЕНИЙ  
ТРЕХМЕРНЫХ СЦЕН

В.А.Леус, А.И.Мишин

Численное моделирование оптического феномена – создания плоского тонового изображения объемного объекта, освещенного точечным источником света – принято называть визуализацией трехмерной сцены. Визуализация сцены требует выполнения  $\sim(N \cdot RN)$  арифметических операций на получение значений яркости и цвета ячеек раstra (по полю кадра) и  $\sim(RN - R^2N)$  логических операций, связанных с распознаванием адресов растровых ячеек (здесь  $N$  – число элементов задания поверхностей изображаемой сцены,  $R$  – число ячеек в сетке раstra, характеризующее разрешающую способность устройства визуализации). ЭВМ, реализующая кинограмму динамической сцены, должна успевать формировать кадр за 0,04 секунды. При  $R \sim 10^6$  (телевизионный стандарт) для сцены средней сложности ( $N \sim 10^6$ ) поддержание такого темпа вычислений означает производительность ЭВМ порядка  $10^{11}$  арифметических и  $10^{14}$  логических операций в секунду.

Линейная вычислительная система из  $10^5$  процессоров предложена в [1] для параллельного синтеза изображений. Однако в этой работе рассмотрен только континуальный способ задания поверхностей сцены и отсутствует обоснование выбора целесообразного числа процессоров в системе. В данной статье рассмотрены возможности параллельного синтеза изображений на  $m$ -процессорной кольцевой вычислительной системе (ВС) с использованием как континуального, так и дискретного способов задания.

При континуальном способе представления информации о поверхностях изображаемого объекта криволинейная поверхность аппроксимируется многогранной поверхностью. При этом задаются координаты  $(X, Y, Z)$  вершин каждой грани, представляющей собой плоский много-

угольник. Дискретный способ предполагает замену поверхности конечной совокупностью равномерно распределенных и близких к поверхности точек с нормальными в них. При этом задаются координаты точек и компоненты  $(X_n, Y_n, Z_n)$  векторов-нормалей. В обоих способах к геометрической части каждого элемента задания добавляется оптическая информация: альbedo и цвет данного локального участка поверхности. Элемент задания по второму способу (точка, нормаль, локальные оптические свойства) называется дискретным элементом поверхности [2].

Количество элементов задания  $N$  определяет степень подробности описания геометрического объекта. Величина  $R$  характеризует разрешающую способность устройства визуализации. Функционально  $N$  и  $R$  не связаны друг с другом, однако практически не имеет смысла чрезмерная детализация описания изображаемого объекта при фиксированном  $R$ .

Главную алгоритмическую трудность в ходе численного синтеза изображения сцены представляет необходимость распознавать взаимоположение разных частей изображаемого объекта по отношению к точке наблюдения. В проекции на плоскость экрана (картинную плоскость) необходимо выделить из наложенных друг на друга частей только те, прообразы которых находятся ближе к наблюдателю. Они-то и являются видимыми, тогда как остальные части не должны участвовать в создании изображения. Аналогично формулируется задача о взаимном затенении частей объекта, но мы здесь не будем ее рассматривать.

Алгоритмически процессинг<sup>ж)</sup> каждого элемента задания естественно разделяется на два этапа: пространственное моделирование и сортировка по глубине (для краткости - моделирование, сортировка). На этапе пространственного моделирования производятся геометрические преобразования над трехмерными векторами, в результате чего находится проекция геометрического элемента задания (многоугольник, точки) на картинную плоскость. Затем в зависимости от интенсивности светового потока и ориентации локального участка поверхности по отношению к направлению потока вычисляется освещенность и потом с учетом альbedo - яркость  $E$  данного участка. Цвет  $C$  либо берется без изменения из элемента задания, либо модифицируется в зависимости от светофильтра, оказавшегося по условиям

---

<sup>ж)</sup> Процессинг - численная обработка информации компьютером.

сцены на пути светового потока. Определяются двуместные номера  $(i, j)$  ( $i$  – номер строки,  $j$  – номер элемента разложения в ней) тех ячеек раstra, которые покрываются проекцией геометрического элемента задания. Количество покрываемых ячеек раstra  $\alpha$  изменяется от  $I$  до  $R$ , причем нижнее значение  $\alpha = I$  всегда реализуется в случае дискретного способа задания. Число арифметических операций, затрачиваемых в ходе обработки одного элемента задания на этапе пространственного моделирования, есть  $\mu\alpha$ , где коэффициент  $\mu \approx 10^3$ .

Далее, вычисляются расстояния  $\rho(i, j)_1$  ( $1 = \overline{I, \alpha}$ ) от точки наблюдения до грани в направлении на  $(i, j)$ -ю ячейку раstra. При дискретном задании вычисляется единственное расстояние  $\rho(i, j)$  от точки наблюдения до точки дискретного элемента поверхности. Результатом процессинга, примененного к элементу задания на этапе пространственного моделирования, являются слова вида  $W_1 = (\rho, (i, j), E, C)$ .

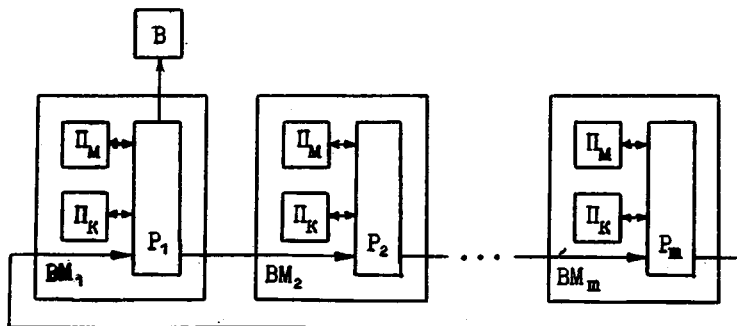
На этапе сортировки среди множества  $\{W_k\}$  слов с одним и тем же значением двуместного номера  $(i, j)$  выбирается одно с  $\rho_{\min} = \min_k \{\rho_k\}$ . Значения  $E$  и  $C$  из слова  $W_{\min} = (\rho_{\min}, (i, j), E, C)$  принимаются в качестве яркости  $E_{ij}$  и цвета  $C_{ij}$  ячейки раstra (элемента разложения картины) с номером  $(i, j)$ .

Процедура поиска  $\rho_{\min}$  реализуется путем сравнений каждого  $\rho_k$  и величины  $\rho_{ij}$  из слова вида  $W_{ij} = (\rho_{ij}, E_{ij}, C_{ij})$ , записанного в ячейку картинной памяти с адресом  $(i, j)$ . Если  $\rho_{ij} \leq \rho_k$ , слово  $W_{ij}$  сохраняется. Если  $\rho_k < \rho_{ij}$ , компоненты слова принимают значения:  $\rho_{ij} = \rho_k$ ,  $E_{ij} = E_k$ ,  $C_{ij} = C_k$ . Эта процедура, будучи применена ко всем словам  $W$ , даст в результате набор слов  $W_{ij}$ . Таким образом, определенные значения яркости и цвета будут приписаны всем ячейкам раstra, участвующим в создании изображения. Прочие ячейки раstra образуют фон.

При полном распараллеливании численного синтеза изображений количество процессоров в системе равно числу элементов задания поверхности сцены ( $m = N$ ). В каждый процессор загружен ровно один элемент задания, который подвергается численной обработке на этапах моделирования и сортировки. Поскольку каждый процессор независимо от других обрабатывает свой элемент задания, время выполнения этапа моделирования пропорционально  $\alpha\mu$ . Для отделения видимых частей объекта на этапе сортировки в общем случае требуется произвести сравнения каждого слова  $W$  со всеми остальными, т.е. каждый процессор при синтезе кадра должен передать всем остальным

свое множество слов  $\{W_1\}$  и получить от них их множества. Таким образом, схему взаимодействия процессоров можно представить (как и в случае решения задач линейной алгебры) полным двудольным графом  $G$ . Вершинам одного подмножества  $U_1 = (1, 2, \dots, N)$  этого графа поставлены в соответствие процессоры, работающие в режиме передачи, а вершинам другого подмножества  $U_2 = (1', 2', \dots, N')$  - принимающие процессоры. Такая схема взаимодействий задается отображением множества процессоров с номерами  $1, 2, \dots, N$  на себя и наипростейшим образом реализуется на кольцевой системе за  $N$  тактов [3].

Действительно, полный двудольный граф  $G$  раскладывается на элементарные двудольные графы  $G_\lambda$  ( $\lambda = 1, 2, \dots, N$ ), состоящие из простейших компонент, в каждой из которых имеются только две вершины, соединенные ориентированным ребром [3]. Взаимодействие процессоров описывается циклической подстановкой  $(1, 2, \dots, N)$  порядка  $N$ , переводящей при однократном выполнении каждый элемент в следующий (соседний). Таким образом, полный двудольный граф  $G$  может быть реализован на кольцевой системе посредством  $N$ -кратного взаимодействия соседей. Время реализации каждого такого взаимодействия (длительность такта) на системе с локальными взаимодействиями не зависят от числа процессоров в ней. Временная сложность параллельной версии алгоритма синтеза кадра изображения определяется временем полного оборота информации по кольцу, т.е. пропорциональна  $(N + \mu)\alpha$  с коэффициентом пропорциональности, равным длительности процессорного цикла  $\tau$  (время выполнения операции). Эта оценка не может быть существенно улучшена переходом к системе любой другой (например, древовидной) архитектуры с произвольным числом процессоров. Действительно, все  $N$  слов  $W$  должны на этапе сортировки обрабатываться каждым процессором, поскольку распределение слов по номерам  $(i, j)$  ячеек раstra заранее не известно.



На рисунке представлена структурная схема кольцевой ЕС (с целью упрощения чертежа на схеме показаны только информационные связи). ЕС состоит из  $m$  идентичных вычислительных машин (ВМ), каждая из которых содержит процессор  $P$  и блоки моделирующей  $\Pi_M$  и картинной  $\Pi_K$  памяти. В каждом процессоре имеется также небольшого объема память для программы. В системе выделена одна главная машина -  $ВМ_1$ , к процессору которой подключен визуализатор (В) (устройство, принимающее синтезированное в цифровой форме изображение и формирующее видеосигнал). Емкость каждого блока  $\Pi_M$  составляет  $N/m$ , а каждого блока  $\Pi_K$  -  $B/m$  слов. Предполагается, что  $N$  элементов задания распределены при вводе (возможно случайно) по блокам  $\Pi_M$  всех  $m$  машин равномерно, а элементы изображения  $(i, j)$  распределяются в ходе синтеза по блокам картинной памяти  $\Pi_K$  тоже равномерно и в соответствии с порядком строчной развертки кадра. Если, например, количество машин в системе равно числу строк, то в каждом блоке  $\Pi_K$  записываются элементы одной строки изображения.

Если предметы, составляющие трехмерный изображаемый объект, не меняются от кадра к кадру, то все  $N$  элементов задания вводятся в ЕС один раз перед синтезом кинограммы. В случае непостоянства предметов (изменения формы, окраски, количества) часть или все элементы задания должны быть обновлены перед синтезом каждого кадра. В худшем случае время ввода равно  $2N$ , что лишь вдвое увеличивает время синтеза кадра. Поскольку процессы собственно синтеза текущего кадра и загрузки задания для следующего кадра независимы, они могут быть совмещены во времени, т.е. временем ввода и вывода можно пренебречь.

Прежде чем перейти к описанию функционирования системы синтеза изображений, определим некоторые используемые ниже понятия. Поскольку направление движения информации в кольце фиксировано, будем вместо "прием слева", "передача направо" говорить просто "прием", "передача". Фразу "ВМ вырабатывает очередное слово  $W_1$ " следует понимать так: ВМ определяет очередную ячейку раstra из числа  $\alpha$  ячеек, покрытых проекцией геометрической части рассматриваемого в данный момент элемента задания; осуществляя пространственное моделирование, ВМ формирует слово  $(p, (i, j), E, C)$ ; если все  $\alpha$  ячеек уже исчерпаны, ВМ считывает из своего блока  $\Pi_M$  очередной элемент задания и применяет к нему процесс пространственного моделирования с самого начала. Фраза "ВМ применяет к слову  $W$  процесс

сортировки" означает следующее: ВМ распознает  $(i, j)$ ; если слово относится к ее компетенции, она обращается к блоку  $\Pi_k$  и производит сравнение  $\rho$ ; иначе - передает слово  $W$  дальше по процессорному кольцу. В каждый момент времени в системе одна из ВМ является ведущей, а остальные ведомыми, причем статус ведущей переходит по кольцу в соответствии с алгоритмом к соседней ведомой. Помимо содержательной информации в системе циркулируют управляющие сигналы:  $\nu$  - переход к выработке очередного слова  $W_1$  ( $1 = 1-\alpha$ ), этот же сигнал используется как стартовый для запуска системы на синтез нового кадра;  $\beta$  - перевод ВМ на статус ведущей;  $\kappa$  - исчерпание элементов задания;  $\gamma$  - начало вывода синтезированного изображения;  $\omega$  - завершение вывода кадра.

Схему функционирования системы синтеза мы приводим здесь в виде последовательности пунктов, отражающей хронологический порядок обработки информации. В конце каждого пункта подразумевается переход ВМ в состояние ожидания приема. Работа системы в целом осуществляется следующим образом:

1. Перед началом синтеза очередного кадра ВМ<sub>1</sub> является ведущей. Она передает всем остальным ВМ<sub>p</sub> ( $p = 2, 3, \dots, m$ ) параметры сцены, фиксирующие взаиморасположение предметов, источника света и наблюдателя, а также параметры изображения, задающие яркость  $E_{\phi}$  и цвет  $C_{\phi}$  фона. Затем ВМ<sub>1</sub> передает сигнал  $\nu$ , заполняет элементы своей доли картинного поля в блоке  $\Pi_k$  одинаковыми словами  $W_{1j}^0 = (\rho_{\max}, E_{\phi}, C_{\phi})$ , где  $\rho_{\max}$  есть наибольшее расстояние из возможных. После этого ВМ<sub>1</sub> вырабатывает слово  $W_1$ .

2. Каждая ВМ<sub>p</sub>, приняв параметры, передает их далее.

3. Получив сигнал  $\nu$ , ВМ<sub>p</sub> передает его дальше, заполняет элементы картины в своем блоке  $\Pi_k$  словами  $W_{1j}^0$  и вырабатывает слово  $W_1$ .

4. ВМ<sub>1</sub>, приняв (обернувшись по кольцу) сигнал  $\nu$ , применяет к своему слову  $W_1$  процесс сортировки, после чего передает сигнал  $\beta$ .

5. Каждая ВМ<sub>p</sub>, приняв сигнал  $\beta$ , становится ведущей, применяет к выработанному ею слову  $W_1$  процесс сортировки, после чего передает сигнал  $\beta$  дальше.

6. Каждая ведомая ВМ, приняв очередное слово  $W$ , применяет к нему процесс сортировки.

7.  $EM_1$ , приняв (вернувшийся через  $EM_n$ ) сигнал  $\beta$ , вновь становится ведущей, передает сигнал  $\nu$  и затем вырабатывает очередное слово  $W_1$ .

Процесс продолжается циклически (начиная с п.3) до исчерпания элементов задания в блоках  $\Pi_M$ . Отметим, что каждое слово, отправленное процессором-передатчиком, обязательно находит свой процессор-приемник, т.е. накопление информации в кольце исключается.

8. Если  $EM_p$  исчерпала элементы задания в блоке  $\Pi_M$ , она переходит в состояние ожидания приема. К принимаемым словам  $W$   $EM_p$  применяет процесс сортировки, а приходящий сигнал  $\beta$  передает дальше.

9. Когда исчерпывается содержимое блока  $\Pi_M$  главной машины,  $EM_1$  передает сигнал  $\kappa$ .

10. Каждая  $EM_p$  передает сигнал  $\kappa$  дальше только в случае исчерпания своего блока  $\Pi_M$ .

11.  $EM_1$ , приняв (вернувшийся) сигнал  $\kappa$ , передает сигнал  $\gamma$  и вслед за ним - сигнал  $\omega$ .

12. Каждая  $EM_p$  по приходе сигнала  $\gamma$  передает его дальше и переключается на трансляцию элементов изображения от других машин.

13. Приняв сигнал  $\omega$ ,  $EM_p$  переключается на передачу из блока  $\Pi_K$  своей доли элементов изображения, по окончании которой передается сигнал  $\omega$ .

14.  $EM_1$ , приняв сигнал  $\beta$ , становится ведущей и ожидает возвращения сигнала  $\gamma$ .

15. Получив сигнал  $\gamma$ ,  $EM_1$  выводит свою долю элементов изображения и затем транслирует информацию от машин  $EM_2, EM_3, \dots, EM_n$ .

16. Прием  $EM_1$  сигнала  $\omega$  означает завершение вывода и переход к синтезу следующего кадра (см.п.1).

Эта схема работает на каждом новом кадре. Подразумевается, что с началом синтеза очередного кадра каждая  $EM$  снова выбирает элементы задания, расположенные в ее блоке  $\Pi_M$ .

Приступим теперь к оценке времени синтеза одного кадра изображения на кольцевой системе из  $m$  процессоров. Математическая модель трехмерного объекта (элементы задания, образующие множество  $M$ ) проецируется в ходе синтеза во множество точек картинной плоскости. При этом каждая точка объекта может отобразиться в любую точку кадра, входящую в заранее не предсказуемую ячейку раstra. Для численной реализации такой процедуры необходима нуме -

рация - например, посредством двуместных номеров  $(i, j)$  - множества  $E$  ячеек раstra. Последовательная выборка элементов задания и переработка их в слова  $W$  реализует отображение  $\phi: M \rightarrow R$  одного линейно упорядоченного множества (элементов задания) в другое линейно упорядоченное множество (ячеек раstra). Если это отображение монотонно, то этап сортировки можно выполнить за время, пропорциональное  $\alpha N$ . Всякое варьирование геометрии сцены, вообще говоря, влечет за собой изменение отображения  $\phi$ . По этой причине невозможно упорядочить исходные данные раз и навсегда так, чтобы отображение  $\phi$  сохраняло монотонность для всех синтезируемых кадров. Следствием этого обстоятельства является необходимость выполнения  $\sim \alpha N$  логических операций на этапе сортировки, а также логарифмическая зависимость длительности процессорного цикла  $\tau$  от  $R$ .

Порядок выборки элементов задания из блока  $\Pi_M$  моделирующей памяти каждой ЭМ не имеет значения для выполнения этапа моделирования. Минимальное время обращения к блоку  $\Pi_M$  достигается, если он устроен по принципу кольцевой памяти с локальными взаимодействиями элементов [3]. Считывание элементов задания из  $\Pi_M$  можно вести в естественном порядке. Поэтому минимальная временная сложность этапа моделирования равна  $\alpha \tau N / m$  (разумно считать, что  $m \leq N$ ). При использовании  $r$ -мерной ( $r = 1, 2$ ) памяти  $\Pi_M$  и  $\Pi_K$  с произвольным доступом время сортировки на однопроцессорной машине не превосходит  $\alpha N (\delta \sqrt[r]{N} + \delta \sqrt[r]{R} + \sigma \tau)$ , где  $\sigma \approx 2$  есть число операций, затрачиваемых на собственно сравнение по  $\rho$ , а  $\delta$  - задержка элемента памяти при работе на шину единичной длины.

Оценку времени синтеза мы проведем для случая локальных межпроцессорных взаимодействий в системе, но глобальных взаимодействий процессоров с элементами памяти. Оценка для случая чисто локальных систем будет получаться отбрасыванием слагаемых  $\delta \sqrt[r]{N/m}$  и  $\delta \sqrt[r]{R/m}$ , связанных с глобальностью.

Обратимся теперь к системе с кольцевой структурой. На выработку одного слова  $W_1$  в ходе моделирования тратится  $(\mu \tau + \delta \sqrt[r]{N/m})$  единиц времени. В лучшем случае в цикле моделирования-сортировки каждое слово  $W_1$  оказывается принадлежащим к компетенции той из ЭМ, которая его выработала. Тогда все сравнения производятся независимо и время сортировки определяется временем оборота информации по кольцу из  $m$  машин, т.е. составляет  $2m\tau$  (наличие коэффи-



циента 2 обусловлено тем, что прием-передача выполняется за время  $\tau$  и распознавание номера  $(i, j)$  тоже требует времени  $\tau$ ). В худшем случае ни одно из слов  $W_1$  не принадлежит к компетенции выработавшей его ВМ, и по мере продвижения слов  $W$  по кольцу последовательно  $m$  раз производятся обращения к тому или иному блоку  $\Pi_K$  (одно обращение занимает  $\delta \sqrt[3]{R/m}$  единиц времени), а также сравнения по  $\rho$  (время одного сравнения есть  $\sigma\tau$ ). К времени трансляции по кольцу ( $2m\tau$ ) добавляется величина  $m(\sigma\tau + \delta \sqrt[3]{R/m})$ . Всего циклов моделирования-сортировки может быть  $\alpha N/m$ , поэтому оценка времени синтеза кадра изображения имеет вид

$$\frac{\alpha N}{m} (\delta \sqrt[3]{N/m} + m\tau + \sigma\tau + \delta \sqrt[3]{R/m} + 2m\tau) < t_m < \frac{\alpha N}{m} \left[ \delta \sqrt[3]{N/m} + m\tau + m(\sigma\tau + \delta \sqrt[3]{R/m} + 2\tau) \right]. \quad (1)$$

Если известно, что все  $W_1$  будут принадлежать к компетенции тех ВМ, которые их выработают, то за счет специальной организации управления время синтеза можно уменьшить по сравнению с левой частью неравенства (1). Действительно, в этом случае не нужно передавать сигнал  $\beta$  на каждом цикле моделирования-сортировки, достаточно лишь один раз передать сигнал  $\alpha$  по исчерпанию элементов задания. Тогда время синтеза будет

$$\left[ \frac{\alpha N}{m} (\delta \sqrt[3]{N/m} + m\tau + \sigma\tau + \delta \sqrt[3]{R/m}) \right] + 2m\tau.$$

Что касается обмена информацией между системой и внешним миром, то время обмена оценивается суммой двух слагаемых, из которых одно пропорционально объему информации, а другое - длине процессорного кольца. Таким образом, ввод требует  $(N\tau + m\tau)$ , а вывод -  $(R\tau + m\tau)$  времени. Однако специфика задачи синтеза такова, что ввод исходных данных для синтеза  $(k+1)$ -го кадра и вывод синтезированного изображения  $(k-1)$ -го кадра могут быть совмещены в во времени с процессом синтеза  $k$ -го кадра. Для этого необходимо снабдить каждую ВМ соответствующими каналами ввода-вывода. Тогда три указанных процесса будут выполняться параллельно, а кинограмма в целом просто сдвинется во времени на величину начальной задержки (0,04с). Таким образом, оценка (1) является реально достижимой.

Ускорение от распараллеливания  $S_m$  есть отношение времени синтеза изображения на однопроцессорной машине ко времени синтеза на  $m$ -процессорной системе:

$$S_m = \frac{t_1}{t_m} \approx \frac{\delta \sqrt[3]{N} + (\mu + \sigma)\tau + \delta \sqrt[3]{R}}{(\delta \sqrt[3]{N/m}) + (\sigma + 2 + \mu/m)\tau + \delta \sqrt[3]{R/m}}. \quad (2)$$

В случае, когда  $\tau > \max\{\delta \sqrt[3]{N}, \delta \sqrt[3]{R}\}$  (быстрая память), зависимость ускорения от числа машин в системе при малых  $m$  близка к линейной  $S_m(m) = m$ . С увеличением числа машин зависимость  $S_m(m)$  постепенно отстает от линейной, при  $m = \mu$   $S_\mu = \mu/(\sigma+3)$ , а с дальнейшим ростом  $m$  функция  $S_m(m)$  стремится к значению насыщения  $\mu/(\sigma+2)$ .

В случае, когда  $\tau < \min\{\delta \sqrt[3]{N/m}, \delta \sqrt[3]{R/m}\}$ , зависимость  $S_m(m)$  близка (с точностью до коэффициента пропорциональности) к  $\sqrt[3]{m}$ .

Общий объем вычислений при распознавании адресов  $(i, j)$  составляет  $\alpha m R$  логических операций. Использование в качестве  $\Pi_K$  двумерной памяти с произвольным доступом и емкостью  $R$  (слов) приводит к тому, что за время обращения, равное  $\delta \sqrt[3]{R}$ , выполняется порядка  $R$  логических операций, поэтому время сортировки на однопроцессорной машине оценивается как  $\max\{\alpha \sigma \tau N, \alpha \delta N \sqrt[3]{R}\}$ . Однако если в качестве  $\Pi_K$  использовать цепочку из  $2R$  обрабатываемых элементов, выход которой через процессор соединен со входом, время сортировки составит  $\alpha \sigma \tau N$ . (Предполагается, что каждый элемент обрабатывающей цепочки, помимо операций "прием" и "передача", выполняет также сравнение по  $\rho$  принятого слова со словом, хранящимся в его запоминающей ячейке.) Время синтеза кадра на однопроцессорной машине с такой памятью  $\Pi_K$  составит, благодаря выполнению этапов сортировки в конвейерном режиме,  $t_1^* \approx \alpha \mu \tau N + \alpha \sigma \tau N = \alpha \tau N (\mu + \sigma)$ . В этих же условиях время синтеза на  $m$ -процессорной системе, в отличие от (I), оценивается неравенством  $t_m^* \leq \frac{\alpha \tau N}{m} (\mu + \sigma + 2m\tau) = \alpha \tau N (\frac{\mu}{m} + \sigma + 2) = T_m$ . Ускорение  $S_m^* = t_1^*/T_m \approx (\mu + \sigma) / (\frac{\mu}{m} + \sigma + 2)$ , при малых  $m$  оно пропорционально числу машин в системе.

Сравним по времени синтез изображения на однопроцессорной машине с глобальными взаимодействиями элементов с синтезом такого же изображения на  $m$ -процессорной системе с локальными взаимодействиями элементов. Ускорение от распараллеливания в этом случае есть

$$\tilde{S}_m \approx \frac{t_1}{T_m} = \frac{\alpha N (\delta \sqrt[3]{N} + \mu\tau + \sigma + \delta \sqrt[3]{R})}{\alpha N (\mu\tau + m\sigma\tau + 2m\tau)/m} = \frac{\mu + \sigma + \delta(\sqrt[3]{N} + \sqrt[3]{R})/\tau}{\sigma + 2 + \mu/m} \quad (3)$$

При  $m = \mu$   $\tilde{S}_\mu \approx [\mu + \delta(\sqrt[3]{N} + \sqrt[3]{R})/\tau]/(\sigma + 3)$ . Величины  $N$  и  $R$  количественно характеризуют сложность задачи синтеза. Чем сложнее задача, тем более эффективным оказывается применение системы с локальными взаимодействиями элементов. Действительно, из последнего выражения видно, что при достаточно больших  $N$  и  $R$  ускорение может превысить число машин в системе. Для случая однопроцессорной "локальной" машины из (3) получаем  $\tilde{S}_1 \approx 1 + \delta(\sqrt[3]{N} + \sqrt[3]{R})/\mu\tau$ , т.е. машина с локальными взаимодействиями элементов может превзойти машину с глобальными взаимодействиями по производительности в  $\delta(\sqrt[3]{N} + \sqrt[3]{R})/\mu\tau$  раз за счет сведения к минимуму времени доставки данных к процессору.

На возможности распараллеливания в какой-то степени влияет принятый способ задания поверхностей сцены. От континуального способа можно перейти к дискретному, соотнося с каждой гранью подмножество дискретных элементов поверхности, точки которых близки к этой грани. Объем исходных данных при этом существенно увеличивается, но количество операций, затрачиваемых на обработку всех элементов задания, может даже уменьшиться, поскольку коэффициент  $\mu$  здесь значительно меньше.

Реальный оптический процесс создания изображения на фокальной поверхности (например, на сетчатке глаза) идет параллельно для всех элементов разложения (колбочек-палочек). Сортировка по глубине осуществляется в трехмерном мире, сводится к экранированию одних предметов другими и завершается за время распространения света от ближайшего предмета до оптической системы. В условиях численного моделирования, наиболее приближенных к физической реальности, когда оптические процессы моделируются на трехмерной решетке из  $(\sqrt{R})^3$  процессоров, время синтеза изображения пропорционально величине  $\tau\sqrt{R}$  - времени передачи сигнала на расстояние линейного размера решетки. Поскольку время ввода-вывода информации для такой системы пропорционально  $R$ , то общее время решения задачи синтеза на трехмерной процессорной решетке не меньше чем время решения этой задачи на кольцевой системе. К тому же решетка из  $10^{10}$  процессоров представляется практически нереализуемой. Что касается кольцевой системы, то уже при современном уровне техно -

логии производства микросхем режим реального времени для синтеза изображений достигим на системе с числом процессоров  $\sim 10^3$  и быстродействием процессора  $\sim 10^8$  опер/с. Соответствующая производительность ( $\sim 10^{11}$  арифметических операций в секунду) недостижима на однопроцессорной машине традиционной архитектуры и памятью произвольного доступа даже при использовании в ней вентилей с временем срабатывания  $\sim 10^{-13}$  с. Таким образом, кольцевая ВС оказывается высоко эффективной не только при решении информационно логических задач и задач линейной алгебры, но и применительно к численному синтезу изображений.

Производительность указанной выше системы из  $10^3$  ВС может быть достигнута также и на проблемно-ориентированной системе, осуществляющей моделирование посредством одного спецпроцессора, а сортировку выполняющей параллельно посредством кольцевой памяти из  $R$  локально взаимодействующих элементов. В процессе моделирования на вход спецпроцессора (представляющего собой цепочку из нескольких десятков обрабатывающих элементов) подаются из блока  $\Pi_M$  дискретные элементы поверхности в темпе  $10^8$  Гц, что эквивалентно производительности  $\sim 10^{11}$  опер/с ( $\mu N$  операций за 0,04 с). С выхода спецпроцессора результирующие слова в том же темпе передаются для сортировки в кольцевую память, выполняющую  $\sim 10^{14}$  логических операций в секунду ( $RN$  операций за 0,04 с). Значит, кольцевая структура гарантирует высокую производительность и в случае проблемно-ориентированной системы.

Оценим сложность  $m$ -процессорной системы. Примем в качестве показателя сложности микросхемы число ее вентилей. Тогда сложность процессорного элемента  $C_p \approx 10^4$ , а сложность блока памяти пропорциональна емкости  $V$  (слов) с коэффициентом  $\epsilon$ , равным удвоенной разрядности слова. Обычно  $\epsilon \approx 100$ , а  $V$  зависит от размера задачи. У нас емкости блоков  $\Pi_M$  и  $\Pi_K$  равны соответственно  $N/m$  и  $R/m$ , а программа занимает память объемом  $V_{пр} \approx 10^3$  слов. Отсюда сложность  $m$ -процессорной системы есть  $C_m = \epsilon m \left( \frac{N}{m} + \frac{R}{m} + V_{пр} \right) + m C_p$ . Усложнение  $m$ -процессорной системы по сравнению с однопроцессорной машиной при учете межвентильных соединений составляет

$$\eta_m = \frac{C_m}{C_1} = \frac{\epsilon N + \epsilon R + \epsilon m V_{пр} + \xi m C_p}{\epsilon N + \epsilon R + \epsilon C_{пр} + \xi C_p}.$$

Здесь  $\xi$  - коэффициент, показывающий, во сколько раз площадь, занимаемая вентилями (вместе с соединениями) в процессоре, больше пло-

пади вентиля в памяти. Для современных кристаллов  $\xi \sim 10$ . Подставляя конкретные значения в случае  $m = 10^3$ , получим  $\eta_{\mu} \approx 2$ . ВС из  $10^3$  процессоров и однопроцессорная машина не должны существенно отличаться по стоимости и надежности, поскольку их сложности практически одинаковы.

Интегральной характеристикой эффективности  $m$ -процессорной системы является ее добротность, т.е. отношение ускорения к усложнению  $Q = \xi_{\mu} / \eta_{\mu}$ . В нашем случае  $\mu$ -процессорной системы  $Q = \mu/8$ .

### Выводы

1. Синтез изображений трехмерной сцены средней сложности ( $\sim 10^6$  элементов задания) в режиме реального времени возможен только на многопроцессорной параллельной системе. Кольцевая архитектура системы позволяет достичь минимального времени синтеза.
2. Режим реального времени достижим на системе из  $\sim 10^3$  процессоров при быстродействии процессора  $\sim 10^8$  операций в секунду.
3. Ускорение синтеза на многопроцессорной вычислительной системе по сравнению с синтезом на однопроцессорной машине превосходит число процессоров системы.

### Литература

1. ROMAN G.C., KIMURA T. VLSI perspective of real-time hidden-surface elimination.-Computer-aided design, 1981, N2, p.99-107.
2. КУЛУТОВ А.В., ЛЕУС В.А., ПОДЕЩУК Н.С. Численный синтез нового изображения освещенной поверхности и растровая визуализация. -Автоматика, 1978, № 5, с.59-64.
3. МИШИН А.И. Параллельные вычислительные среды с локальными взаимодействиями элементов. -Автоматика и телемеханика, 1982, №10, с. 147-155.

Поступила в ред.-изд.отд.  
3 апреля 1984 года