ЯЗЫКИ СПЕЦИФИКАЦИЙ И ЛОГИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ
(Вычислительные системы)
1988 год Выпуск 124

УДК 519.47

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ПРОЦЕССЫ С СИНХРОНИЗАЦИЕЙ: СЕТЕВОЙ И АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ ПОДХОДЫ

А.С.Филюрин, Л.А.Черкасова

Введение

В настоящее время в связи с бурным развитием параллельного программирования большое значение приобретает проблема тупиков в системах параллельных взаимодействующих процессов. Наиболее серьезные исследования в этой области принадлежат Дейкстре [1,2], Хаберману [3], Холту [4,5]. Модель, изучаемая Холтом, по-видимому, одна из наиболее общих моделей, предложенных для анализа тупиков. Она основана на параллельных изначально независимых процессах, которые взаимодействуют с помощью: 1) потребляемых (локальных) ресурсов; 2) повторно используемых (глобальных) ресурсов. Повторно используемый ресурс может содержать в общем случае m одинаковых единиц, предлагаемых для распределения (например, память, поделенная на стандартные блоки), и разделяться n процессами, $1 \le m \le n$.

В [6] для описания параллельных процессов с синхронизацией был предложен подкласс сетей Петри (OS-сети, или O-сети с синхронизацией). Потребляемые ресурсы в этой модели явно не задаются, они как бы скрыты в структуре базовой O-сети. Повторно используемые ресурсы употребляются только самые простые: каждый ресурс содержит ровно одну единицу, которая разделяется ровно двумя параллельными процессами. Такая модель значительно проще Холтовской, но не проигрывает ей в общности, так как с помощью результатов, приведенных в [7], повторно используемый ресурс самого общего вида может быть сведен к комбинации нескольких самых простых.

В OS-сетях, как и в ранее изучавшихся моделях, возникает проблема анализа тупиковых ситуаций. Структура OS-сети может быть описана формулой алгебры AFP_0^{mutex}, являющейся подалгеброй алгебры регулярных сетей Петри [8]. AFP_c^{mutex} содержит три базовых операции: "," - операция наложения, ":" - операция присоединения; "mutex" - операция взаимного исключения (от английского mutual exclusion). Алгебра AFP_0^{mutex} предоставляет очень удобный формализм для наглядного представления структуры параллельных процессов с синхронизацией, но для анализа свойств этих процессов более удобен другой, логико-алгебраический подход, предложенный в [9,10]. Формула, описывающая процесс, рассматривается при таком подходе как наиболее полное и детальное описание свойств процессов.

Алгебра $AFP_1^{\odot}$, рассматриваемая в данной работе, является подалгеброй алгебры AFP_1 (см.[9]), расширенной операцией синхронизации. Алгебра параллельных процессов с синхронизацией состоит из следующего набора базовых операций: $\|$ (отношение параллелизма), / (отношение предшествования), $\vee$ (дизъюнкция), $\odot$ (синхронизация).

Процесс, описываемый формулой из $AFP_1^{\odot}$, характеризуется множеством частичных порядков, соответствующих его альтернативным реализациям в виде параллельных подпроцессов. Каждое действие в таком параллельном подпроцессе уникально и реализуется ровно один раз. При этом семантика операций в $AFP_1^{\odot}$ задается таким образом, что при наличии противоречивых требований в формуле Φ описания процесса Φ задает пустой процесс.

Если оттранслировать формулу из AFP_0^{mutex} в формулу из $AFP_1^{\odot}$ при помощи простого отображения φ : $\varphi(A,B) = A \| B$, $\varphi(A;B) = A/B$, $\varphi(A \text{ mutex } B) = A \odot B$, то справедливо следующее утверждение: если формула A_0 из AFP_0^{mutex} описывает структуру беступиковой OS-сети N, то формула $A_1 = \varphi(A_0)$ описывает функционирование (семантику) OS-сети N. Иными словами, алгебра $AFP_1^{\odot}$ описывает поведение и свойства OS-сетей без тупиков.

Вторая алгебра $AFP_2^{\odot}$ состоит из аналогичного алгебре $AFP_1^{\odot}$ набора базовых операций. Однако их семантика задается несколько иным способом: при наличии противоречивых требований в формуле Φ описания процесса Φ задает максимально возможный префикс вычисления, соответствующий выполнению действий процесса до "наступления ошибки" (противоречивого требования).

Если рассмотреть вышеописанное отображение φ, то справедливо следующее утверждение: если формула A_0 из AFP_0^{mutex} описывает структуру OS-сети N, то формула $A_2 = \varphi(A_0)$ из $AFP_2^{\odot}$ описывает функционирование OS-сети N. Иными словами, алгебра $AFP_2^{\odot}$ описывает поведение всех OS-сетей, в том числе и тупиковых.

Статья имеет следующую структуру.

В разделе I вводятся OS-сети и алгебра AFP_0^{mutex} для конструирования OS-сетей. В разделе 2 определяются синтаксис и семантика алгебры $AFP_1^{\odot}$. Теорема о связи алгебр AFP_0^{mutex} и $AFP_1^{\odot}$ сформулирована в п.2.4. Третий раздел посвящен синтаксису и семантике алгебры параллельных процессов с синхронизацией $AFP_2^{\odot}$. В конце раздела сформулированы теоремы о связи алгебр AFP_0^{mutex}, $AFP_1^{\odot}$ и $AFP_2^{\odot}$. В четвертом разделе рассматриваются эквивалентные преобразования формул в алгебрах $AFP_1^{\odot}$ и $AFP_2^{\odot}$. В 5 - сформулированы теорема о единственности канонической формы для формул в алгебрах $AFP_1^{\odot}$ и $AFP_2^{\odot}$ и теоремы о полноте системы эквивалентных преобразований в классах структурированных процессов $SAFP_1^{\odot}$ и $SAFP_2^{\odot}$.

I. OS-сети и алгебра AFP_0^{mutex}

I.I. O-сети и OS-сети. Сеть - это тройка $N = (P,T,F)$, где P - непустое множество мест, T - непустое множество переходов, $F \subseteq P \times T \cup T \times P$ - отношение инцидентности. Пусть $X = P \cup T$ обозначает множество всех элементов сети. Для сетей выполнены следующие условия:

AI. $P \cap T = \emptyset$.

A2. $(F \neq \emptyset) \wedge (\forall x \in X \; \exists y \in X\colon \; xFy \vee yFx)$, т.е. каждый элемент инцидентен хотя бы одному элементу другого типа.

A3. $\forall p_1, p_2 \in P\colon (p_1^{\bullet} = p_2^{\bullet} \wedge {}^{\bullet}p_1 = {}^{\bullet}p_2) \Rightarrow p_1 = p_2$, где $x^{\bullet} = \{y / xFy\}$ - множество выходных элементов для x, ${}^{\bullet}x = \{y / yFx\}$ - множество входных элементов для x.

В настоящей работе опущены общеизвестные понятия, а именно: разметка сети, начальная разметка сети (M_0), правила функционирования сети, приведенные, например, в [8].

O-сетью называется сеть, которая наряду с условиями AI-A3 удовлетворяет ограничениям A4-A7:

A4. $\forall x, y \in X\colon \; (x \neq y \wedge xF^{+}y) \Rightarrow \neg(yF^{+}x)$, т.е. сеть не содержит циклов, где F^{+} - транзитивное замыкание отношения F.

A5. $\forall t \in T\colon \; ({}^{\bullet}t \neq \emptyset \wedge t^{\bullet} \neq \emptyset)$, т.е. любой переход имеет хотя бы одно входное и одно выходное место.

А6. $\forall p \in P$: $(|{}^{\bullet}p| \le 1 \wedge |p^{\bullet}| \le 1)$, т.е. каждое место сети имеет не более одного входного и выходного перехода.

А7. Сеть имеет стандартную начальную разметку, т.е.

$$\forall p \in P: M_0(p) = \begin{cases} 1, \text{ если } & p \in H(N), \\ 0 - \text{в противном случае}, \end{cases}$$

где $H(N) = \{p / p \in P \wedge {}^{\bullet}p = \emptyset\}$ - множество головных мест сети N и $G(N) = \{p / p \in P \wedge p^{\bullet} = \emptyset\}$ - множество хвостовых мест сети N .

В настоящей работе мы ограничиваемся рассмотрением класса конечных сетей. В конечной О-сети каждый переход сработает ровно один раз.

Введем сети для описания процессов, в которых подпроцессы могут конфликтовать из-за общих ресурсов. Дадим несколько определений.

Интервалом в О-сети (P,T,F) называется пара переходов $[a, b]$ такая, что aF^*b $(F^* = F^+ \cup X^2)$.

О-сетью с синхронизацией, или OS-сетью, назовем тройку $N = (P \cup P_R, T, F \cup F_R)$, где (P,T,F) - это так называемая базовая О-сеть, P_R - конечное множество мест-ресурсов с единичной начальной разметкой $(P_R \cap P = \emptyset)$; $F_R \subseteq P_R \times T \cup T \times P_R$ - отношение инцидентности между ресурсами и переходами базовой О-сети. Каждый ресурс $p \in P_R$ связан ровно с двумя интервалами $[a_1, b_1]$ и $[a_2, b_2]$ и имеет две выходные $(p, a_1), (p, a_2) \in F_R$ и две входные дуги (b_1, p), $(b_2, p) \in F_R$.

Пару интервалов $([a_1, b_1], [a_2, b_2])$, связанных с каким-либо ресурсом $p \in P_R$, будем называть интервалами, критическими по ресурсу p, или просто критической парой.

ПРИМЕР. Приведенная на рис. Iа OS-сеть N имеет в качестве базовой О-сети сеть, приведенную на рис. Iб.

Дадим несколько определений,

Сеть $N_1 = (P_1, T_1, F_1)$ является префиксом сети $N_2 = (P_2, T_2, F_2)$, если

1) $P_1 \subseteq P_2$ & $T_1 \subseteq T_2$;

2) $F_1 = F_2 \cap (P_1 \times T_1 \cup T_1 \times P_1)$;

3) $\forall x \in P_1 \cup T_1$ $\forall y \in P_2 \cup T_2$: $(yF_2^* x) \Rightarrow y \in P_1 \cup T_1$.

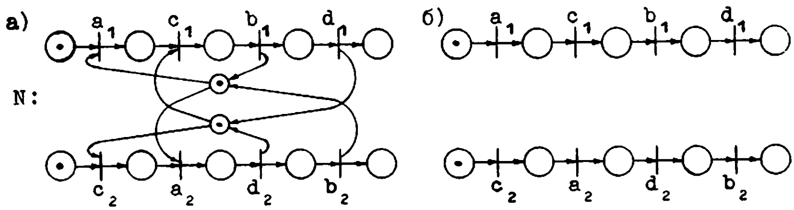
Сеть $N' = (P \cup P_R, T, F \cup F_R')$ называется MG-подсетью OS-сети $N = (P \cup P_R, T, F \cup F_R)$, если для любого ресурса $p \in P_R$ и его критической пары $([a_1, b_1], [a_2, b_2])$ либо $(b_1, p), (p, a_2) \in F_R'$ & (b_2, p), $(p, a_1) \notin F_R'$, либо $(b_1, p), (p, a_2) \notin F_R'$ & $(b_2, p), (p, a_1) \in F_R'$.

О-сеть N" назовем О-подсетью OS-сети N , если N" является префиксом некоторой MG-подсети сети N .

О-подсеть N_1 сети N назовем максимальной, если для любой О-подсети N_2 сети N такой, что N_1 является префиксом N_2, верно, что $N_1 = N_2$.

Поведение OS-сети N характеризуется множеством $C^0(N)$ ее максимальных О-подсетей, соответствующих различным возможным вариантам функционирования сети N . На рис. Iв приведено множество максимальных О-подсетей для OS-сети (см. рис. Iа).

В хорошо устроенной OS-сети при любом варианте ее функционирования все переходы сети срабатывают, причем только один раз. Таким образом, каждая ее максимальная О-подсеть содержит все переходы OS-сети. Пример хорошо устроенной OS-сети приведен на рис. 2.



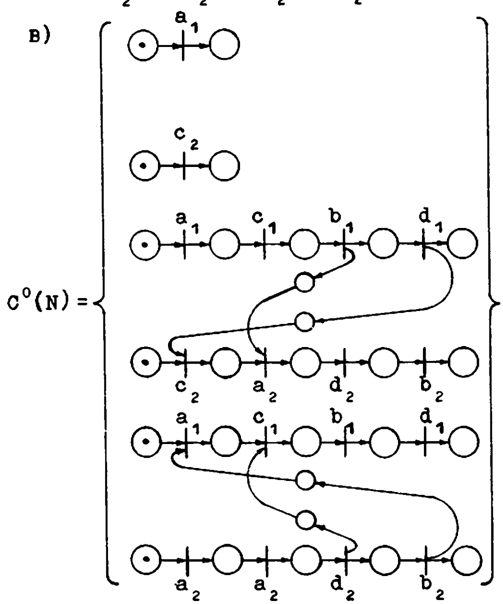


Рис. I

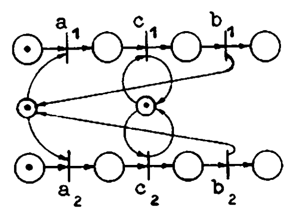


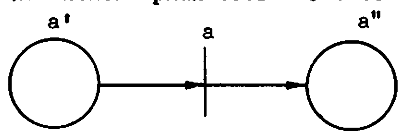
Рис. 2

Однако существуют синтаксически корректные OS-сети (т.е. удовлетворяющие определению OS-сети, приведенному выше), семантика (функционирование данной сети) которых не адекватна их синтаксическому описанию. В поведении подобной "некорректной" OS-сети существует такой вариант ее функционирования, при котором может возникнуть тупиковая ситуация (взаимная блокировка подпроцессоров, конфликтующих из-за ресурсов), и часть переходов сети в этом случае не может проработать. Такая семантически "некорректная" OS-сеть среди своих максимальных O-подсетей содержит "неполную" максимальную O-подсеть (определенную на подмножестве переходов сети N). Пример семантически "некорректной" OS-сети приведен на рис.Iа. Среди ее максимальных O-подсетей, приведенных на рис.Iв, первая O-подсеть соответствует тупиковому варианту функционирования исходной OS-сети.

OS-сеть $N = (P \cup P_R, T, F \cup F_R)$ будем называть тупиковой, если существует ее максимальная O-подсеть $N' = (P', T', F')$ из множества $C^0(N)$ такая, что $T \setminus T' \neq \emptyset$.

I.2. Алгебра AFP_0^{mutex} для описания структуры OS-сетей.

OS-сети могут быть описаны при помощи следующей алгебры AFP_0^{mutex} путем задания операций над сетями и с помощью класса элементарных сетей. Элементарная сеть - это сеть вида:



где a - символ перехода: a' - головное место элементарной сети и a" - ее хвостовое место. В формульном представлении элементарная сеть обозначается символом перехода a .

Сеть в алгебре AFP_0^{mutex} строится из элементарных сетей с помощью операций: ";", "mutex" и ",".

Неформально на примере рис.Iа поясним семантику операций (точные определения см. в [8]). Операция присоединения ";" соединяет две сети, сливая множество хвостовых мест одной сети с множеством головных мест второй (см. $a_1; c_1$ на рис.Iа). Два множества мест сливаются таким образом, что каждое место первой сети сливается с каждым местом второй. Операция взаимного исключения "mutex" объединяет две сети в одну, сливая соответственно их головные и хвостовые места, и затем, сливая головные места с хвостовыми у полученной сети (см.$(a_1; c_1; b_1)$ mutex $(a_2; d_2; b_2)$ на рис. Iа). Операция наложения "," накладывает одну сеть на другую. Результатом является теоретико-множественное объединение двух сетей: переходы и места с одинаковыми именами сливаются (см. $(a_1;c_1;b_1;d_1)$, $((a_1;c_1;b_1)$ mutex $(a_2;d_2;b_2))$ на рис. Iа).

ЗАМЕЧАНИЕ. Здесь и далее будут рассматриваться сети со стандартной единичной разметкой в головных местах и местах-ресурсах, которая проставляется в сеть после завершения конструирования сети с помощью алгебры.

Пусть $\mathcal{A}$ - множество элементарных сетей (иначе говоря, множество символов переходов). Формула сети в алгебре AFP_0^{mutex} над базисом $\mathcal{A}$ определяется следующим образом:

I) если $a \in \mathcal{A}$, то a - формула AFP_0^{mutex};

2) если A и B - формулы, то (A,B), (A;B) и (A mutex B) - также формулы, при ограничении, что формулы вида (A;B) не содержат одного и того же символа одновременно в A и в B .

Любая OS-сеть может быть описана формулой в предлагаемой алгебре AFP_0^{mutex} .

2. Алгебра конечных параллельных процессов с синхронизацией $AFP_1^{\odot}$

2.I. Синтаксис $AFP_1^{\odot}$. Пусть $\mathcal{A} = \{a, b, c, \ldots\}$ - некоторый конечный алфавит символов для обозначения действий. Выделим специальный символ δ для обозначения пустого действия (дедлок, ошибка). Базовыми операциями являются: $\|$ (отношение параллелизма), / (отношение предшествования), $\odot$ (операция синхронизации), $\vee$ (дизъюнкция или объединение).

Интуитивно: формула $A \| B$ задает параллельное выполнение подпроцессов A и B . Операция предшествования / служит для последовательного упорядочения двух подпроцессов. Операция синхронизации $\odot$ произвольным образом упорядочивает выполнение двух подпроцессов, запрещая их параллельное исполнение, т.е. формула $A \odot B$ задает процесс, при выполнении которого или A предшествует B, или B предшествует A . Формула $A \vee B$ определяет процесс, который ведет себя или как A , или как B .

Правила построения формул в $AFP_1^{\odot}$:

I) a и δ являются формулами $AFP_1^{\odot}$, где $a \in \mathcal{A}$,

2) если A и B - формулы в $AFP_1^{\odot}$, то $A \| B$, A / B, $A \odot B$, $A \vee B$ - формулы в $AFP_1^{\odot}$.

2.2. Частичные порядки (основные понятия и определения).

Процесс, описываемый формулой из $AFP_1^{\odot}$, будет характеризоваться множеством частичных порядков в алфавите $\mathfrak{A} \cup \{\delta\}$.

Введем основные понятия и обозначения, связанные с частичными порядками.

Частичный порядок - это пара $p = (V, <)$, где V - множество вершин (в случае описания процесса - действий, т.е. $V \subseteq \mathfrak{A} \cup \{\delta\}$; $< \subseteq V \times V$ - отношение порядка на элементах из V, со следующей интерпретацией: $a < b$ обозначает факт обязательного предшествования выполнения действия a перед выполнением действия b во времени. Отношение порядка $<$ транзитивно, но не рефлексивно.

В настоящей работе будут рассматриваться частичные порядки, удовлетворяющие следующему условию: если $\delta \in V$, то $V = \{\delta\}$.

Определим дополнительную операцию регуляризации $[p]$ для неправильно сконструированных частичных порядков:

$$[p] = \begin{cases} p, & \text{если } p \text{ - частичный порядок, удовлетворяющий вышеприведенным требованиям,} \\ (\{\delta\}, \emptyset) & \text{- в противном случае.} \end{cases}$$

Определим операцию присоединения $\oslash$ двух частичных порядков $p_1 = (V_1, <_1)$ и $p_2 = (V_2, <_2)$ следующим образом:

$$p_1 \oslash p_2 = [(V_1 \cup V_2, <_1 \cup <_2 \cup (V_1 \times V_2))].$$

Заметим, что результатом операции присоединения $\oslash$ является новый частичный порядок, или, если сконструированный объект не удовлетворяет требованиям, предъявляемым к частичным порядкам - вырожденный частичный порядок $(\{\delta\}, \emptyset)$.

ПРИМЕР. Пусть $p_1 = (\{a\}, \emptyset)$ и $p_2 = (\{b\}, \emptyset)$, тогда $p_3 = p_1 \oslash p_2 = (\{a, b\}, <_3)$, где $a <_3 b$. Однако $p_4 = p_3 \oslash p_1 = (\{\delta\}, \emptyset)$.

Определим операцию параллельной композиции $\textcircled{\small\|}$ двух частичных порядков $p_1 = (V_1, <_1)$ и $p_2 = (V_2, <_2)$:

$$p_1 \textcircled{\small\|} p_2 = [(V_1 \cup V_2, (<_1 \cup <_2)^*)],$$

где через $(<_1 \cup <_2)^*$ обозначено транзитивное замыкание отношения $<_1 \cup <_2$.

Результатом операции параллельной композиции $\textcircled{\small\|}$ является новый частичный порядок, или, если сконструированный объект не удовлетворяет требованиям частичного порядка, - вырожденный частичный порядок.

ПРИМЕР. Пусть $p_1 = (\{a,c\}, <_1)$, где $a <_1 c$, и $p_2 = (\{b,c\}, <_2)$, где $b <_2 c$. Тогда $p_3 = p_1 \circledparallel p_2 = (\{a,b,c\}, <_3)$, где $a <_3 c$, $b <_3 c$. Рассмотрим дополнительно $p_4 = (\{a,c\}, <_4)$, где $c <_4 a$. Тогда $p_3 \circledparallel$ $\circledparallel\, p_4 = (\{\delta\}, \emptyset)$.

Определим операцию $\circledcirc$ синхронизации двух частичных порядков $p_1 = (V_1, <_1)$ и $p_2 = (V_2, <_2)$ следующим образом:

$$p_1 \circledcirc p_2 = \{[(V_1 \cup V_2, <_1 \cup <_2 \cup V_1 \times V_2)]\} \cup \{[(V_2 \cup V_1, <_2 \cup <_1 \cup V_2 \times V_1)]\}.$$

Результатом операции синхронизации $\circledcirc$ является множество, состоящее из двух различных частичных порядков, описывающих возможные альтернативные реализации последовательностей выполнения: или выполнение p_1 предшествует выполнению p_2, или, наоборот, p_2 предшествует p_1.

ПРИМЕР. Пусть $p_1 = (\{a\}, \emptyset)$ и $p_2 = (\{b\}, \emptyset)$, тогда $p_1 \circledcirc p_2 =$ $= \{(\{a,b\}, <_1)\} \cup \{(\{a,b\}, <_2)\}$, где $a <_1 b$ и $b <_2 a$.

Введенные операции естественным образом обобщаются на множества частичных порядков: пусть $p_1 = \bigcup_{i=1}^{n} \{p_i^1\}$ и $p_2 = \bigcup_{j=1}^{k} \{p_j^2\}$ - множества частичных порядков, тогда $p_1 \circ p_2 = \bigcup_{i=1}^{n} \left(\bigcup_{j=1}^{k} \{ p_i^1 \circ p_j^2 \} \right)$,

где $\circ \in \{ \oslash, \circledparallel, \circledcirc \}$.

Операция объединения для частичных порядков модифицируется в соответствии со следующим правилом:

$$\{p_1\} \tilde{\cup} \{p_2\} = \begin{cases} p_1, \text{ если } p_2 = (\{\delta\}, \emptyset); \\ p_2, \text{ если } p_1 = (\{\delta\}, \emptyset); \\ \{p_1\} \cup \{p_2\} \text{ - в остальных случаях.} \end{cases}$$

2.3. Семантика $AFP_1^{\odot}$. Параллельный процесс с синхронизацией задается множеством частичных порядков, соответствующим всем возможным реализациям (альтернативным) данного процесса. Будем обозначать через $C^1(A)$ множество частичных порядков, сопоставляемых формуле A.

Семантика формул $AFP_1^{\odot}$ определяется следующим образом:

1) $C^1(a) = (\{a\}, \emptyset)$, $C^1(\delta) = (\{\delta\}, \emptyset)$.

2) Пусть $\Phi = A \parallel B$, тогда $C^1(\Phi) = C^1(A) \circledparallel C^1(B)$.

3) Если $\Phi = A / B$, то $C^1(\Phi) = C^1(A) \oslash C^1(B)$.

4) Пусть $\Phi = A \odot B$, тогда $C^1(\Phi) = C^1(A) \circledcirc C^1(B)$.

5) Если $\Phi = A \vee B$, то $C^1(\Phi) = C^1(A) \cup C^1(B)$.

ЗАМЕЧАНИЕ. Формально, поскольку для операций $\|$, $/$, $\odot$ и $\vee$ будут предложены две различные семантики, то их требуется как-то различать. В частности, операции с введенной выше семантикой необходимо снабдить дополнительным индексом: $\|_1$, $/_1$, $\odot_1$, $\vee_1$. Но в тех случаях, когда двусмысленности не возникает и из контекста ясно, о какой семантике идет речь, мы будем опускать дополнительную пометку.

В левой части таблицы (см. ниже) процессы описаны с помощью алгебраической спецификации, в правой части изображено их соответствующее сетевое представление, в центре таблицы процессы характеризуются с помощью соответствующего множества частичных порядков. Так, например, формула $N_2 = (a \| b)/c$ описывает последовательно-параллельный процесс, в котором действие c выполняется после подпроцесса, состоящего из параллельного выполнения действий a и b.

Заметим, что сетевое представление последовательно-параллельного процесса (т.е. не содержащего альтернативных действий), практически совпадает с соответствующим представлением в виде частичного порядка. По O-сети N соответствующий частичный порядок p может быть построен следующим образом. Пусть T - множество переходов в сети N и $<$ - базовое сетевое отношение предшествования на них. Тогда $p = (T, <^*)$.

Далее, например, формула $N_3 = (a/b) \| c \|((a/b) \odot c)$ описывает параллельный процесс с синхронизацией, допускающий две возможные реализации: в одной из них $a < b < c$, в другой $c < a < b$.

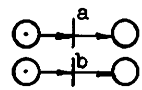
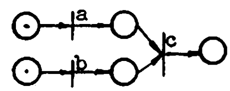
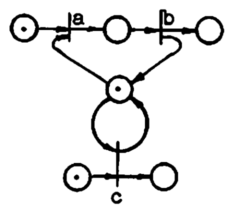
2.4. Связь алгебр AFP_0^{mutex} и $AFP_1^{\odot}$. Пусть AFP_0^{mutex} и $AFP_1^{\odot}$ - алгебры над одним и тем же базисом действий $\mathfrak{A}$. Рассмотрим отображение формул алгебры AFP_0^{mutex} в формулы алгебры $AFP_1^{\odot}$, определяемое следующим образом:

$$\varphi(a) = a, \text{ где } a \in \mathfrak{A},$$
$$\varphi(A;\, B) = \varphi(A)/\, \varphi(B),$$
$$\varphi(A, B) = \varphi(A) \,\|\, \varphi(B),$$
$$\varphi(A \text{ mutex } B) = \varphi(A) \odot \varphi(B).$$

Приведенная таблица иллюстрирует вышеуказанное отображение.

ТЕОРЕМА I. Пусть N - конечная OS-сеть без тупиков, описываемая формулой A_0 в AFP_0^{mutex}, и $\varphi(A_0) = A_1$ - соответствующая формула в алгебре $AFP_1^{\odot}$. Пусть $\{N_i\}_{i=1}^n$ - множество всех максимальных

Таблица

$\varphi(N)$	$C^1(\varphi(N))$	Сеть N
$N_1 = a \| b$	$C(N_1) = \{(\{a,b\},\emptyset)\}$	
$N_2 = (a \| b)/c$	$C(N_2) = \{(\{a,b,c\}, <_2)\}$, где $a <_2 c$, $b <_2 c$	
$N_3 = ((a/b) \| c) \|$ $((a/b) \odot c)$	$C(N_3) = \{(\{a,b,c\}, <_3^1)$, $(\{a,b,c\}, <_3^2)\}$, где $a <_3^1 b <_3^1 c$, $c <_3^2 a <_3^2 b$	

О-подсетей сети N и $\{p_i\}_{i=1}^n$ - соответствующее множество частичных порядков, построенных по $\{N_i\}_{i=1}^n$. Тогда $\{p_i\}_{i=1}^n = C^1(A_1)$.

Таким образом, поведение и свойства конечных OS-сетей без тупиков могут быть описаны соответствующей формулой в алгебре $AFP_1^{\odot}$.

3. Алгебра $AFP_2^{\odot}$ конечных параллельных процессов с синхронизацией

<u>3.I. Синтаксис $AFP_2^{\odot}$.</u> Пусть $\mathfrak{A} = \{a,b,c,\ldots\}$ - некоторый конечный алфавит символов для действий. Обозначим через $\bar{\bar{\mathfrak{A}}} = \{\bar{\bar{a}}, \bar{\bar{b}}, \bar{\bar{c}}, \ldots\}$ двойственный алфавит для "аварийных" нереализовавшихся действий.

Базовыми операциями являются: $\|$, $/$, $\odot$, $\vee$, $\tilde{\|}$ ("аварийное невыполнение").

Правила построения формул в $AFP_2^{\odot}$:

I) $a, \bar{\bar{a}}$ являются формулами $AFP_2^{\odot}$, где $a \in \mathfrak{A}$, $\bar{\bar{a}} \in \bar{\bar{\mathfrak{A}}}$,

2) если A и B – формулы в $AFP_2^{\odot}$, то $A \| B$, A/B, $A \odot B$, $A \vee B$, $\P A$ – формулы в $AFP_2^{\odot}$.

<u>3.2. Частичные порядки для интерпретации формул $AFP_2^{\odot}$</u>. Процесс, описываемый формулой из $AFP_2^{\odot}$, будет характеризоваться множеством частичных порядков в алфавите $\mathcal{O} \cup \bar{\bar{\mathcal{O}}}$.

Пусть $p = (V, <)$ – некоторый частичный порядок, причем $V \subseteq \mathcal{O} \cup \bar{\bar{\mathcal{O}}}$. Обозначим $V^+ = \{v \mid v \in \mathcal{O}\}$, $V^= = \{\bar{\bar{v}} \mid \bar{\bar{v}} \in \bar{\bar{\mathcal{O}}}\}$.

В дальнейшем будем рассматривать частичные порядки, удовлетворяющие следующим требованиям:

I) Действия $v \in V^+$ и $\bar{\bar{v}} \in V^=$ не входят одновременно в частичный порядок, т.е. в процессе или действие v реализуется, или выполняется $\bar{\bar{v}}$ (что свидетельствует о противоречии, ошибке в спецификации процесса, в силу чего действие v по "аварийным" причинам не реализуется).

2) Отношение порядка $<$ транзитивно, не нерефлексивно.

3) $\forall \bar{\bar{v}} \in V^=, \neg\exists x \in V$: $(x < \bar{\bar{v}}) \vee (\bar{\bar{v}} < x)$, т.е. все "аварийно нереализовавшиеся" действия несравнимы, и частичный порядок $p = (V, <)$ может быть представлен в виде: $p = (V^+, <) \cup (V^=, \emptyset)$.

Обозначим $\bar{\bar{V}} = \{\bar{\bar{v}} \mid v \in V^+\} \cup \{\bar{\bar{v}} \mid \bar{\bar{v}} \in V^=\}$.

Операция регуляризации $[p]$ для неправильно сконструированных порядков (в отличие от операции п. 2.2) отделяет от сконструированного объекта $p = (V, <)$ максимально возможный префикс, удовлетворяющий приведенным выше требованиям I–3, и определяется следующим образом:

$$[p] = (\bar{\bar{V}}_{ab}, \emptyset) \cup (V \setminus V_{ab}, < \cap (V \setminus V_{ab})^2),$$

где $V_{ab} = V^1_{ab} \cup V^2_{ab}$;

$$V^1_{ab} = \{v \mid (v,v) \in <\} \cup \{v \mid v \in V \ \&\ \bar{\bar{v}} \in V\};$$

$$V^2_{ab} = \{w \mid ((v,w) \in <) \ \&\ v \in V^1_{ab}\}.$$

Набор "аварийно нереализовавшихся" в процессе действий V_{ab} определяется объединением двух множеств V^1_{ab} и V^2_{ab}. В множество V^1_{ab} входят действия, которые не могут реализоваться в процессе в силу противоречивости требований к их выполнению, например:

1) если a/a, т.е. требуется, чтобы действие a выполнилось после самого себя, то в этом случае действие a выполниться не может и объявляется "аварийно нереализовавшимся"; аналогично,

2) если имеет место $a \parallel \bar{\bar{a}}$, т.е. требуется, чтобы действие a выполнилось, но, с другой стороны, оно не может выполниться по каким-то причинам, в силу наличия условия $\bar{\bar{a}}$, то и в этом случае действие a присоединяется к "аварийно нереализовавшимся".

Множество $V^2_{ав}$ образуется из действий, которые не могут реализовываться в силу того, что "аварийно не выполнялись" предшествующие им действия из $V^1_{ав}$. Таким образом, $[p]$ состоит из максимально непротиворечивого префикса p, а все "аварийно нереализовавшиеся" действия входят в $[p]$ в виде $\bar{\bar{v}}$ с вырожденным отношением порядка на них.

Если $p_1 = (V_1, <_1)$ и $p_2 = (V_2, <_2)$ - частичные порядки, то $p_1 \oslash p_2 = [(V_1 \cup V_2, <_1 \cup <_2 \cup (V_1^+ \times V_2^+))]$.

ПРИМЕР. Пусть $p_1 = (\{a, b, c\}, <_1)$, где $a <_1 b$, $a <_1 c$ и $p_2 = (\{b, d\}, <_2)$, где $b <_2 d$, тогда $p_3 = p_1 \oslash p_2 = (\{a, \bar{\bar{b}}, c, \bar{\bar{d}}\}, <_3)$, где $a <_3 c$.

Если $p_1 = (V_1, <_1)$ и $p_2 = (V_2, <_2)$ - частичные порядки, то $p_1 \textcircled{\parallel} p_2 = [(V_1 \cup V_2, (<_1 \cup <_2)^*)]$.

ПРИМЕР. Пусть $p_1 = (\{a, b, c\}, <_1)$, где $a <_1 b$ и $p_2 = (\{a, b\}, <_2)$, где $b <_2 a$. Тогда $p_3 = p_1 \textcircled{\parallel} p_2 = (\{\bar{\bar{a}}, \bar{\bar{b}}, c\}, \emptyset)$.

Пусть $p_1 = (V_1, <_1)$ и $p_2 = (V_2, <_2)$ - частичные порядки. Операция включения $\subseteq$ определяется для частичных порядков следующим образом: $p_1 \subseteq p_2 \Leftrightarrow V_1^+ \subseteq V_2^+$ и $<_2 \cap (V_1^+ \times V_1^+) = <_1$.

Операция объединения для частичных порядков модифицируется в соответствии со следующим правилом:

$$\{p_1\} \tilde{\cup} \{p_2\} = \begin{cases} \{p_1\} \cup \{p_2\}, \text{ если } (p_1 \not\subseteq p_2) \& (p_2 \not\subseteq p_1), \\ p_1, \text{ если } p_2 \subseteq p_1, \\ p_2, \text{ если } p_1 \subseteq p_2. \end{cases}$$

Операция синхронизации $\circledcirc$ двух частичных порядков $p_1 = (V_1, <_1)$ и $p_2 = (V_2, <_2)$ определяется следующим образом:

$$p_1 \circledcirc p_2 = \{[(V_1 \cup V_2, <_1 \cup <_2 \cup V_1 \times V_2)]\} \cup \{[(V_1 \cup V_2, <_1 \cup <_2 \cup V_2 \times V_1)]\}.$$

Введем дополнительную операцию аварийного невыполнения $\textcircled{\bar{\bar{T}}}$ для частичного порядка $p_1 = (V_1, <_1)$ следующим образом: $p = \textcircled{\bar{\bar{T}}} p_1 = (\bar{\bar{V}}_1, \emptyset)$.

Введенные выше операции естественным образом обобщаются на множества частичных порядков.

3.3. Семантика $AFP_2^{\odot}$. Будем обозначать через $C^2(A)$ множество частичных порядков, сопоставляемых формуле $A \in AFP_2^{\odot}$.

Семантика формул $AFP_2^{\odot}$ определяется следующим образом:

1) $C^2(a) = (\{a\}, \emptyset), C^2(\bar{\bar{a}}) = (\{\bar{\bar{a}}\}, \emptyset)$,

2) пусть $\Phi = A \| B$, тогда $C^2(\Phi) = C^2(A) \circledparallel C^2(B)$,

3) если $\Phi = A/B$, то $C^2(\Phi) = C^2(A) \oslash C^2(B)$,

4) пусть $\Phi = A \odot B$, тогда $C^2(\Phi) = C^2(A) \circledcirc C^2(B)$,

5) пусть $\Phi = A \vee B$, тогда $C^2(\Phi) = C^2(A) \tilde{\cup} C^2(B)$,

6) пусть $\Phi = \tilde{\P}(A)$, тогда $C^2(\Phi) = (\P) C^2(A)$.

3.4. Связь алгебр AFP_0^{mutex} с $AFP_1^{\odot}$ и $AFP_2^{\odot}$. Пусть AFP_0^{mutex} и $AFP_2^{\odot}$ - алгебры над одним и тем же базисом действий $\mathfrak{A}$. Рассмотрим отображение φ формул алгебры AFP_0^{mutex} в формулы алгебры $AFP_2^{\odot}$, определяемое аналогично отображению φ из п.2.4.

Справедливы следующие утверждения.

ТЕОРЕМА 2. *Пусть N - конечная OS-сеть, описываемая формулой A_0 в AFP_0^{mutex}, и $\varphi(A_0) = A_2$ - соответствующая формула в алгебре $AFP_2^{\odot}$. Пусть $\{N_i\}_{i=1}^n$ - множество всех максимальных O-подсетей сети N и $\{p_i\}_{i=1}^n$ - соответстующее множество частичных порядков, построенных по $\{N_i\}_{i=1}^n$. Тогда $\{p_i\}_{i=1}^n = C^2(A_2)$.*

Таким образом, поведение и свойства конечных OS-сетей (в том числе и с тупиками) могут быть описаны соответствующей формулой в $AFP_2^{\odot}$.

ТЕОРЕМА 3. *Пусть N - конечная OS-сеть, описываемая формулой A_0 в AFP_0^{mutex}, и $\varphi(A_0) = A_2$ - соответствующая формула как в алгебре $AFP_1^{\odot}$, так и в алгебре $AFP_2^{\odot}$. Тогда N - OS-сеть без тупиков $\Leftrightarrow C^1(A_1) = C^2(A_2)$.*

В дальнейшем, комбинация теоремы 3 с теоремой 4 о существовании единственной канонической формы для формул из $AFP_1^{\odot}$ ($AFP_2^{\odot}$) дает критерий отсутствия (наличия) тупиков в исходной сети.

4. Эквивалентные преобразования формул в $AFP_1^{\odot}$ и $AFP_2^{\odot}$

Два процесса A и B называются семантически эквивалентными в $AFP_1^{\odot}$, обозначение: $A \approx_1 B$ (в $AFP_2^{\odot}$ обозначение: $A \approx_2 B$), если $C^1(\Phi_1) = C^1(\Phi_2)$ $(C^2(\Phi_1) = C^2(\Phi_2))$.

Ниже приведен список эквивалентных преобразований формул в $AFP_1^{\odot}$, связанный с коммутативностью, дистрибутивностью и некоторыми другими свойствами операций.

I. Ассоциативность:

1.1. $A \| (B \| C) = (A \| B) \| C$,

1.2. $A/(B/C) = (A/B)/C$,

1.3. $A \vee (B \vee C) = (A \vee B) \vee C$.

2. Коммутативность:

2.1. $A \| B = B \| A$,

2.2. $A \odot B = B \odot A$,

2.3. $A \vee B = B \vee A$.

3. Дистрибутивность:

3.1. $(A \| B)/C = (A/C) \| (B/C)$,

3.2. $A/(B \| C) = (A/B) \| (A/C)$,

3.3. $(A \vee B)/C = (A/C) \vee (B/C)$,

3.4. $A/(B \vee C) = (A/B) \vee (A/C)$,

3.5. $(A \vee B) \| C = (A \| C) \vee (B \| C)$.

4. Структурные свойства и аксиома для $\odot$:

4.1. $A \| (A/B) = A/B$,

4.2. $B \| (A/B) = A/B$,

4.3. $A/B/C = (A/B) \| (B/C)$,

4.4. $(A/B) \| (B/C) = (A/B) \| (B/C) \| (A/C)$,

4.5. $A \| A = A$,

4.6. $A \vee A = A$,

4.7. $A \odot B = A/B \vee B/A$.

5. Аксиомы для δ :

5.1. $a/a =_1 \delta$,

5.2. $A \| \delta =_1 \delta$,

5.3. $A/\delta =_1 \delta$,

5.4. $\delta / A =_1 \delta$,

5.5. $\delta \vee A =_1 A$.

ЗАМЕЧАНИЕ. Поскольку все эквивалентные преобразования формул $AFP_1^{\odot}$ из групп I-4 справедливы также и для формул алгебры $AFP_2^{\odot}$, то в приведенной выше таблице опущены индексы в эквивалентностях.

Обозначим через $\mathcal{O}\!\mathcal{L}(A)$ множество символов действий, входящих непосредственно (т.е. в виде a) в формулу $A \in AFP_2^{\odot}$. Более точно:

$$\mathcal{O}\!\mathcal{L}(a) = a,$$

$$\mathcal{O}\!\mathcal{L}(\bar{\bar{a}}) = \emptyset,$$

$$\mathcal{O}\!\mathcal{L}(A \circ B) = \mathcal{O}\!\mathcal{L}(A) \cup \mathcal{O}\!\mathcal{L}(B), \quad \text{где} \quad \circ \in \{\|, /\}.$$

По аналогии определим $\mathcal{O}\!\mathcal{L}^{=}(A)$:

$$\mathcal{O}\!\mathcal{L}^{=}(a) = \emptyset,$$

$$\mathcal{O}\!\mathcal{L}^{=}(\bar{\bar{a}}) = \{\bar{\bar{a}}\},$$

$$\mathcal{O}\!\mathcal{L}^{=}(A \circ B) = \mathcal{O}\!\mathcal{L}^{=}(A) \cup \mathcal{O}\!\mathcal{L}^{=}(B), \quad \text{где} \quad \circ \in \{\|, /\}.$$

Обозначим: $\widehat{\mathcal{O}\!\mathcal{L}}(A) = \mathcal{O}\!\mathcal{L}(A) \cup \mathcal{O}\!\mathcal{L}^{=}(A)$.

Дополнительно в алгебре $AFP_2^{\odot}$ имеют место следующие эквивалентности:

4.8. $A \vee \tilde{\|} B =_2 A$, где A и B – нормализованные $\|$-конъюнкты (см. п.5) и $\mathcal{O}\!\mathcal{L}(A) \supseteq \mathcal{O}\!\mathcal{L}(B)$.

5. Аксиомы для "аварийно нереализовавшихся" действий и $\tilde{\|}$:

5.1. $a/a =_2 \bar{\bar{a}}$,

5.2. $a \| \bar{\bar{a}} =_2 \bar{\bar{a}}$,

5.3. $\bar{\bar{a}}/B =_2 \bar{\bar{a}} \| \tilde{\|} B$,

5.4. $A/\bar{\bar{a}} =_2 A \| \bar{\bar{a}}$,

5.5. $\tilde{\|} a =_2 \bar{\bar{a}}$,

5.6. $\tilde{\|} \bar{\bar{a}} =_2 \bar{\bar{a}}$,

5.7. $\tilde{\|} (A \| B) =_2 \tilde{\|} A \| \tilde{\|} B$,

5.8. $\tilde{\|} (A/B) =_2 \tilde{\|} A \| \tilde{\|} B$,

5.9. $\tilde{\|} (A \vee B) =_2 \tilde{\|} A \vee \tilde{\|} B$.

ЗАМЕЧАНИЕ. Необходимость добавления преобразования 4.8 в алгебру $AFP_2^{\odot}$ можно пояснить на следующем примере. Процесс, пред -

ставленный OS-сетью на рис.2,описывается в алгебре $AFP_2^{\odot}$ следующей формулой: $\Phi = (a_1/c_1/b_1) \| (a_2/c_2/b_2) \| ((a_1/b_1) \odot (a_2/b_2)) \| \|(c_1 \odot c_2)$. Применяя последовательно сначала эквивалентное преобразование 4.7 для элиминирования операции синхронизации $\odot$, а затем преобразование 3.5, связанное с дистрибутивностью операций $\vee$ и $\|$, мы приведем исходную формулу Φ к виду $\bigvee_{i=1}^{4} \Phi_i$, где Φ_i содержит только операции $\|$ и $/$. Для сокращения записи обозначим $I_1 = (a_1/c_1/b_1)$ и $I_2 = (a_2/c_2/b_2)$, тогда

$$\Phi = I_1 \| I_2 \| ((a_1/b_1) \odot (a_2/b_2)) \| (c_1 \odot c_2) = I_1 \| I_2 \|$$
$$\| (a_1/b_1/a_2/b_2 \vee a_2/b_2/a_1/b_1) \| (c_1/c_2 \vee c_2/c_1) =$$
$$= I_1 \| I_2 \| (a_1/b_1/a_2/b_2) \| (c_1/c_2) \vee I_1 \| I_2 \|$$
$$\| (a_1/b_1/a_2/b_2) \| (c_2/c_1) \vee I_1 \| I_2 \| (a_2/b_2/a_1/b_1) \|$$
$$\| (c_2/c_1) \vee I_1 \| I_2 \| (a_2/b_2/a_1/b_1) \| (c_1/c_2) .$$

Рассмотрим первые два члена: Φ_1 легко может быть преобразован к формуле $(a_1/c_1/b_1/a_2/c_2/b_2)$, не допускающей дальнейшего содержательного упрощения, а член Φ_2 может быть приведен к форме $(a_1/c_1/b_1/a_1/c_2/b_2) \| (c_2/c_1)$; используя далее последовательно аксиомы 4.3, 4.4, 5.I и 5.3, получаем: $\Phi_2 =_2 a_1 \| \bar{\bar{c}}_1 \| \bar{\bar{b}}_1 \| \bar{\bar{a}}_2 \| \bar{\bar{c}}_2 \| \bar{\bar{b}}_2 =_2$ $=_2 a_1 \| \tilde{\top} (c_1 \| b_1 \| a_2 \| c_2 \| b_2)$.

В OS-сети на рис.2 выбор порядка срабатываний подпроцессов (критических интервалов) a_1/b_1 и a_2/b_2 определяет такой же порядок срабатывания подпроцессов c_1 и c_2 ; тогда как аксиома дистрибутивности 3.5 допускает их различные комбинации, вследствие чего возникает фиктивная возможность неправильного (формульного) "продолжения" процесса. В приведенном примере формула Φ_2 описывает процесс, в котором после выполнения действия a_1 ни одно другое действие выполниться не может.Этот вариант неправильного поведения фиктивен, поскольку формула $\Phi_1 = a_1/c_1/b_1/a_2/c_2/b_2$ описывает (безаварийное) правильное поведение процесса после выполнения действия a_1 . Несущественные (фиктивные) варианты поведения позволяет устранять в $AFP_2^{\odot}$ модифицированная операция $\vee$ (см. п.3.2) и связанная с ней аксиома 4.8.

В случае возникновения настоящего тупика в одном из возможных поведений процесса не существует ни одного другого варианта поведения процесса, продолжающего данное. Такой тупик неустраним, и в этом случае "аварийно нереализовавшиеся действия" не могут быть "поглощены" каким-либо дальнейшим (безаварийным продолжением выполнения процесса).

5. Канонические формы в $AFP_1^{\odot}$ и $AFP_2^{\odot}$. Полнота систем эквивалентных преобразований для $SAFP_1^{\odot}$ и $SAFP_2^{\odot}$

Формула Φ, содержащая только операции $\|$ и $/$ над символами из $\mathfrak{A}$ (из $\mathfrak{A} \cup \overline{\overline{\mathfrak{A}}}$) называется $\|$-конъюнктивным членом в $AFP_1^{\odot}$ (в $AFP_2^{\odot}$).

Назовем $\|$-конъюнктивный член Φ нормализованным $\|$-конъюнктом в $AFP_1^{\odot}$ (в $AFP_2^{\odot}$), если Φ имеет вид $\overset{n}{\underset{i=1}{\|}} A_i$, где $\overset{n}{\underset{i=1}{\|}} A_i = A_1 \| A_2 \| \ldots \| A_n$, и выполняется следующий набор требований:

I) Формула A_i, $1 < i < n$, имеет вид:

а) элементарной формулы a (a или $\overline{\overline{a}}$);

или

б) элементарного предшествования a/b, причем $a \neq b$.

2) Для любых формул A_i и A_j таких, что $\mathfrak{A}(A_i) \cap \mathfrak{A}(A_j) \neq \emptyset$ ($\widehat{\mathfrak{A}}(A_i) \cap \widehat{\mathfrak{A}}(A_j) \neq \emptyset$), следует, что формулы A_i и A_j имеют вид различных элементарных предшествований.

3) Для любой пары $A_i = (a/b)$ и $A_j = (b/c)$, $i \neq j$, существует член $A_k = (a/c)$, описывающий транзитивное замыкание отношения предшествования для указанных выше действий.

Формула Φ находится в канонической форме для $AFP_1^{\odot}$ (для $AFP_2^{\odot}$), если $\Phi = \bigvee_{i=1}^{n} \Phi_i$, где Φ_i, $1 < i < n$, - нормализованный $\|$-конъюнкт в $AFP_1^{\odot}$ (в $AFP_2^{\odot}$), и не существует двух одинаковых членов Φ_i и Φ_j, $i \neq j$.

Заметим, что каждый нормализованный $\|$-конъюнкт в канонической форме задает некоторый частичный порядок, описывающий один из возможных вариантов поведения процесса.

Формула A_1 эквивалентна A_n в $AFP_1^{\odot}$, обозначение: $A_1 =_1 A_n$ (в $AFP_2^{\odot}$: обозначение $A_1 =_1 A_n$), если существует такая последовательность: $A_1 =_1 A_2 =_1 \ldots =_1 A_n$ ($A_1 =_2 A_2 =_2 \ldots =_2 A_n$), в которой каждый шаг $A_i =_1 A_j$ $(A_i =_2 A_j)$ является некоторым эквивалентным преобразованием в $AFP_1^{\odot}$ ($AFP_2^{\odot}$).

Формула А приводится к формуле В в алгебре $AFP_1^{\odot}$ ($AFP_2^{\odot}$),если В получается из А в результате замены некоторой подформулы A_1 эквивалентной ей формулой A_2 .

Формулы A_1 и A_n конгруэнтны в $AFP_1^{\odot}$,обозначение: $A_1 \equiv_1 A_n$ (в $AFP_2^{\odot}$: обозначение $A_1 \equiv_2 A_n$), если существует такая последовательность $A_1 \equiv_1 A_2 \equiv_1 \ldots \equiv_1 A_n$ $(A_1 \equiv_2 A_2 \equiv_2 \ldots \equiv_2 A_n)$, в которой на каждом шаге A_i приводится к A_{i+1} .

Понятно, что если $A \equiv_i B$, то $A =_i B$, $i = 1,2$, поскольку конгруэнтность - более сильное отношение, чем эквивалентность, ибо гарантирует истинность эквивалентных преобразований в произвольном формульном контексте.

Рассмотрим класс структурированных процессов, описываемых при помощи операций параллелизма $\|$, предшествования / и синхронизации над действиями из $\mathfrak{A}$. Обозначим данный подкласс через $SAFP_1^{\odot}$ ($SAFP_2^{\odot}$).

Справедливы следующие утверждения.

ТЕОРЕМА 4. *Для любой формулы* Φ, *описывающей структурированный процесс из* $SAFP_1^{\odot}$ ($SAFP_2^{\odot}$) , *существует единственная конгруэнтная каноническая форма в* $AFP_1^{\odot}$ ($AFP_2^{\odot}$).

ТЕОРЕМА 5 (о полноте системы эквивалентных преобразований в $SAFP_1^{\odot}$). *В классе структурированных процессов* $SAFP_1^{\odot}$ *имеет место:* $A \approx_1 B \Leftrightarrow A \equiv_1 B$.

ТЕОРЕМА 6 (о полноте системы эквивалентных преобразований в $SAFP_2^{\odot}$). *В классе структурированных процессов* $SAFP_2^{\odot}$ *имеет место* $A \approx_2 B \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow A \equiv_2 B$.

К сожалению, для классов $AFP_1^{\odot}$ и $AFP_2^{\odot}$ теоремы 5 и 6 соответственно несправедливы.

Литература

I. DIJKSTRA E.W. Solution of a problem in concurrent programming control// Comm.ACM.-1965.-Vol.8,N 9.- P.569-583.

2. DIJKSTRA E.W. Co-operating sequential processes// Programming Languages.- New York,1968.- P.43-112.

3. HABERMANN A.N. Synchronization of communicating processes // Comm.ACM.- 1972.-Vol.15,N 3.- P.171-176.

4. HOLT R.C. Comments on prevention of system deadlocks//Comm. ACM.- 1971.-Vol.14,N 1.-P.36-38.

5. HOLT R.C. Some deadlock properties of computer systems // ACM Computing Surveys.-1972.-Vol.4,N 3.-P.179-196.

6. ФИЛЮРИН А.С.Тупики в сетях-процессах с конкуренцией //Теория программирования и средства описания параллелизма дискретных систем. - Новосибирск, 1985. -С. 104-114.

7. ФИЛЮРИН А.С. Частичные порядки для описания семантики параллельных процессов с синхронизацией //Теория и методы параллельной обработки информации. - Новосибирск, 1988. -С. 90-103.

8. КОТОВ В.Е. Алгебра регулярных сетей //Кибернетика. -1980. -№5, - С. 10-18.

9. KOTOV V.E., CHERKASOVA L.A. From nets to logic and back in the specification of processes// Concurrency and Nets, Springer - Verlag.-1987.- P.253-268.

10. ЧЕРКАСОВА Л.А. Денотационная и операционная семантика для алгебры структурированных и обобщенных процессов //Методы параллельного и теоретического программирования. - Новосибирск, 1987. - С. 20-29.

Поступила в ред.-изд.отд.
28 марта 1988 года