

ПРИМЕНЕНИЕ ЭРМИТОВЫХ ПОЛИКУБИЧЕСКИХ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫХ
СПЛАЙНОВ НА КРИВОЛИНЕЙНЫХ СЕТКАХ ДЛЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ
МОДЕЛЕЙ МОП-ТРАНЗИСТОРОВ С СУБМИКРОННЫМИ РАЗМЕРАМИ

П.П. Люмаров

В в е д е н и е

Разработка интегральных схем с субмикронными размерами элементов требует качественного повышения точности машинного моделирования электронных компонент. При использовании традиционных методов, основанных на совершенствовании аналитических моделей, незначительное повышение точности сопровождается резким ростом стоимости разработки и эксплуатационных затрат [1, 2]. Перспективным направлением является разработка интерполяционных моделей [3]. В работе [4] многомерная интерполяция сводится к конечной сумме произведений одномерных функций. Совершенствование интерполяционных моделей направлено на повышение точности, снижение объема экспериментальных (сеточных) данных. Так, в [5] предложено расставлять узлы интерполяции в соответствии с основными принципами работы транзистора. Для этого затворное напряжение смещалось на величину порога. Такое преобразование переменных позволило выбирать узлы интерполяции только в активной зоне транзистора. Однако пороговое напряжение в данных работах считалось зависящим только от напряжения подложки-исток, что приводит к значительной погрешности при вычислении токов в окрестности пороговых напряжений. К тому же интерполяция выполнялась сплайнами первой степени, что сказывается как на точности, так и на гладкости токовой функции.

При работе с поликубическими сплайнами область интерполяции должна представлять собой прямоугольный параллелепипед. Носитель же интерполируемой токовой функции имеет явно выраженный характер криволинейной области. При этом важно отметить, что повышенные требования к точности интерполяции налагаются как раз вблизи границы носителя токовой функции. Для МОП-транзисторов граница носителя токовой функции совпадает с поверхностью пороговых напряжений ($MNKL$ на рис.1). Как следует из рис.1, точность интерполяции в окрестности поверхности $MNKL$ определяется шагом сетки по Z -координате в диапазоне значений пороговых напряжений $U_{TH}[ABCD]$. Кроме того, видно, что узлы интерполяции, удаленные от поверхности $MNKL$ вниз более чем на один шаг, не являются носителями информации. Их наличие приводит к бесполезной трате оперативной памяти.

§1. Выбор прямоугольной сетки для интерполяции пороговых напряжений

Все управляющие переменные будем рассматривать как напряжения между соответствующим полюсом и полюсом истока. Управляющее напряжение U_D (сток-исток) обозначим через X , напряжение U_B (подложка-исток) через Y , напряжение U_G (затвор-исток) через Z . Приближенная зависимость порогового напряжения U_{TH} как функции от Y будет

$$U_{TH}(Y) = U_0 + \eta \sqrt{2 \cdot \phi_N - Y}, \quad (1)$$

где типичные значения физических постоянных U_0 , η и ϕ_N есть соответственно: $-2 \div +2(V)$, $0.3 \div 1. (V^{0.5})$, $0.3 \div 0.4(V)$. Шаг сетки по каждой из переменных пороговой функции естествен - но взять обратно пропорциональным соответствующей кривизне этой функции. Из (1) видно, что кривизна функции плавно убывает по мере убывания Y . Реальная функция U_{TH} также зависит от X [1], но кривизна функции в этом направлении мала, и шаг

можно выбрать достаточно большим и плавно возрастающим. В качестве примера приведем эмпирический алгоритм выбора узлов сетки, хорошо зарекомендовавший себя на практике.

Выбор узлов по x - и y -направлениям выполняется в два этапа. На первом этапе вводятся промежуточные переменные ω и τ , изменяющиеся в пределах от нуля до x_{\max} и $|y_{\min}|$ соответственно. В каждом из перечисленных интервалов выбираются узлы интерполяции. В частном случае шаг по любой или всем координатам ω, τ может быть выбран постоянным. На втором этапе выполняется нелинейная деформация выбранных интервалов в логарифмическом масштабе. Степень деформации задается указанием для каждой из координат соответствующего параметра D_x, D_y . Чем меньше отношение D_x/x_{\max} , тем больше степень нелинейной деформации интервалов. Формулы для расчета координат узлов по x -, y -направлениям:

$$x_i = D_x \exp \left\{ \frac{\omega_i}{x_{\max}} \ln \left[\frac{x_{\max} + D_x}{D_x} \right] \right\} - D_x, \quad i=1, \dots, L; \quad (2)$$

$$y_j = -D_y \exp \left\{ \frac{\tau_{M-L+1}}{|y_{\min}|} \ln \left[\frac{|y_{\min}| + D_y}{D_y} \right] \right\} + D_y, \quad j=1, \dots, M. \quad (3)$$

В узлах прямоугольной сетки (x_i, y_j) экспериментально определяются значения пороговых напряжений $U_{TH}(x_i, y_j)$.

§2. Построение сетки криволинейной формы для интерполяции токовых значений

На рис.1 изображен фрагмент MNKL поверхности пороговой функции $U_{TH}(x, y)$, полученный в результате интерполяции точной функции $U_{TH}(x_i, y_j)$ на прямоугольнике ABCD.

Если значение функции $U_{TH}(x, y)$ совместить с осью z (затворное напряжение), то легко увидеть, что для всех точек, расположенных ниже поверхности $U_{TH}(x, y)$, токовая функция

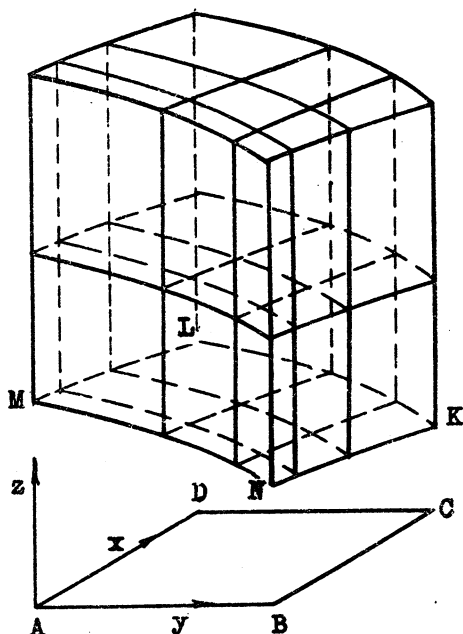


Рис. 1

будет тождественно равна нулю. Поэтому в качестве области интерполяции выберем область, расположенную выше поверхности $U_{TH}(x, y)$. Нижняя грань криволинейного параллелепипеда задается условием $z = U_{TH}(x, y)$, а верхняя получается параллельным переносом на величину ζ : $z = U_{TH}(x, y) + \zeta$, где ζ_m - максимальный размер параллелепипеда в направлении оси z . Пре-

образование прямоугольных координат (x, y, z) в криволинейные (ξ, η, ζ) осуществляется с помощью формул [5]:

$$\xi = x, \quad \eta = y, \quad \zeta = z - U_{TH}(x, y). \quad (4)$$

Шаг сетки $\Delta_\xi \times \Delta_\eta \times \Delta_\zeta$ по каждой из переменных будем выбирать в соответствии с кривизной токовой характеристики вдоль этой переменной. Кривизна характеристики вдоль η -координаты в среднем в 3-5 раз меньше, чем кривизна характеристики вдоль ξ - и ζ -направлений. Для выбора координат используем формулы (2), (3) с соответствующими параметрами D_ξ, D_η и D_ζ . В узлах криволинейной сетки:

$$x_i = \xi_i, \quad y_j = \eta_j, \quad z_{ijk} = \zeta_k + U_{\eta\eta}(\xi_i, \eta_j) \quad (5)$$

экспериментально определяются значения токовой функции.

Интерполяция сплайном через узлы, в которых значения функции заданы с погрешностями, отличается значительным нарушением плавности. Однако даже в случае точных значений монотонность вдоль линий уровня нарушается незначительными пульсациями токовой функции. Обратный переход от криволинейных координат к прямоугольным обычно восстанавливает монотонность, но только для точной функции. При интерполяции кубическими сплайнами немонотонный вдоль η -координаты характер данных усиливается настолько, что уже не может быть скомпенсирован обратным преобразованием. Устранить эти неприятности можно путем сглаживания приближенных значений токовой функции.

§3. Сглаживание экспериментальных данных вдоль линий уровня токовой функции

В табл. 1 приведены типичные значения токовой функции в узлах криволинейной сетки (4x4x5) (нулевые значения, соответствующие $x = 0$ и $\zeta = 0$, опущены).

Из (1) и табл. 1 видно, что в направлении оси η токовая функция практически не меняется. Отклонения от данного поведения наблюдаются лишь при достаточно больших токах. Воспользуемся этой зависимостью токовой функции для сглаживания исходных данных. Для этого в каждом из узлов η -линии рассчитываются допустимые погрешности $\epsilon_A(\eta_i)$ для значений токовой функции $F(\eta_i)$:

$$\epsilon_A(\eta_i) = \epsilon_R F(\eta_i). \quad (6)$$

Относительное отклонение ϵ_R удобно сделать зависящим от порядка отношения $F(\eta)/F_{\max}$, где F_{\max} — максимальное значение токовой функции в пределах данной токовой сетки. Опи-

Т а б л и ц а 1

Сеточные значения функции трех переменных до сглаживания

ζ -координаты	0.63	1.65	3.30	6.00
$x = 0.91$ $y = -7.0$	0.036	0.189	0.407	0.680
$y = -3.0$	0.036	0.194	0.419	0.698
$y = -1.0$	0.030	0.180	0.405	0.684
$y = 0.0$	0.028	0.170	0.392	0.668
$x = 2.66$ $y = -7.0$	0.036	0.240	0.855	1.745
$y = -3.0$	0.037	0.242	0.870	1.783
$y = -1.0$	0.031	0.218	0.830	1.768
$y = 0.0$	0.029	0.192	0.743	1.694
$x = 6.00$ $y = -7.0$	0.037	0.249	0.938	2.726
$y = -3.0$	0.038	0.253	0.950	2.759
$y = -1.0$	0.033	0.233	0.907	2.692
$y = 0.0$	0.029	0.199	0.794	2.476

шем один из возможных алгоритмов сглаживания, хорошо зарекомендовавший себя на практике.

Для построения зависимости относительного отклонения от порядка величины $F(\eta)/F_{\max}$, прологарифмируем это отношение и обозначим $v = \ln(F(\eta)/F_{\max})$. Зададим три значения относительного отклонения: ϵ_{R0} при $v_0 = 0$, ϵ_{R1} при $v_1 = \ln(0.1)$, ϵ_{R2} при $v_2 = \ln(0.0001)$. Внутри интервала $[v_0, v_2]$ значение $\epsilon_R(v)$ будем находить с помощью полинома Лагранжа второго порядка, проходящего через точки (v_0, ϵ_{R0}) , (v_1, ϵ_{R1}) и (v_2, ϵ_{R2}) . При $v > v_2$ можно принять, например, $\epsilon_R(v) = \epsilon_{R2}$, а при $v < 0$ $\epsilon_R(v) = \epsilon_{R0}$. Типичные значения относительного отклонения, использованные при сглаживании: $\epsilon_{R0} = 0.010$, $\epsilon_{R1} = 0.050$, $\epsilon_{R2} = 0.500$. Затем рассчитываются абсолютные отклонения

$\varepsilon_A(\eta_1) = \varepsilon_R(\eta_1)F(\eta_1)$ и по методу наименьших квадратов [7] определяется постоянная

$$\alpha = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M F(\eta_1),$$

где M - число узлов вдоль η -линии. Если α лежит внутри коридора допустимых значений $F(\eta_1) - \varepsilon_A(\eta_1) \leq \alpha \leq F(\eta_1) + \varepsilon_A(\eta_1)$, $i = 1, \dots, M$, то узловые значения $F(\eta_1)$ на данной η -линии заменяются на α . В противном случае сглаживание осуществляется путем минимизации функционала

$$J = \int_{\eta_{\min}}^{\eta_{\max}} |F'(\eta)|^2 d\eta$$

при условиях $F(\eta_1) - \varepsilon_A(\eta_1) \leq F(\eta_1) \leq F(\eta_1) + \varepsilon_A(\eta_1)$, $i = 1, \dots, M$, где $F(\eta)$ - сплайн первой степени с узлами η_1 .

Т а б л и ц а 2

Сеточные значения функции трех переменных после сглаживания

ζ -координаты	0.63	1.65	3.30	6.00
$x = 0.91$ $y = -7.0$	0.032	0.183	0.406	0.683
$y = -3.0$	0.032	0.183	0.406	0.683
$y = -1.0$	0.032	0.183	0.406	0.683
$y = 0.0$	0.032	0.183	0.406	0.683
$x = 2.66$ $y = -7.0$	0.033	0.228	0.844	1.745
$y = -3.0$	0.033	0.228	0.844	1.745
$y = -1.0$	0.033	0.213	0.805	1.735
$y = 0.0$	0.033	0.205	0.767	1.731
$x = 6.00$ $y = -7.0$	0.034	0.238	0.923	2.704
$y = -3.0$	0.034	0.238	0.923	2.704
$y = -1.0$	0.034	0.221	0.881	2.639
$y = 0.0$	0.034	0.213	0.819	2.526

Подобные задачи подробно рассматриваются в [11]. Наиболее эффективно поиск минимума функционала выполняется с помощью метода сопряженных направлений [12].

В табл.2 указаны значения токовой функции в узлах криволинейной сетки (4x4x5), полученные путем сглаживания вдоль η -линии значений из табл. 1.

Как видно из табл.2, сглаживание приводит к тому, что вдоль η -координаты функция становится либо постоянной, либо плавно убывающей. А это (уже для $\epsilon_{RO} \approx 1\%$) полностью исключает возможность нарушения монотонного возрастания токовой функции вдоль ζ -координаты (см. §5).

§4. Расчет производных локальным способом.

Обеспечение монотонности токовой функции $\Phi(\xi, \eta, \zeta)$

Затворная характеристика имеет нулевой наклон при $\zeta = U_{TH}$, следовательно, значения токовой функции и ее нормальной производной равны нулю при $\zeta = 0$. Отсюда следует, что при $\zeta = 0$ все частные производные токовой сеточной функции равны 0. На правой границе сетки, перпендикулярной ζ -направлению, граничные условия отсутствуют. Рассмотрим грани сетки, перпендикулярные η -направлению. Как уже было отмечено в §3, η -направление приблизительно совпадает с линией уровня токовой функции. Поэтому можно принять нормальную производную токовой функции на гранях $\eta = 0$ и $\eta = \eta_M$ равной нулю, т.е. $\Phi'_\eta(\xi_i, \eta_g, \zeta_k) = 0$, $\Phi''_{\xi\eta}(\xi_i, \eta_g, \zeta_k) = 0$, $\Phi'''_{\xi\eta\zeta}(\xi_i, \eta_g, \zeta_k) = 0$ для η_g равного 0 или η_M . На гранях, перпендикулярных ξ -направлению, граничные условия отсутствуют.

В остальных узлах сетки расчет производных эрмитового сплайна будем выполнять по формулам [6]:

$$m_1 = (\mu_2 + 1) \cdot \frac{f_2 - f_1}{h_1} - \mu_2 \cdot \frac{f_3 - f_2}{h_2}, \quad (7)$$

$$m_i = \mu_i \cdot \frac{f_{i+1} - f_i}{h_i} + \lambda_i \cdot \frac{f_i - f_{i-1}}{h_{i-1}}, \quad i = 2, \dots, N-1, \quad (8)$$

$$m_N = (\lambda_{N-1} + 1) \cdot \frac{f_N - f_{N-1}}{h_{N-1}} - \lambda_{N-1} \cdot \frac{f_{N-1} - f_{N-2}}{h_{N-2}}. \quad (9)$$

Здесь m_i - производная сплайна в i -м узле, f_i - значение функции в i -м узле, $h_i = t_{i+1} - t_i$ - шаг сетки,

$$\mu_i = \frac{h_{i-1}}{h_{i-1} + h_i}, \quad \lambda_i = 1 - \mu_i \quad \text{для } i = 2, \dots, N-1.$$

Для того чтобы интерполяция с помощью эрмитового кубического сплайна между узлами i и $i+1$ была монотонной, на узловые производные m_i и m_{i+1} налагаются следующие условия [9-10]:

$$0 \leq m_j \leq 3 \cdot \max \left[\frac{f_{j+1} - f_j}{h_j}, \frac{f_j - f_{j-1}}{h_{j-1}} \right], \quad j = i, i+1. \quad (10)$$

В соответствии с (10) отрицательные значения m_j принимаются равными 0, значения, превышающие правое ограничение (10), принимаются равными этому правому ограничению. Условия (10) будем называть условиями локальной монотонности кубического сплайна.

Расчет производных поликубического эрмитового сплайна трех переменных выполняется путем сведения задачи трех переменных к серии задач одной переменной [6,8]. Вначале по всем линиям сетки вдоль ξ -направления по формулам (7)-(9) и с учетом (10) рассчитываются частные производные $\Phi'_\xi(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)$. В результате такого обхода всех линий наряду с исходной сеточной функцией $\Phi(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)$ образуется еще одна сеточная функция $\Phi'_\xi(\xi_i, \eta_j, \zeta_k)$. Используя эти две сеточные функции в качестве исходных и выполняя обход всех линий сетки вдоль

η -направления, рассчитываем частные производные $\Phi'_\eta(\xi_1, \eta_j, \zeta_k)$ и $\Phi''_{\xi\eta}(\xi_1, \eta_j, \zeta_k)$. В результате такого обхода мы имеем 4 сеточные функции: Φ , Φ'_ξ , Φ'_η , $\Phi''_{\xi\eta}$. Используя их в качестве исходных сеточных функций и выполняя обход всех линий сетки вдоль ζ -направления, рассчитываем частные производные Φ'_ζ , $\Phi''_{\xi\zeta}$, $\Phi''_{\eta\zeta}$, $\Phi'''_{\xi\eta\zeta}$ с помощью формул (7)-(9) с удовлетворением условия локальной монотонности (10).

Условие (10) является достаточным для обеспечения монотонности поликубического сплайна вдоль линий, параллельных координатным осям $\xi \times \eta \times \zeta$ и проходящих через узлы сетки. Условия, которые гарантировали бы монотонность вдоль любых линий, параллельных координатным осям, нам неизвестны.

Полученные частные производные практически обеспечивают глобальную монотонность токовой функции $\Phi(\xi, \eta, \zeta)$ внутри и за пределами сеточной области по ξ - и ζ -переменным. При статистической проверке всех исследованных сеток путем генерации случайных значений аргументов отношение числа точек с нарушением монотонности по ξ -координате к общему числу точек не превышает в среднем 0.5%, а само значение отрицательной производной по абсолютной величине в среднем на три порядка меньше, чем значения положительных производных, и не сказывается на качестве ньютоновских итераций при расчете схем. В направлении ζ -координаты монотонность не нарушается. После сглаживания данных в направлении η -координаты (см. §3), производная Φ'_η становится достаточно малой, и этого будет достаточно для обеспечения монотонности исходной функции $F(x, y, z)$ в направлении y -координаты.

§5. Интерполяция (экстраполяция) сеточных функций и их производных

В [6] приведены формулы для эрмитовой кубической интерполяции

$$S(x) = \varphi_1(t)f_1 + \varphi_2(t)f_{i+1} + \varphi_3(t)h_1 m_1 + \varphi_4(t)h_1 m_{i+1}, \quad (11)$$

где

$$\left. \begin{aligned} t &= (x - x_1)/h_1, \\ \varphi_1(t) &= (1-t)^2(1+2t), \quad \varphi_2(t) = t^2(3-2t), \\ \varphi_3(t) &= t(1-t)^2, \quad \varphi_4(t) = -t^2(1-t). \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Формула для интерполяции производной получается из (11) дифференцированием по x :

$$S'(x) = 6(1-t)t \cdot \frac{f_{i+1} - f_1}{h_1} + m_1(1-t)(1-3t) + m_{i+1}t(2-3t). \quad (13)$$

Задача поликубической сплайновой интерполяции трех переменных сводится к серии сплайновых интерполяций одной переменной. Механизм такой интерполяции на примере сплайнов класса G^2 показан в [8]. Вначале выполняется интерполяция сеточной функции порогового напряжения и ее частных производных. После этого переходим к интерполяции сеточных значений токовой функции и ее частных производных. По заданной точке (x, y, z) внутри области криволинейной формы с помощью полученных значений U_{TIE} и преобразования (4) определяются координаты точки (ξ, η, ζ) внутри прямоугольной области. Из всего сеточного массива выбираются значения сеточной функции и ее семи частных производных в вершинах прямоугольного параллелепипеда, содержащего внутри себя точку (ξ, η, ζ) .

Для тех составляющих координат (ξ, η, ζ) , которые лежат за пределами сетки, вместо интерполяции по формулам (11)-(13) выполняется линейная экстраполяция. Преобразование (4) и граничные условия, приведенные в §4, обеспечивают корректность такой экстраполяции для всех переменных.

Полученное нами значение $\Phi(\xi, \eta, \zeta)$ по построению совпадает с $F(x, y, z)$. Первые частные производные от F получим как производные сложной функции:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x} &= \Phi'_\xi - \Phi'_\zeta \frac{\partial U_{TH}(x, y)}{\partial x}, \\ \frac{\partial F}{\partial y} &= \Phi'_\eta - \Phi'_\zeta \frac{\partial U_{TH}(x, y)}{\partial y}, \\ \frac{\partial F}{\partial z} &= \Phi'_\zeta. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

В (14) функции Φ'_ξ , Φ'_ζ , $\left[-\frac{\partial U_{TH}}{\partial x}\right]$, $\left[-\frac{\partial U_{TH}}{\partial y}\right]$ строго больше нуля, а $\Phi'_\eta \approx 0$ и по модулю меньше любой из этих четырех функций. Если бы в направлении η -координаты выполнялась линейная интерполяция, этого было бы достаточно для обеспечения монотонности в направлении y -координаты. При использовании кубических сплайнов монотонность в направлении y -координаты обеспечивается применением сглаживающих алгоритмов исходных данных.

§6. Экспериментальная проверка новых моделей

Оценки точности предложенных интерполяционных моделей проведем на примерах моделей МОП-транзисторов с тремя переменными, в которых проблема обеспечения достаточно малых шагов интерполяции стоит наиболее остро.

Сравнение стоковых и затворных характеристик интерполяционной модели ($\Delta_\xi \times \Delta_\eta \times \Delta_\zeta : 10 \times 4 \times 6$) с экспериментальными данными приведено на рис.2 и 3. Характеристики, снятые экспериментально, показаны звездочками, а полученные с помощью интерполяционной модели - сплошной линией. Узловые сеточные данные

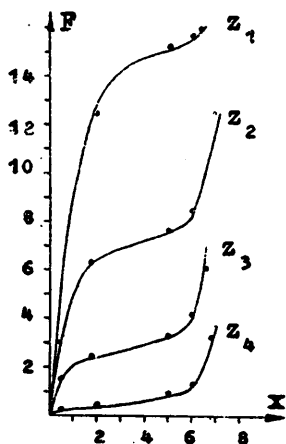


Рис. 2

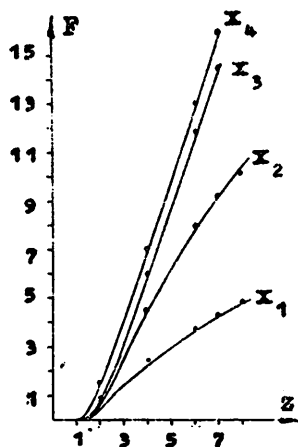


Рис. 3

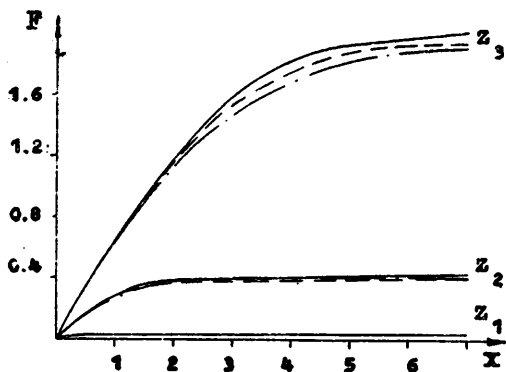


Рис. 4

снимаются с того же реального транзистора. Для построения вольт-амперных характеристик использовались потенциалы, расположенные между узлами сетки, т.е. соответствующие наибольшим ошибкам интерполяции. Для сто-

ковых характеристик на рис. 2 - $U = -2.0$, $z_1 = 1.8$, $z_2 = 2.8$, $z_3 = 4.3$, $z_4 = 6.8$. Для затворных характеристик на рис. 3 - $U = -2.0$, $x_1 = 0.4$, $x_2 = 1.0$, $x_3 = 2.5$, $x_4 = 5.5$.

Аналитические малоразмерные модели, которые качественно отражают поведение реального транзистора, также использовались в качестве входных данных для интерполяционных моделей. Это позволило произвести оценку точности различных алгоритмов интерполяции, не обращаясь к измерениям реальных приборов. Сравнительные данные с использованием этого подхода приведены на рис. 4-6 и в табл. 3-5. На рис. 4-6 представлены соответственно стоковые, затворные и подложечные характеристики малоразмерного аналитического транзистора с индуцированным каналом (сплошная линия) и двух интерполяционных моделей с сетками $8 \times 4 \times 8$ (штриховая линия) и $5 \times 3 \times 5$ (пунктирная линия). Пороговая сетка у этих интерполяционных транзисторов одна и та же 5×18 . Если же воспользоваться токовой сеткой $12 \times 5 \times 12$, то расхождение между характеристиками исходного и интерполяционного транзисторов зафиксировать графически не удастся.

На рис. 4 $y = -1.0$, $z_1 = 1.4$, $z_2 = 3.0$, $z_3 = 5.8$. На рис. 5 $y = -1.0$, $x_1 = 0.4$, $x_2 = 1.5$, $x_3 = 5.0$. На рис. 6 $x = 1.0$, $z_1 = 0.8$, $z_2 = 1.2$, $z_3 = 1.4$.

На всех рисунках и в таблицах приняты одни и те же обозначения:

x, y, z .. соответственно стоковое, затворное и подложечное напряжения, выраженные в вольтах;

F - значение токовой функции в миллиамперах;

N_{ND} - количество отрицательных производных;

$A_{E(тек)} = |F_A(x, y, z) - F_I(x, y, z)|$ - текущая абсолютная ошибка;

$R_{E(тек)} = A_{E(тек)} / \max(F_I(x, y, z), F_A(x, y, z))$ - текущая относительная ошибка;

$M_{E(тек)} = A_{E(тек)} / F(x, y, z)_{\max}$ - текущая усредненная ошибка;

A_E - максимальная абсолютная ошибка;

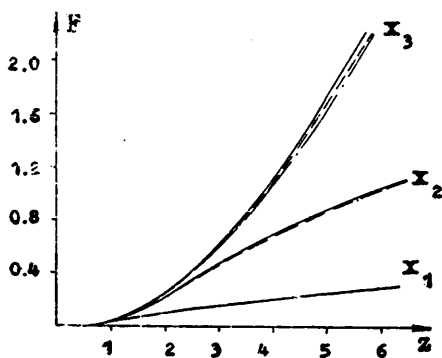


Рис. 5

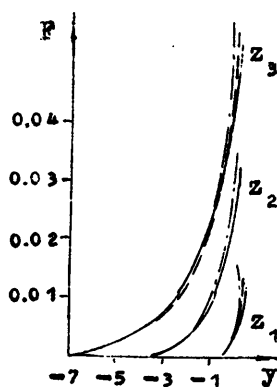


Рис.6

Т а б л и ц а 3

Ошибки интерполяции для моделей трех переменных
(75 узлов; память: дисковая 430, оперативная 1465)

ϵ_z	Тип макси- маль- ной ошибки	Значения координат, соответствующих текущей ошибке			О ш и б к а		
		x	y	z	$A_E(\text{тек})$	$M_E(\text{тек})$ в %	$R_E(\text{тек})$ в %
0.010	M_E, A_E	4.004	-1.353	5.039	0.14038	5.611	7.459
	R_E	0.011	-4.386	0.017	0.00002	0.001	93.605
0.033	M_E, A_E	3.449	-1.276	4.530	0.14358	5.739	9.446
	R_E	0.037	-3.283	0.035	0.00008	0.003	81.485
0.100	M_E, A_E	4.030	-1.224	4.971	0.14534	5.809	7.889
	R_E	0.107	-4.479	0.145	0.00100	0.040	54.661

$M_E = A_E / F(x, y, z)_{\max}$ - максимальная усредненная ошибка;

$R_E = A_E / F(x, y, z)$ (где $F(x, y, z)$ - текущее значение токовой функции) - максимальная относительная ошибка.

Оценка точности интерполяции, приведенная в табл. 3-5, проводилась статистическим методом. Для отыскания максимальной абсолютной и усредненной ошибок вполне достаточно было бы по каждой координате ограничиться равномерным распределением случайных чисел во всем диапазоне сетки. Максимальная относительная ошибка будет находиться в окрестности границы носителя токовой функции, так как в окрестности этой границы знаменатель выражения $R_{E(\text{тек})} = A_{E(\text{тек})} / F(x, y, z)$ стремится к 0, а числитель сохраняет свой порядок таким же, как и для значений внутри токовой сетки. Поэтому величина относительной ошибки будет тем больше, чем больше случайная точка приблизится к границе носителя токовой функции. При этом максимальная относительная ошибка всегда будет равна 100% независимо от качества интерполяции. Чтобы сделать эту ошибку чувствительной к точности алгоритма интерполяции, из рассмотрения исключаются случайные числа, попадающие в ϵ_z -окрестность носителя токовой функции. Так как равномерное распределение не обеспечивает достаточную плотность случайных точек на внешней ϵ_z -окрестности носителя, использовано равномерно-логарифмическое распределение от ϵ_z до ϵ_{\max} , где ϵ_{\max} равно x_{\max} или z_{\max} . Чтобы случайные значения хорошо соответствовали поиску максимальной абсолютной и относительной ошибок одновременно, они выбираются с использованием равномерного и равномерно-логарифмического распределения поочередно. В табл. 3-5 приведены ошибки интерполяционных моделей для сеток, содержащих соответственно $5 \times 3 \times 5 = 75$, $8 \times 4 \times 8 = 256$ и $16 \times 5 \times 16 = 1280$ узлов для области интерполяции с $x_{\max} = 6$, $y_{\min} = -7$, $z_{\max} = 6$ и $F(x, y, z) = 2.48$. В заголовке каждой таблицы, кроме числа уз-

Т а б л и ц а 4

Ошибки интерполяции для моделей трех переменных
(256 узлов; память: дисковая 618, оперативная 2920)

ϵ_z	Тип максимальной ошибки	Значения координат, соответствующих текущей ошибке			О ш и б к а		
		X	Y	Z	$A_E(\text{тек})$	$M_E(\text{тек})$ в %	$R_E(\text{тек})$ в %
0.010	M_E, A_E	4.004	-1.353	5.038	0.08405	3.359	4.466
	R_E	0.011	-4.386	0.016	0.00002	0.001	87.853
0.033	M_E, A_E	4.004	-1.353	5.038	0.08405	3.359	4.466
	R_E	0.036	-3.200	0.058	0.00017	0.007	66.228
0.100	M_E, A_E	4.004	-1.353	5.038	0.08405	3.359	4.466
	R_E	0.107	-4.479	0.145	0.00052	0.020	28.400

Т а б л и ц а 5

Ошибки интерполяции для моделей трех переменных
(1280 узлов, память: дисковая 1659, оперативная 11129)

ϵ_z	Тип максимальной ошибки	Значения координат, соответствующих текущей ошибке			О ш и б к а		
		X	Y	Z	$A_E(\text{тек})$	$M_E(\text{тек})$ в %	$R_E(\text{тек})$ в %
0.010	M_E, A_E	4.686	-1.255	5.383	0.05093	2.041	2.330
	R_E	0.011	-4.386	0.016	0.00001	0.001	73.951
0.033	M_E, A_E	4.686	-1.255	5.383	0.05093	2.041	2.330
	R_E	0.036	-3.201	0.059	0.00009	0.004	36.381
0.100	M_E, A_E	4.686	-1.255	5.383	0.05093	2.041	2.330
	R_E	5.408	-0.059	0.207	0.00056	0.022	15.093

лов указана память в словах, занимаемая экспериментальными данными в архиве (помечена как дисковая), и оперативная память, занятая сеточной функцией со всеми ее семью производными и служебными полями в процессе интерполяции.

В табл. 6 на примере сетки $8 \times 4 \times 8$ показано влияние нелинейности шагов интерполяции по ξ - и ζ -координатам (параметры D_ξ и D_ζ) на величины абсолютных, усредненных и относительных ошибок, а также на нарушение глобальной монотонности вдоль направлений, параллельных координатным осям. Число испытаний каждой сетки $N_{ST} = 4000$.

Т а б л и ц а 6

Влияние нелинейности шагов на точность и монотонность

$\epsilon_z = 0.01$					$\epsilon_z = 0.1$				
D_ξ, D_ζ	A_E	$M_E (\%)$	$R_E (\%)$	N_{ND}	D_ξ, D_ζ	A_E	$M_E (\%)$	$R_E (\%)$	N_{ND}
0.03	.1525	6.103	87.09	107	0.03	.1539	6.157	22.72	1
0.10	.1201	5.201	63.77	16	0.10	.1201	5.201	15.07	3
0.33	.0887	3.546	85.33	12	0.33	.0887	3.546	23.97	12
0.50	.0841	3.359	87.85	30	0.50	.0841	3.359	28.39	27
1.00	.0694	2.773	91.62	16	1.00	.0699	2.796	44.83	36
3.33	.0616	2.464	94.66	43	3.33	.0616	2.464	62.25	109
10.00	.0557	2.225	95.82	73	10.00	.0557	2.225	69.77	119

Т а б л и ц а 7

Процессорное время одного обращения к модели в мсек

Виды режимов	Малоразмерная аналитическая модель	Интерполяционная модель		
		3-х переменных		2-х переменных
		Индукцированный канал	Встроенный канал	
Максимальное время работы	12.1	8.8	9.9	3.8
Минимальное время работы	6.8	3.0	3.5	1.9

В табл. 7 приведено процессорное время работы моделей в мсек.

В качестве малоразмерных в пакете ПРАН используются модели, алгоритмы для которых были предложены в работах [1-2]. Видно, что по производительности интерполяционная модель трех переменных превосходит малоразмерную аналитическую модель для неоднородной подложки с индуцированным каналом в 1.5 раза.

З а к л ю ч е н и е

Предложенный алгоритм позволил разработать пять основных интерполяционных моделей МОП-транзисторов с индуцированным и встроенным каналами. Усредненная относительная ошибка не превосходит 4% на 256 узлов интерполяции в случае функции трех управляющих переменных. Новые электрические модели проверены и хорошо зарекомендовали себя при расчете схем сложностью до 700 транзисторов. По скорости счета и по точности интерполяционные модели превосходят аналитические малоразмерные в среднем соответственно в 1.6 и 2.5 раза, даже в том случае, если в этих моделях выполнена тщательная подгонка параметров под экспериментальные данные.

Л и т е р а т у р а

1. MERCKEL G. A Simple Model of the Threshold Voltage of Short and Narrow Channel MOSFETS //Solid-State Electronics. - 1980. -Vol. 23. -P. 1207-1213.
2. ГРУДАНОВ Н.Б. Моделирование МОП-транзисторов в режиме слабой инверсии //Автоматизация проектирования в электронике (Республиканский межвед. научно-технич. сборник). -1980. Вып. 21.
3. BARLY J.A., VLACH J., SINGHAL K. Polynomial Splines for MOSFET Model Approximation //IEEE Trans. on Computer-Aided Design. - 1988. -Vol. 7, N 5. -P. 557-566.
4. DETJENS E. Multi-Dimensional Table Model Representation for circuit Simulation //Philips J. of Res. - 1987. -Vol. 42, N5. -P. 510-532.

5. SHIMA T., SUGAWARA T., HORIYAMA S., YAMADA H. Three - Dimensional Table Look-Up MOSFET Model for Precise Circuit Simulation //IEEE J. of Solid-State Circ. - 1982. -Vol.SC-17, N3, - P. 449-454.
6. ЗАВЬЯЛОВ Ю.С., КВАСОВ Б.И., МИРОШНИЧЕНКО В.Л. Методы сплайн-функций. - М.: Наука, 1980. - 352 с.
7. ВОЛКОВ Е.А. Численные методы. - М.: Наука, 1982. - 248 с.
8. МАРЧУК Г.И. Методы вычислительной математики. - М.: Наука, 1977. - 534 с.
9. FRITSCH F.N., CARLSON R.E. Monotone piecewise cubic interpolation //SIAM J.Numer. Anal. - 1980. - Vol.17. - P.238-246.
10. MIROSHNICHENKO V.L. Convex and monotone spline interpolation //Constructive Theory of Functions-84. - Sofia, 1984. - P. 610-620.
11. ВЕРШИННИН В.В., ЗАВЬЯЛОВ Ю.С., ПАВЛОВ Н.Н. Экстремальные свойства сплайнов и задача сглаживания. -Новосибирск: Наука, Сиб.отд-ние, 1988. - 102 с.
12. ВАСИЛЬЕВ Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. - М.: Наука, 1988. - 549 с.

Поступила в ред.-изд.отд.

23 мая 1990 года