

УДК 519

ОБ ИНДЕТЕРМИНИЗМЕ В МЕДИЦИНЕ

А.А. Дерибас

Цель заметки - показать, что понятие "состояние пациента" можно трактовать по аналогии с понятием "квантовомеханическое состояние физической системы". Основной результат - формулировка условий, при соблюдении которых индетерминизм в медицинской деятельности принципиально неустраним (теоремы 3,4).

1. Настоящая заметка является продолжением [1], где исследовались принципы допустимых комбинаций медицинских диагнозов. Медицинская практика определялась как пара (S, sit) , где S - множество всех подразумеваемых (известных врачу) медицинских процедур, а sit - множество ситуаций, в которых эти процедуры применимы с положительным или отрицательным эффектом. Диагнозы определялись как некоторые специальные подмножества множества S . При этом учитывалось, что каждому диагнозу приписывается операциональный смысл в соответствии со следующим соглашением: если подмножество D множества S есть диагноз, то провозгласить D означает принять предположение, что диагностируемое заболевание следует лечить с помощью некоторых (не обязательно известно, каких именно) процедур из D .

В [1] показано, что если $\Delta(S)$ - семейство всех диагнозов, то на $\Delta(S)$ можно некоторым естественным образом определить бинарные операции \wedge и \vee , унарную операцию \perp и константы 0 и 1 . Показано также, что алгебра $\mathcal{L} =$

$= (\Delta(S), \wedge, \vee, \perp, 0, 1)$ есть ортомодулярная атомная решетка (вообще говоря, недистрибутивная). Тем самым установлена полная аналогия между так называемой "квантовой логикой" и "логикой медицинских диагнозов".

Возникает вопрос, нельзя ли использовать указанную аналогию для дальнейшего (выходящего за пределы "логики") приложения формального аппарата физики в становлении точных методов в медицине?

2. Обычно врач неявно полагает, что каждый пациент в каждый момент времени находится в определенном "состоянии" и что именно оно целиком отвечает за степень предрасположенности пациента в данный момент к любому наперед выбранному заболеванию. Стало быть, с точки зрения врача, любое состояние пациента можно просто отождествлять с некоторой функцией W , определенной на множестве $\Delta(S)$ всех диагнозов и принимающей значения в замкнутом интервале $[0, 1]$, если при этом условиться, что для любого диагноза D из $\Delta(S)$ выражение $w(D) = a$, $0 \leq a \leq 1$, должно означать: степень уверенности в том, что пациент в состоянии W имеет диагноз D , равна числу a .

Функция W обязана, конечно, обладать специальными свойствами, которые характеризовали бы ее числовые значения именно как степени уверенности. Разумно такого рода свойства полагать похожими на свойства вероятности. Поэтому впредь мы считаем, что W есть обобщенная функция вероятности.

Мы говорим "обобщенная" потому, что: 1) обычная функция вероятности определяется как нормализованная аддитивная функция подмножеств некоторого множества; 2) подмножества множества образуют всегда булеву решетку; 3) диагнозы, как установлено в [1], не всегда образуют булеву решетку, и мы должны обобщить понятие обычной вероятности.

Это обобщение нужно сделать так, чтобы на каждой булевой подрешетке решетки $(\Delta(S), \wedge, \vee, \perp, 0, 1)$ функция W

вела себя как обычная вероятность. Следуя Яуху и Пирону [2], мы предлагаем для этой цели воспользоваться следующим определением.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1. Состояние пациента есть функция $w : \Delta(S) \rightarrow [0, 1]$ такая, что:

- (i) $w(0) = 0$, $w(1) = 1$;
- (ii) если $D_1 \leftrightarrow D_2$, то $w(D_1) + w(D_2) = w(D_1 \wedge D_2) + w(D_1 \vee D_2)$;
- (iii) если $w(D_1) = w(D_2) = 1$, то $w(D_1 \wedge D_2) = 1$.

В этом определении выражение $D_1 \leftrightarrow D_2$ есть сокращение для

$$(D_1 \wedge D_2^{\perp}) \vee D_2 = (D_2 \wedge D_1^{\perp}) \vee D_1. \quad (1)$$

Сделаем несколько пояснений. Во-первых, $w(D) = 1$ означает, что в состоянии w диагноз D принимается со всей уверенностью, а $w(D) = 0$ означает, что в состоянии w диагноз D со всей уверенностью не принимается. В соответствии с этим (i) говорит о том, что рассматриваются только такие состояния, в которых пустой диагноз 0 (т.е. диагноз: "пациента вообще не следует лечить") со всей уверенностью не принимается, а единичный диагноз 1 (т.е. диагноз: "пациента следует хоть как-то лечить") со всей уверенностью принимается. Во-вторых, легко показать, что если не $D_1 \leftrightarrow D_2$, то $D_1 \wedge D_2 = 0$. Отсюда, учитывая (i) и (iii), получаем, что для любого рассматриваемого состояния w и для любых двух диагнозов D_1 и D_2 не могут одновременно быть выполнены условия: $w(D_1) = 1$, $w(D_2) = 1$ и $\neg(D_1 \leftrightarrow D_2)$. Иными словами, если D_1 и D_2 не удовлетворяют требованию (1), то не существует состояния, в котором с уверенностью следовало бы принять оба диагноза D_1 и D_2 . Стало быть, оправдано следующее

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Диагнозы D_1 и D_2 называются *несовместимыми*, если и только если они не удовлетворяют отношению $D_1 \leftrightarrow D_2$. Отношение \leftrightarrow называется отношением *совместимости*.

Приведенные два определения формально правильны, так как имеют по крайней мере одну интерпретацию, а именно квантово-механическую. При этой интерпретации диагнозы становятся операторами проектирования, а состояния пациента - квантовомеханическими состояниями физической системы. Несовместимые диагнозы отвечают некоммутируемым операторам [2].

Эта квантовомеханическая аналогия находит дальнейшее отражение в следующих определениях.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Два состояния пациента w_1 и w_2 называются *различными*, если и только если существует такой диагноз $D \in \Delta(S)$, что $w_1(D) \neq w_2(D)$.

Легко установить, что если w_1 и w_2 - различные состояния, то функция w , задаваемая соотношениями

$$\left. \begin{aligned} w(D) &= \lambda_1 w_1(D) + \lambda_2 w_2(D), \\ \lambda_1 &> 0, \lambda_2 > 0, \lambda_1 + \lambda_2 = 1, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

также является состоянием пациента (т.е. также удовлетворяет требованиям (i) - (iii)), причем состоянием, различным с w_1 и с w_2 .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 4. Состояние w , которое можно представить в виде (2), называется *смешанным*. Состояние, которое не является смешанным, называется *чистым*.

Квантовомеханическим аналогом чистого состояния пациента является волновая функция, а смешанного - матрица плотности.

Так как диагноз, отвергаемый с полной уверенностью в любом состоянии пациента, в некотором смысле идентичен пустому диагнозу (играет ту же роль в практике врача), то оправдано следующее предположение:

(iv) если $D \neq 0$, то существует состояние W такое, что $w(D) \neq 0$.

3. В настоящей работе не исследуется специальным образом вопрос, откуда и каким путем врач узнает то состояние, в котором находится пациент в данный момент. Мы предполагаем только, что состояние пациента полностью зависит от предшествующих воздействий на него самого, на его родителей и т.д. и что оно, следовательно, в той мере поддается установлению, в какой эти воздействия поддаются нашему контролю и управлению. Бытует даже убеждение, что, будь эти контроль и управление всеобъемлющими, любой диагноз можно было бы приписать или отвергнуть с полной уверенностью. Подобное утверждение - форма детерминизма среди врачей. С другой стороны, как известно, квантовая физика носит существенно индетерминистский характер. Спрашивается, достаточно ли сильна установленная выше аналогия между квантовой физикой и медициной, чтобы квалифицировать предполагаемый детерминизм последней просто как заблуждение?

Мы снова должны прибегнуть к точным рассмотрениям [2].

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 5. Величина $\sigma_W(D)$, определяемая соотношением

$$\sigma_W(D) = w(D) - w^2(D), \quad D \in \Delta(S), \quad (3)$$

называется *дисперсией состояния W для диагноза D* .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 6. Состояние W называется *недисперсным*, если $\sigma_W(D) = 0$ для всех D из $\Delta(S)$.

В недисперсном состоянии W каждый диагноз D принимается или отвергается с полной уверенностью, так как в этом случае $w(D) = 0$ или $w(D) = 1$ для любого $D \in \Delta(S)$. Это прямо следует из (3).

Легко показать, что если состояние W является смешанным, то оно не может быть недисперсным. Поэтому заранее можно утверждать, что любое недисперсное состояние является чис-

тым. Обратное не обязательно верно, но если оно верно, то это означает, что в медицине допустим детерминизм. Иными словами, мы обоснованно можем придерживаться следующего определения.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 7. Будем говорить, что решетка диагнозов $\mathcal{L} = (\Delta(S), \wedge, \vee, \perp, 0, 1)$ допускает детерминизм, если класс всех возможных состояний пациента удовлетворяет условию: каждое состояние W из этого класса представимо в форме

$$W(D) = \sum_i \lambda_i w_i(D), \quad \lambda_i > 0, \quad \sum_i \lambda_i = 1, \quad (4)$$

где w_i - недисперсное состояние.

Иными словами, медицинская практика носит детерминистский характер тогда и только тогда, когда каждое состояние пациента позволительно рассматривать как смесь (чистых) недисперсных состояний.

Аналогия между квантовой физикой и медициной позволяет, почти дословно следуя рассуждениям Яуха и Пирона [2], доказать следующую теорему.

ТЕОРЕМА 1. Если решетка диагнозов допускает детерминизм, то каждый диагноз совместим с каждым (см. [2], Corollary 3).

Кроме того, легко показать, что имеет место

ТЕОРЕМА 2. Произвольная решетка диагнозов дистрибутивна тогда и только тогда, когда всякие два диагноза совместимы.

Прямым следствием из этих двух теорем является

ТЕОРЕМА 3. Решетка диагнозов допускает детерминизм тогда и только тогда, когда она дистрибутивна.

4. Мы видим, что допустимость детерминизма в медицине полностью определяется строением связей между диагнозами. Но согласно [1] это строение, в свою очередь, зависит от эмпирических обстоятельств и может быть установлено только опытным путем (или предположено в качестве эмпирической гипотезы). Только сле-

циальная статистическая обработка опытных данных может подсказать, является ли решетка диагнозов действительно недистрибутивной в конкретной медицинской практике (а не "вообще говоря"). Насколько можно судить по литературе, никто такого рода статистику не стремился получить и, следовательно никто ею не располагает. Ее получение - вопрос дальнейших исследований. А пока мы хотим отметить существование косвенного свидетельства в пользу недистрибутивности решетки диагнозов, извлеченного из китайских медицинских доктрин.

Как известно [3, с. 180], любая решетка не дистрибутивна, если и только если она содержит или подрешетку, указанную на рис. 1, или подрешетку, указанную на рис. 2. Поэтому ниже следующая теорема 4 - другая редакция теоремы 3.

ТЕОРЕМА 4. *Решетка диагнозов допускает детерминизм тогда и только тогда, когда она не содержит ни одну из указанных на рис. 1 и 2 структур в качестве своей подрешетки.*

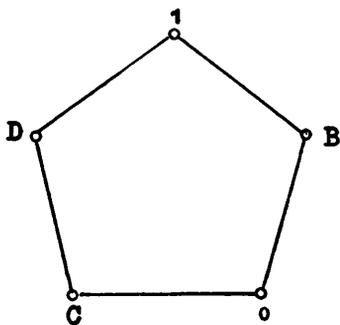


Рис. 1

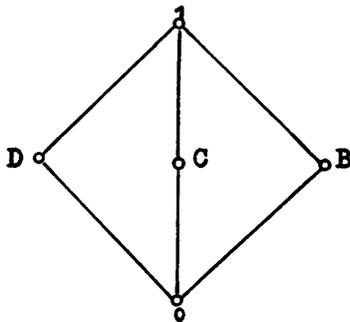


Рис. 2

Обе эти структуры визуально напоминают "пентаграммы" в китайской медицине. Непонятно, в какой связи китайские доктрины находятся с тем, что излагается в настоящей заметке. Но игнорировать наличие такой связи, объявляя отмеченное визуальное сход-

ство простой случайностью, несколько преждевременно. Это и есть косвенное свидетельство в пользу недистрибутивности решетки диагнозов и, следовательно, в пользу индетерминизма в медицине, которое мы имеем на нынешней стадии.

Л и т е р а т у р а

1. ДЕРИБАС А.А. О логике медицинских диагнозов //Методологические и технологические проблемы информационно-логических систем. - Новосибирск, 1988. - Вып. 125: Вычислительные системы. - С. 149-161.

2. JAUCH J.M., PIRON C. Can Hidden variables be Excluded in Quantum Mechanics?//Helv. Phys. Acta. - 1969. - Vol. 42. - P. 842.

3. ФРИД Э. Элементарное введение в абстрактную алгебру. - М., 1979.

Поступила в ред.-изд.отд.

17 апреля 1991 года