ТЕОРИЯ ВЫЧИСЛИМОСТИ И ЯЗЫКИ СПЕЦИФИКАЦИЙ
(Вычислительные системы)
1991 год Выпуск 139

УДК 519.682+510.6+510.692+519.7

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ЭФФЕКТИВНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММ В СЕМАНТИЧЕСКОМ ПРОГРАММИРОВАНИИ

С.С.Гончаров

В семантическом программировании [2-4] вопрос о реализации программ базируется на проверке истинности соответствующих логических формул на подходящем наборе элементов. Одним из основных мотивов поиска более быстрых способов реализации такого типа программ является степенная сложность проверки тождественной истинности логических формул. Вопрос же нахождения других алгоритмов в стандартном подходе к вычислимости упирается в нерешенную проблему "PN = P?" [10].

В работе предложен другой подход к выбору базисных элементов для определения вычислимости, основанный на включении в базисные простейшие алгоритмы конструкций по проверке тождественной истинности логических формул. Предполагая, что сложность реализации вычислений на этих объектах проверки тождественной истинности логических формул полиномиально или даже линейно зависит от сложности формулы и числа свободных переменных в ней, мы таким образом расширяем класс алгоритмов полиномиальной сложности и в рамках такого подхода получаем новую классификацию алгоритмов по сложности их исполнения. В рамках такого подхода к вычислимости в теории семантического программирования возникает ряд новых алгоритмических и теоретико-модельных проблем.

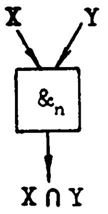
В этой первой из данной серии работ предлагается одно из возможных технологических обоснований законности и естествен - ности выбора в качестве базисных конструкций наших алгоритмов вычислительных элементов по проверке тождественной истинности логических формул и формул с ограниченными кванторами за линейное время от сложности рассматриваемых формул без учета сложности области,на которой действует ограниченный квантор.Естественно, что такая реализация отходит от концепции локальности и последовательности работы вычислительной процедуры в рамках этих базисных элементов. Основная идея восходит к следующему наблюдению, полученному при рассмотрении определения проверки истинности логических формул и формул с ограниченными кванторами: проверка тождественной истинности логической фор - мулы состоит из последовательной прогонки разных входных данных по одному и тому же пути, но с различной реакцией системы на разные входные данные.Хотя для каждой последовательности входных данных такая прогонка проходит за линейное время, эффект сложности вычислений такого типа проверок возникает из-за необходимости последовательно перебрать весь набор входных данных и для каждого набора провести свое вычисление. Мы не можем выйти из этой сложности, базируясь на нашей интуиции о работе вычислительного комплекса, на работе электронных вычислительных машин, работающих с одномерной системой сигналов - движением электронов.Однако рассматривая многомерную систему сигналов, состоящую из разного типа независимых элементов, например,световые потоки из разных элементов светового спектра или непересекающиеся световые пучки, мы можем по одному и тому же пути единовременно пропустить любое количество таких потоков и за один проход ответить на вопрос о тождественной истинности формулы. В настоящее время существует ряд работ,в которых исследуются вычислительные принципы оптических компьютеров [5-8].

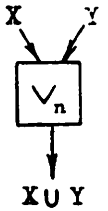
Рассмотрим здесь еще одну возможность оптических элементов.

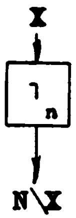
Перейдем теперь к описанию нашего идеального вычислительного элемента для логической формулы.

Будем рассматривать формулы исчисления высказываний следуя [1].

Рассмотрим алфавит из пропозициональных переменных: $P_0, \dots, P_n, \dots$, логических связок: $\vee$, $\&$, $\neg$ и вспомогательных символов: (,). Определение формулы индуктивно: любая пропозициональная переменная формула, если φ и ψ – формулы, то выражения $(\varphi \vee \psi)$, $(\varphi \& \psi)$ и $\neg\varphi$ - также формулы, и других способов построения формул нет. Как обычно, определяется истинность формул. Мы можем присваивать пропозициональным переменным лишь два значения: 0 или 1. Значение 0 соответствует лжи, а 1 - истине. Если $\Phi(P_0, \dots, P_n)$ - формула, в конструкцию которой входят только переменные из набора $P_0, \dots, P_n$, то при заданных значениях $\alpha_0, \dots$ $\dots, \alpha_n$, где $\alpha_i \in \{0,1\}$ значений переменных $P_0, \dots$ $\dots, P_n$, формула Φ будет равна α_i, если Φ совпадает с пропозициональной переменной P_i. Если Φ имеет вид $(\varphi \vee \psi)$, то она будет принимать значение 1, если формулы φ или ψ при этих значениях переменных принимают значение 1, в противном случае ее значение равно 0. Если Φ имеет вид $(\varphi \& \psi)$, то она будет принимать значение 1, если формулы φ и ψ при этих значениях переменных принимают значение 1, в противном случае ее значение равно 0. Если Φ имеет вид $\neg\varphi$, то она будет принимать значение 1, если формула φ при этих значениях переменных принимает значение 0, в противном случае ее значение равно 0. Формула Φ тождественно истинна, если она при любых значениях свободных переменных принимает значение 1. Формула Φ тождественно ложная, если она при любых значениях свободных переменных принимает значение 0.







Ясно, что Ψ тождественно истинна тогда и только тогда, когда формула $\neg\Phi$ тождественно ложна.

Построим теперь элемент $M(n,\Phi)$, проверяющий тождественную ложность формулы Φ с пропозициональными переменными $P_0, \ldots, P_n$. Для этого каждой логической связке $\vee$, $\&$, $\neg$ формулы φ поставим в соответствие "оптические" элементы $\boxed{\vee_n}$, $\boxed{\&_n}$ или $\boxed{\neg_n}$, из которых будет конструироваться $M(n,\Phi)$. Заметим, что эти "оптические" элементы $\boxed{\vee_n}$, $\boxed{\&_n}$, $\boxed{\neg_n}$ зависят от n.

"Оптический" элемент $\boxed{\&_n}$ имеет два входа x и y, на которые подаются два световых потока: на вход x поток X, а на вход y поток Y; на выходе мы получаем поток, состоящий только из тех типов света, которые одновременно входят в поток X и в поток Y. Таким образом, на выходе мы имеем поток $X \cap Y$.

"Оптический" элемент $\boxed{\vee_n}$ имеет также два входа x и y, на которые подаются два световых потока: на вход x поток X, а на вход y поток Y; на выходе мы получаем поток, состоящий только из тех типов света, которые входят в поток X или в поток Y. Таким образом, на выходе имеем поток $X \cup Y$.

"Оптический" элемент $\boxed{\neg_n}$ имеет один вход x, на который подается световой поток X; на выходе мы получаем поток, состоящий только из тех типов света из глобального потока

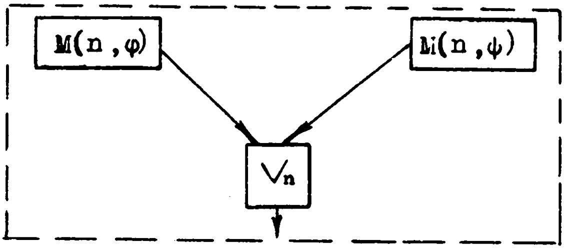
N , которые не входят в поток X . Таким образом,на выходе мы имеем поток $N \setminus X$.

Глобальный поток N состоит из 2^{n+1} световых потоков разного типа, каждый из которых помечен набором $(\alpha_1, \ldots$ $\ldots, \alpha_n)$, где $\alpha_i \in \{0, 1\}$.

Если формула Φ совпадает с пропозициональной переменной P_i , то элемент $M(n, \Phi)$ из всего спектра N пропускает только те типы световых потоков, для которых α_i равно 1.

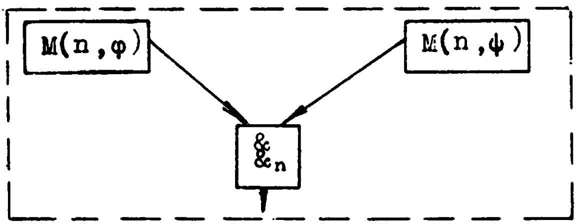
Если формула Φ имеет вид $(\varphi \vee \psi)$, то поток, прошедший через элемент $M(n, \varphi)$, подаем на вход x элемента $\vee_n$, а поток, прошедший через элемент $M(n, \psi)$,– на вход y того же элемента. Полученная система и образует элемент $M(n, (\varphi \vee \psi))$:

$M(n,(\varphi\vee\psi))$ =

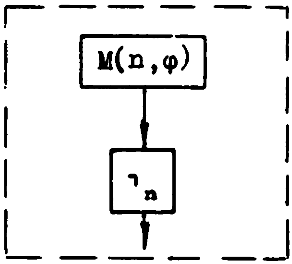


Если формула Φ имеет вид $(\varphi \mathbin{\&} \psi)$, то поток, прошедший через элемент $M(n, \varphi)$, подаем на вход x элемента $\&_n$, а поток, прошедший через элемент $M(n, \psi)$, - на вход y того же элемента. Полученная система и образует элемент $M(n, (\varphi \mathbin{\&} \psi))$:

$M(n,(\varphi \mathbin{\&} \psi))$ =



Если формула Φ имеет вид $\neg\varphi$, то поток, прошедший через элемент $M(n,\varphi)$, подаем на вход элемента $\neg_n$. Полученная система и образует элемент $M(n,\neg\varphi)$:

$M(n,\neg\varphi) =$ 

С каждым числом n мы связываем световой поток N и решетку $M(n,P_n)$, которые в нашей идеальной вычислительной системе находятся по n. По формуле Φ мы конструируем, восстанавливая ее структуру, элемент $M(n,\Phi)$, что позволяет нам, пропустив поток N через элемент $M(n,\Phi)$, установить, что она тождественно ложна, если на выходе мы не получаем ни одного потока света из всего спектра N, если же мы получаем какие-то потоки, то, установив их тип, мы можем найти те наборы, на которых формула Φ истинна.

Идеальная вычислительная машина M теперь определяется как машина Тьюринга с оракулом [9], в которой могут задаваться относительно формул вопросы об их тождественной ложности, что проверяется уже с помощью вышеописанных элементов.

Естественно предположить, что реальная вычислительная система, конструируемая по вышеприведенной схеме, имеет естественные ограничения на максимально допустимое число переменных в формуле, однако при реализации естественных алгоритмов она будет при работе в реальное время и с реальными входными данными, представляющими практический интерес, иметь достаточно реальную оценку. Однако эта гипотеза требует дальнейших систематических исследований по проблеме сложности вычисления различных алгоритмов на вышеописанной вычислительной системе.

Следующим шагом в этом направлении естественным представляется описание подобного вычислительного механизма для формул с ограниченными кванторами. Базисом для этого является необходимость проверки по одной и той же схеме набора данных из списка, над которым действует ограниченный квантор.

Литература

1. ЕРШОВ Ю.Л., ПАЛЮТИН Е.А. Математическая логика. - М.: Наука, 1979.

2. ГОНЧАРОВ С.С., СВИРИДЕНКО Д.И. Математические основы семантического программирования //Докл.АН СССР.-1986. - Т.289, № 6. - С. 1324-1328.

3. ГОНЧАРОВ С.С., СВИРИДЕНКО Д.И. Σ-программирование //Логико-математические проблемы. - Новосибирск, 1985. -Вып. 107: Вычислительные системы. -С. 3-29.

4. ERSHOV Yu.L., GONCHAROV S.S., SVIRIDENKO D.I. Semantic programming. - Information processing 86. H.-J.Kugler (ed). Elsever science Publisher B.V. - North-Holland. -P.1093-1100.

5. TIPPELT J.T. at al. Optical and Electronical Information Processing. - VIT Press, Cambridge, 1965.

6. YATAGAI Yoyohiko. Cellular logic architectures for optical computers //Applied Optics. - 1986. - Vol. 25, N 10. - P.1971-1977.

7. TANIDA Jun, ICHIOKA Yoshiki.OPAIS: optical parallel array logic system // Applied Optics. - 1986. - Vol.25, № 10. -P.1565-1570.

8. БАНДМАН О.Л. и др. Отчет по НИР "Развитие клеточной технологии, вычислительных и языковых средств", ч. Ш, п. 1.4.Программы основных направлений фундаментальных исследований и разработок по созданию оптических сверхпроизводительных машин". Новосибирск, 1990 (ВЦ СО АН СССР).

9. MINSKY M. Computation: Finite and Infinite Machines // Englewood Cliffs. - N. -J., 1967.

10. HARTMANIS J. Overview of Computational Complexity Theory //Proceeding of Symposia in Applied Math. - 1989. -Vol. 38. - P. 1-17.

Поступила в ред.-изд.отд.

2 сентября 1991 года