

ФОРМИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ КРИТЕРИЕВ ВЫБОРА
В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Е.С. Егоров

После классической публикации [1], в которой подробно разбирались достоинства и недостатки разработанных в конце 50-х годов Сэвиджем, Гурвицем и Вальдом принципов анализа решений в условиях неопределенности, вопросам формирования критериев выбора в подобных ситуациях практически не уделялось внимания. Если к этому перечню перечисленных принципов оптимальности добавить принцип недостаточного основания (конец XVII века, Я.Бернулли) и эвристическое правило В.Хоменюка [2], то этим, можно сказать, и исчерпывался известный инструментарий вынесения суждений и выдачи рекомендаций для принятия решений.

Анализ литературы по вопросам принятия решений в условиях неопределенности позволяет сделать вывод о том, что практическое использование указанных критериев выбора затруднено в силу недостаточной проработанности вопросов, связанных с отождествлением того или иного критерия принятия решений с особенностями характера лица, принимающего решения (ЛПР), и его отношением к риску. При этом известные критерии не отражают многообразия психофизических характеристик личности ЛПР, а их описания практически не содержат рекомендаций по сопоставлению того или иного критерия с соответствующим типом ЛПР, что обуславливает необходимость в их существенной доработке и дополнении.

Во многом это обстоятельство было обусловлено тем, что само слово "риск" традиционно связывалось с неопределенностью стохастического характера. При этом риск оценивался либо как вероятность получения менее предпочтительных результатов, либо как величина возможных (обычно средних) потерь, либо - как всевозможные свертки отдельных числовых характеристик распределения скалярного результата (см., например, [3]).

Такое толкование понятия "риск" не подходит к случаю нестохастической неопределенности.

Введем понятие риска для случая природной неопределенности, которое определим как "плату" за возможность получения наиболее благоприятного исхода в операции. Таким образом, в качестве наказания за принятие рискованного решения выступает угроза получения неблагоприятного исхода. В соответствии с таким определением "риск" можно оценивать, например, величиной разности между наиболее и наименее предпочтительными результатами для каждой из возможных стратегий или величиной разности между текущими результатами и уровнем притязаний. Под уровнем притязаний здесь и далее будем понимать любой результат, достижение которого отождествляется в сознании ЛПР с конечным успехом. Например, уровень притязаний люди часто расценивают как самый лучший результат из возможных при данных обстоятельствах, как некоторый вполне конкретный результат между худшим и лучшим при данных обстоятельствах или даже - любой не самый худший.

Применительно к задачам принятия решений в условиях неопределенности определим тип личности ЛПР по его отношению к степени возможности различных (благоприятных и неблагоприятных) состояний природы. В связи с этим для задачи контроля сложной системы будем различать следующие типы личности ЛПР:

"пессимист" - руководствуется правилом: "если неприятности могут произойти, то они произойдут";

"реалист" - руководствуется правилом: "при проведении операции благоприятные и неблагоприятные состояния природы имеют примерно одинаковую степень возможности";

"оптимист" - всегда руководствуется правилом: "все сложится удачно".

Кроме того, для "пессимиста" и "оптимиста" выделим, по крайней мере, две дополнительные градации: "крайний" и "разумный".

Определим характер отношения ЛПР к "рisku" в условиях природной неопределенности через его готовность пойти на возможность получения наихудшего для данной стратегии результата в надежде получить лучший результат.

Тогда можно ввести следующие характеристики отношения ЛПР к нестохастическому риску:

"не склонный к риску" - это ЛПР, которое "боится много проиграть" и поэтому при оценке возможных стратегий в первую очередь обращает внимание на величины связанных с ними наихудших результатов;

"склонный к риску" - это ЛПР, которое "боится мало выиграть" и поэтому при оценке возможных стратегий в первую очередь обращает внимание или на величины связанных с ними наилучших результатов, или на величины "сожалений", вычисляемых для каждой возможной ситуации как разность между наилучшим при данном состоянии природы результатом и всеми текущими для него;

"безразличный к риску" - это ЛПР, которое придает одинаковый вес как наилучшим, так и наихудшим результатам, учитывая возможные промежуточные результаты.

Для формирования полной системы критериев принятия решений воспользуемся морфологической таблицей, рубриками которой являются "характер отношения ЛПР к риску" и "тип личности ЛПР".

Множество возможных состояний $\{s\}$ природы обозначим через S , а множество возможных стратегий $\{a\}$ - через A . Выбранная стратегия a определяет результат $y(a,s)$ в сложившейся ситуации.

Для того чтобы не возникло противоречия между общеупотребительными названиями критериев выбора и их математическими формулировками будем считать, что большие по величине значения результатов предпочтительнее меньших.

Известные критерии в этом случае войдут в таблицу в следующих ее позициях.

Критерием Сэвиджа (минимаксных сожалений) обычно руководствуется ЛПР, склонное к риску, являющееся "крайним пессимистом". Согласно этому критерию ЛПР выбирает ту стратегию, которая приводит к минимальному из наибольших для каждой стратегии сожалений:

$$a^* : \min_{a \in A} \max_{s \in S} [\max_{a \in A} y(a,s) - y(a,s)]. \quad (1)$$

Критерием Гурвица (пессимизма-оптимизма) пользуется ЛПР, безразличное к риску, являющееся либо пессимистом, либо оптимистом.

"Степень близости" типа личности ЛПР к категориям пессимизма или оптимизма оценивается субъективной оценкой в абсолютной шкале $[0;1]$, которая называется коэффициентом пессимизма-оптимизма t . Крайнему пессимисту соответствует значение коэффициента, близкое к единице.

Согласно этому критерию лучшей следует считать ту стратегию, которая приводит к наибольшему значению линейной свертки наихудшего и наилучшего для каждой стратегии результата, вычисленной с использованием коэффициента t :

$$a^* : \max_{a \in A} [t \min_{s \in S} y(a,s) + (1-t) \max_{s \in S} y(a,s)]. \quad (2)$$

В основу критерия Лапласа-Бернулли (критерий недостаточного основания) положен принцип недостаточного основания Лапласа-Бернулли, который рекомендует полагать вероятности состояний природы одинаковыми, если нет никаких оснований считать какие-либо состояния более возможными по отношению к другим. Этим критерием обычно руководствуется ЛПР, не склонное к риску и являющееся реалистом. Лучшей стратегией по этому критерию считают ту, которая приводит к максимальному субъективно среднему результату (в данном случае - к среднему арифметическому результатов):

$$a^* : \max_{a \in A} \frac{1}{n} \sum_{s \in S} y(a, s). \quad (3)$$

Критерием крайнего пессимизма (максиминный критерий или критерий Вальда) обычно руководствуется ЛПР, а именно не склонное к риску и являющееся крайним пессимистом. Согласно этому критерию лучшей следует считать ту стратегию, которая приводит к наилучшему из всех наихудших по состояниям природы результатов:

$$a^* : \max_{a \in A} \min_{s \in S} y(a, s). \quad (4)$$

Критерий Хомениюка характерен для ЛПР, безразличного к риску и являющегося реалистом. Степени важности состояний природы оцениваются пропорционально суммарным по стратегиям сожалениям для каждого состояния, поэтому лучшей считается та стратегия, которая приводит к максимальному среднему взвешенному результату:

$$a^* : \max_{a \in A} \sum_{s \in S} P(s) \cdot y(a, s), \quad (5)$$

где

$$P(s) = \frac{\sum_{a \in A} [\max_{a \in A} y(a,s) - y(a,s)]}{\sum_{s \in S} \sum_{a \in A} [\max_{a \in A} y(a,s) - y(a,s)]}$$

Руководствуясь правилами заполнения морфологической таблицы, сформируем в дополнение к известным следующие критерии принятия решений в условиях природной неопределенности.

Критерий оптимистичных субъективно средних сожалений использует ЛПР, склонное к риску и являющееся разумным оптимистом. Субъективные вероятности состояний природы принимаются пропорциональными суммарным по стратегиям результатам для каждого состояния. Согласно этому критерию лучшей следует считать стратегию, которая приводит к минимальному субъективно среднему сожалению:

$$a^* : \min_{a \in A} \sum_{s \in S} [\max_{a \in A} y(a,s) - y(a,s)] P(s), \quad (6)$$

где

$$P(s) = \frac{\sum_{a \in A} y(a,s)}{\sum_{s \in S} \sum_{a \in A} y(a,s)}$$

Критерий реалистичных субъективно средних сожалений (аналог критерия Лапласа-Бернулли на сожалениях) ориентирован на предпочтения склонного к риску ЛПР, являющегося реалистом, когда лучшей считается стратегия, приводящая к минимальному среднему арифметическому сожалений:

$$a^* : \min_{a \in A} \frac{1}{n} \sum_{s \in S} [\max_{a \in A} y(a,s) - y(a,s)]. \quad (7)$$

Критерием пессимистичных субъективно средних сожалений обычно руководствуется ЛПР, склонное к риску, являющееся разумным пессимистом. Субъективные вероятности состояний природы принимаются пропорциональными суммарным по стратегиям дополнениям до наилучшего результата текущих результатов для каждого состояния. Поэтому лучшей считается та стратегия, которая приводит к минимальному субъективно среднему сожалению:

$$a^* : \min_{a \in A} \sum_{s \in S} [\max_{a \in A} y(a,s) - y(a,s)] P(s), \quad (8)$$

где

$$P(s) = \frac{\sum_{a \in A} [Y_{\max} - y(a,s)]}{\sum_{s \in S} \sum_{a \in A} [Y_{\max} - y(a,s)]},$$

$$Y_{\max} = \max_{a \in A} \max_{s \in S} y(a,s) + \epsilon, \quad \epsilon > 0.$$

Критерий пессимизма-оптимизма (модифицированный) моделирует выбор ЛПР, безразличного к риску и являющегося либо разумным пессимистом, либо разумным оптимистом. Лучшая по этому критерию стратегия приводит к наибольшему значению линейной свертки наихудшего и наилучшего для каждой стратегии результата, вычисленной с использованием коэффициента пессимизма-оптимизма при условии, что арифметическое среднее результатов для стратегии не хуже установленного ЛПР уровня притязаний Y_t :

$$a^* : \max_{a \in A'} [t \cdot \min_{s \in S} y(a,s) + (1-t) \cdot \max_{s \in S} y(a,s)], \quad (9)$$

где

$$A' : \{a \mid \frac{1}{n} \sum_{s \in S} y(a,s) > Y_t\}.$$

Критерием взвешенного гарантированного результата обычно руководствуется ЛПР, не склонное к риску и являющееся крайним оптимистом. Согласно этому критерию лучшей следует считать ту стратегию, которая приводит к наилучшему из всех возможных гарантированных результатов, взвешенному субъективной вероятностью его появления.

Субъективные вероятности появления гарантированных результатов вычисляются через вероятности состояний природы, которые принимаются пропорциональными суммарным по стратегиям результатам для каждого состояния:

$$a^* : \max_{a \in A} \{P(s''(a))y(a, s''(a))\}, \quad (10)$$

где

$$s''(a) : \min_{s \in S} Y(a, s),$$

$$P(s''(a)) = \frac{\sum_{a \in A} y(a, s''(a))}{\sum_{s \in S} \sum_{a \in A} y(a, s)}$$

Критерий оптимистичных субъективно средних результатов соответствует предпочтениям ЛПР, не склонного к риску, являющегося разумным оптимистом. Субъективные вероятности состояний природы принимаются пропорциональными суммарным по стратегиям результатам для каждого состояния. Согласно этому критерию лучшей следует считать ту стратегию, которая приводит к максимальному субъективно среднему результату:

$$a^* : \max_{a \in A} \sum_{s \in S} P(s) y(a, s), \quad (11)$$

где

$$P(s) = \frac{\sum_{a \in A} y(a,s)}{\sum_{s \in S} \sum_{a \in A} y(a,s)}$$

Критерий пессимистичных субъективно средних результатов моделирует предпочтения не склонного к риску ЛПР, являющегося разумным пессимистом. Субъективные вероятности состояний природы принимаются пропорциональными суммарным по стратегиям дополнениям до наилучшего результата текущих результатов для каждого состояния. Поэтому лучшей следует считать ту стратегию, которая приводит к максимальному субъективно среднему результату:

$$a^* : \max_{a \in A} \sum_{s \in S} P(s) y(a,s), \quad (12)$$

где

$$P(s) = \frac{\sum_{a \in A} [Y_{\max} - y(a,s)]}{\sum_{s \in S} \sum_{a \in A} [Y_{\max} - y(a,s)]},$$

$$Y_{\max} = \max_{a \in A} \max_{s \in S} y(a,s) + \epsilon, \quad \epsilon > 0.$$

Дополним полученную совокупность максима́льным критерием. Учитывая возможность представления ЛПР числовых оценок для характеристики субъективных вероятностей состояний природы, что позволит свести задачу к традиционной задаче принятия решений в условиях стохастического риска, получаем следующие критерии.

Критерием крайнего оптимизма (максима́льный критерий) обычно руководствуется ЛПР, склонное к риску и являющееся крайним

оптимистом. Лучшая стратегия та, которая приводит к наилучшему из всех возможных результатов:

$$a^* : \max_{a \in A} \max_{s \in S} u(a, s). \quad (13)$$

Критерий субъективно ожидаемой полезности моделирует выбор ЛПР, которое может указать субъективные вероятности состояний природы в числовой форме и согласно использовать для описания своего личного отношения к риску функцию полезности (путем рандомизации задача сводится к задаче принятия решений в условиях стохастической неопределенности). В этом случае лучшей следует считать ту стратегию, которая характеризуется наибольшей ожидаемой полезностью:

$$a^* : \max_{a \in A} \sum_{s \in S} P(s) u(y(a, s)), \quad (14)$$

где $u(y)$ - функция полезности результата.

Критерий вероятностной гарантии характерен для ЛПР, безразличного к риску, который может указать субъективные оценки вероятностей состояний природы в числовой форме, а также требуемый уровень результата (уровень притязаний). Критерий рекомендует лучшей считать ту стратегию, которая приводит к наибольшему значению вероятности получения результата не хуже требуемого:

$$a^* : \max_{a \in A} \sum_{s \in S(a)} P(s), \quad (15)$$

где $S(a) = \{s | y(a, s) > \Upsilon_t\}$.

Сформированная полная система критериев выбора в условиях неопределенности представлена в таблице, где в скобках проставлены номера формул для вычисления значения критерия, а символом * отмечены традиционные критерии выбора.

Система критериев выбора

| Отношение ЛПР к риску | Т и п л и ч н о с т и Л П Р | | | | | Оценка вероят- ности состоя- ний |
|-----------------------------|-----------------------------|----------|---------|-----------|---------|--|
| | оптимист | | реалист | пессимист | | |
| | крайний | разумный | | разумный | крайний | |
| склонный | (13)* | (6) | (7) | (8) | (1)* | (14) |
| безраз- личный | (2)* | (9) | (5)* | (9) | (2)* | (14) (15) |
| не склонный | (10) | (11) | (3)* | (12) | (4)* | (14) |

Разработанная полная система критериев обобщает как известные, так и предложенные автором новые критерии. Это позволяет дать ясные для практического использования рекомендации по применению конкретных критериев в зависимости от психологических особенностей лиц, принимающих решения, и их отношения к риску.

На основе полученной системы критериев разработана диалоговая система анализа решений в условиях неопределенности, программно реализованная на языке Turbo-Pascal.

Л и т е р а т у р а

1. ЛЬЮС Р.Д., РАЙФА Х. Игры и решения.- М.: ИЛ,1961. - 642 с.
2. ТРУХАЕВ Р.И. Модели принятия решений в условиях неопределенности.- М.: Наука,1981.- 258 с.
3. КОЗЕЛЕЦКИЙ Ю. Психологическая теория решений /Пер. с пол.- М.: Прогресс, 1979.- 504 с.

Поступила в ред.-изд.отд.

20 января 1992 года