К СЛОЖНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ Σ-СПЕЦИФИКАЦИЙ

Глушкова В.Н., Ростов-на-Дону

Рассматриваемый класс формул является эффективным подмножеством вычислимых спецификаций, выделенных в рамках Σ-программирования [1]. В [2] показано, что сложность исполнения Σ-спецификаций зависит не только от вида формул, но и от структуры списочной надстройки. Там же вводится класс Δ_0-формул, исполняемых на моделях с надстройкой, порождаемой контекстно-свободной (КС) грамматикой, за линейное время. Нижеформулируемые результаты усиливают [2].

Известно, что Δ_0-формулы допускают полиномиальную временную оценку сложности их исполнения. Для применения логических спецификаций на практике часто необходимо иметь точную оценку степени полинома. Пусть специфицируемые объекты обладают иерархической структурой, описываемой некоторой КС-грамматикой. Ориентируясь на эту структуру, можно выделить класс спецификаций, исполняемых синтаксически-ориентированным образом, что и позволяет более точно оценить сложность реализации.

Обозначим через $G = (T, N, P)$ КС-грамматику, где T, N, P - множества терминальных, нетерминальных символов и правил соответственно; $I = T \cup N$, $\{C_x\}_{x \in I}$ - семейство непустых множеств констант, где каждое C_x не более чем счетное множество. Контекстно-свободное множество списков $D_G(C)$ над семейством констант "терминального" сорта $C = \{C_a\}_{a \in T}$ определяется как наименьшее множество, состоящее из всевозможных списков вида $\langle t_1, \ldots, t_n \rangle$ сорта A, где $A \to x_1, \ldots, x_n \in P$, $n \geq 0$. Здесь t_i - произвольная константа из C_{x_i} в случае $x_i \in T$, в противном случае, если $x_i \in N$, t_i - любой список сорта x_i, $1 \leq i \leq n$.

Будем рассматривать Δ_0-формулы специального вида, префикс которых имеет "древесную" структуру:

$$(\forall x_1 \dot{\in} t_1)\ldots(\forall x_m \dot{\in} t_m)\ \psi(\bar{x},\bar{t}),$$

где $\dot{\in}$ - отношение принадлежности списку $\in$ или его транзитивное замыкание $\overset{*}{\in}$. Причем для всех $1 \le i \le m-1$ выполняется $t_{i+1} = t_i$ или $t_{i+1} = x_k$, $k \le i$; если $t_{i+1} = x_k$, то $x_{j+1} \ne x_l$ и $x_{j+1} \ne t_l$, где $l \le i$. Формулы такого вида назовем $\Delta_0 T$-формулами. Префикс этих формул специфицирует структуру размеченного КС-дерева вывода, в котором подчиненность узлов выражается отношением $\overset{*}{\in}$.

Введем две многосортные модели с множеством сортов I сигнатуры $\sigma = \langle I, \Sigma_0, \Sigma_1 \rangle$, где Σ_0, Σ_1 - множество символов операций и множество отношений соответственно. Модель $\mathfrak{M}$ имеет носитель $\{C_x\}_{x \in I}$, а модель КС($\mathfrak{M}$) - носитель $\{C_a\}_{a \in T} \cup \{D_G^A(C)\}_{A \in N}$, где $D_G^A(C)$ - множество списков сорта A.

Назовем символ A грамматики G конечно-порожденными,если для него не существует вывода $A \overset{*}{\Rightarrow} \alpha_1 A \beta_1$, $\alpha_1\beta_1 \ne \varepsilon$, причем для всякого символа B и его альтернативы α такой, что $B \Rightarrow \alpha \Rightarrow \beta B \gamma$, не существует вывода $\alpha \overset{*}{\Rightarrow} \omega A \mu$, β, μ, γ, $\omega \in I^*$. Свойство конечно-порожденности является алгоритмически разрешимым для произвольных КС-грамматики G и символа A. Для $\Delta_0 T$-формул, содержащих только ограниченные кванторы вида $\forall x \overset{*}{\in} t$, можно привести точную оценку сложности исполнения относительно мощности списков, определяемой количеством элементов, связанных с ним отношением $\overset{*}{\in}$.

ТЕОРЕМА 1. *Произвольная $\Delta_0 T$-формула*

$$(\forall x_1 \overset{*}{\in} t_1)\ldots(\forall x_m \overset{*}{\in} t_m)\ \psi(\bar{x},\bar{t})$$

исполняется на модели КС($\mathfrak{M}$), изоморфной заданной модели $\mathfrak{M}$, с временной сложностью $O(n^{m+1-k})$, *если* k *переменных формулы имеют конечно-порожденные сорта. Емкостная сложность имеет порядок* $O(n^2)$ *либо* $O(n)$, *если сорта всех переменных конечно-порожденные.*

Для $\Delta_0 T$-формул с префиксом произвольного вида

$$(\forall x_1 \dot{\in} t_1) \ldots (\forall x_m \dot{\in} t_m)\, \psi(\bar{x}, \bar{t})$$

оценка имеет следующий вид. Пусть λ - множество тех переменных, сорта которых являются конечно-порожденными в G. Для каждого квантора введем числа:

$$(\forall x_1 \in t_1) - l_1 = \text{если } (t_1 \in \lambda \vee x_1 \in \lambda), \text{ то } 2,$$

иначе 1;

$$(\forall x_1 \overset{*}{\in} t_1) - l_1 = \text{если } (t_1 \in \lambda \vee x_1 \in \lambda), \text{ то } 1,$$

иначе 0;

$$l_i = \begin{cases} \forall x_i \in t_i, & \text{если } (x_i \in \lambda \vee t_i \in \lambda), \text{ то 1, иначе 0;} \\ \forall x_i \overset{*}{\in} t_i, & \text{если } \quad x_i \in \lambda, \text{ то 1, иначе 0;} \end{cases}$$

$$2 \le i \le m.$$

Пусть $l = \sum_{i=1}^{m} l_i$, будем считать длиной префикса формулы количество кванторов в нем.

ТЕОРЕМА 2. *Произвольная* $\Delta_0 T$*-формула с префиксом длины* m *исполняется на контекстно-свободной списочной надстройке КС(* $\mathfrak{M}$ *), изоморфной заданной модели* $\mathfrak{M}$, *с временной сложностью* $O(n^{m+1-l})$.

Литература

1. ГОНЧАРОВ С.С., СВИРИДЕНКО Д.И. Σ-программирование // Логико-математические основы проблемы МОЗ. - Новосибирск,1985. - Вып. 107: Вычислительные системы. - С. 3-29.

2. ГЛУШКОВА В.Н. О некотором эффективно реализуемом классе Σ-формул //Тез. докл. Всесоюз. конф. по прикл. логике. -Новосибирск, 1988.

ЛОГИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ЗАДАЧ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ

Гулямов Ш.Б., Иркутск

При построении систем распознавания наряду с вероятностными признаками распознаваемых объектов полезны логические признаки. Логические системы распознавания для описания логических признаков используют язык исчисления высказываний.В таких системах логические связи выражаются через систему булевых уравнений, в которых переменными являются логические признаки распознаваемых объектов, а неизвестными - классы, которым эти объекты принадлежат [1,2]. При практическом использовании логических систем распознавания, как правило, количество признаков и классов велико: при решении булевых уравнений приходится рассматривать большие массивы из нулей и единиц.

Предлагается подход к решению задач распознавания методом автоматического синтеза теорем на основе решения логических уравнений в исчислении предикатов первого порядка в типово-кванторном варианте [3]. Для данных задач рассматриваются логические уравнения в смешанной дескриптивно-конструктивной семантике [4]. В этом подходе формализуются не только сами распознаваемые объекты (и их признаки, классы), а также окружающая среда для этих объектов: технические средства (датчики и т.д.), программные средства (программы, вычисляющие по одним признакам распознаваемого объекта другие признаки, программы распознавания образов, запросы в базу данных) и человек (в некоторых случаях он может легко отвечать на определенные вопросы). В рассматриваемой предметной области логические уравнения для синтеза теорем имеют вид: $\sum_{i=1}^{n} A_i \,\&\, X \to A_{n+1}$, где A_i, $i = \overline{1,n+1}$, - известные члены уравнения, удовлетворяющие некоторым условиям взаимной согласованности, X - неизвестная формула. Это уравнение является частным случаем уравнения, рассмотренного в [3]. Формулы $A_1, \ldots, A_n$ интерпретируются следующим образом:

а) Формулы, описывающие классы Ω_j распознаваемых объектов. Они утверждают о том, что если в распознаваемом объекте