

УДК 629.01

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ГЛИССЕРА

Г.А.Куриленко, В.К.Королев

Глиссирующий аппарат представляет собой один из вариантов транспортных средств (наряду с пневмоходами и т.п.), предназначенных для движения в условиях бездорожья (например, в тундре). Он должен преодолевать как водные пространства, так и быть в состоянии двигаться по болотам, снегу, льду, суше. Проектирование такого аппарата является довольно трудной задачей. Понятно, что численное моделирование должно сыграть существенную роль в процессе проектирования, особенно на этапе оптимизации, когда придется учитывать несколько различных групп критериев и ограничительных условий [1]. В настоящей работе делается первый шаг на пути решения этой большой задачи. Рассматривается движение глиссера в водной среде, при этом форма днища учитывается самым простым образом.

С точки зрения теоретической механики глиссер представляет собой твердое тело (систему жестко связанных между собой материальных точек), обладающее шестью степенями свободы. Его движение в пространстве описывается шестью зависящими от времени координатами: тремя линейными - $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ (положение некоторой фиксированной точки в неподвижной системе координат XYZ) и тремя угловыми - $\varphi(t)$, $\psi(t)$, $\chi(t)$ (повороты относительно осей координат X, Y, Z), начало которых расположено в выбранной фиксированной точке, и движущихся вместе с телом параллельно

но координатной системе XYZ). На рис.1а,б,в изображены три проекции положения глссера относительно системы координат $X_1Y_1Z_1$, начало которой связано с нижней точкой транца.

Функции $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$, $\varphi(t)$, $\psi(t)$, $\chi(t)$ должны удовлетворять некоторой системе дифференциальных уравнений второго порядка (динамической системе уравнений) и заданным начальным условиям. В общем виде система уравнений движения глссера может быть представлена в форме Рауса [1]:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + F_x - 1 \operatorname{tg} \varphi &= 0, \\ m\ddot{y} + F_y + 1 &= 0, \\ m\ddot{z} + F_z &= 0, \\ J_x\ddot{\varphi} + M_x &= 0, \\ J_y\ddot{\psi} + M_y &= 0, \\ J_z\ddot{\chi} + M_z &= 0, \\ \dot{x} \operatorname{tg} \varphi - \dot{y} &= 0. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь: m - масса глссера; F_x , F_y , F_z - проекции действующих сил на оси координат XYZ; J_x , J_y , J_z - моменты инерции глссера; M_x , M_y , M_z - моменты сил относительно осей X_1, Y_1, Z_1 .

Последнее уравнение выражает неголономную связь при движении глссера по твердой среде; при движении по воде эта связь отсутствует, формально в этом случае можно положить $1 = 0$.

Предполагается, что движение глссера начинается из состояния покоя, поэтому начальные значения всех его координат и их первых производных нулевые.

Численное решение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений (1) составляет основу для математического моделирования движения глссирующего аппарата. Главной трудностью такого моделирования на начальном этапе является адекватное представление выражений действующих сил F_x , F_y , F_z и моментов

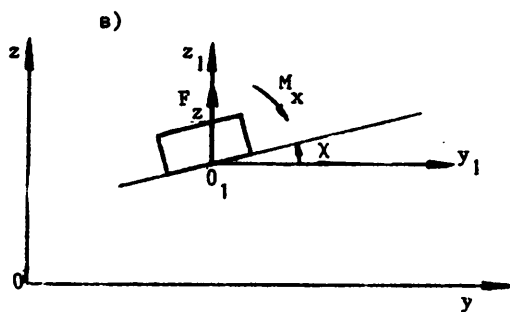
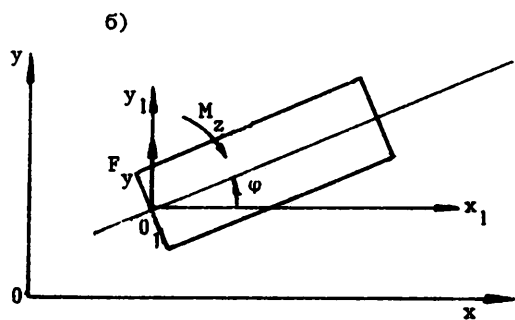
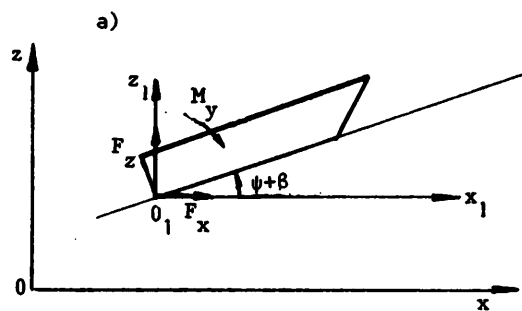


Рис.1.Проекции положения глissера на координатные плоскости

M_x, M_y, M_z через параметры глссера и среды, координаты и их производные. Очевидно, что, как и всякая другая модель, наша модель глссера описывает его движения лишь с некоторым приближением. На начальном этапе моделирования нам важно получить такое устойчивое численное решение системы (1), которое можно интерпретировать в физически допустимых рамках.

Поскольку в дальнейшем нам не раз придется сослаться на математическую модель движения глссера, имеет смысл выписать подробно выражения для действующих сил и моментов.

В первом уравнении

$$F_x = P_r \cdot \sin(\gamma + \varphi) \cdot \cos \theta + (P_a - T) \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta + P_{tr} \cdot \cos \varphi + \\ + P_p \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi + P_p \cdot \sin \chi \cdot \sin \varphi \cdot \cos \theta + P_d \cdot \sin \varphi + \\ + (P_{ck} + s_1 \cdot P_{vp}) \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi + (s_2 \cdot P_{y1} + s_3 \cdot P_{y2}) \cdot \sin \varphi.$$

Здесь:

P_r - сила, действующая на руль: $P_r = C_D \cdot F_p \cdot \sin \gamma \cdot \rho \cdot \dot{x}^2 / 2$,
 C_D - гидроаэродинамический коэффициент, F_p - площадь руля, γ - угол отклонения руля, ρ - удельная плотность воды;

$$\theta = \beta + \psi;$$

P_a - сила лобового давления воздуха: $P_a = C_D \cdot F_1 \cdot \rho' \cdot \dot{x}^2 / 2$,
 F_1 - "лобовая" площадь, ρ' - удельная плотность воздуха;

T - сила тяги двигателя: $T = \eta \cdot N / \dot{x}$, η - коэффициент тяги,
 N - мощность двигателя ($T = T_0$ при $t = 0$);

P_{tr} - сила трения по воде: $P_{tr} = (\xi + 0,25 \cdot 10^{-3}) \cdot \rho \cdot \Omega \cdot \dot{x}^2 / 2$,
 $\xi = \dot{x} \cdot 1 / \nu$; l - длина смоченного слоя, ν - кинематическая вязкость воды, $\Omega = l \cdot V / (\cos \beta \cdot \cos \beta_1)$, V - ширина днища, β - угол глссирования, β_1 - угол килеватости;

P_p - подъемная сила: $P_p = K \cdot \rho \cdot l \cdot \beta \cdot V \cdot \dot{x}^2 / 2$, $K = K(F_r)$, F_r - число Фруда: $F_r = \dot{x} / \sqrt{9,8 \cdot l / 2}$; $K = 20 - 19 \cdot F_r$, если $F_r \leq 1$; $K = 1,07 \cdot F_r - 0,07$, если $1 \leq F_r \leq 3$; $K = 3,14$, если $3 \leq F_r$;

P_d - сила бокового давления ветра: $P_d = C_{D1} \cdot F_d \cdot \rho' \cdot V_1^2 / 2$,
 C_{D1} - гидроаэродинамический коэффициент, F_d - "боковая" площадь, V_1 - скорость ветра;

$P_{ck} (P_{vp})$ - сила противодействия воды (воздуха) вертикальным перемещениям: $P_{ck} = C_{D2} \cdot F_{p1} \cdot \rho \cdot \dot{z}^2 / 2$, $P_{vp} = C_{D2} \cdot F_{p1} \cdot \rho' \cdot \dot{z}^2 / 2$, C_{D2} , F_{p1} - соответственно гидроаэродинамический коэффициент и площадь;

P_{y1} и P_{y2} - силы сопротивления воды соответственно боковому и поворотному движениям: $P_{y1} = k_1 \cdot (z_n - z) \cdot \dot{y}^2$, $P_{y2} = k_2 \cdot (z_n - z) \cdot \dot{\phi}^2$, k_1 и k_2 - коэффициенты, z_n - начальное погружение: $z_n = 9,8 \cdot m / (S_{dn} \cdot \gamma_1)$, S_{dn} - площадь днища, γ_1 - удельный вес воды.

Коэффициенты s_1 , s_2 и s_3 имеют следующий смысл: $s_1 = 1$, если $\dot{z} \leq 0$, иначе $s_1 = -1$; $s_2 = 1$, если $\phi \cdot \dot{y} < 0$, иначе $s_2 = -1$, $s_3 = 1$, если $\phi \cdot \dot{\phi} < 0$, иначе $s_3 = -1$.

Во втором уравнении

$$F_y = -P_r \cdot \cos(\gamma + \phi) \cdot \cos \theta + (P_a - T) \cdot \sin \phi \cdot \cos \theta + P_{tr} \cdot \sin \phi + \\ + P_p \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi - P_p \cdot \cos \theta \cdot \sin \chi \cdot \cos \phi - P_d \cdot \cos \phi + (P_{ck} + \\ + s_1 \cdot P_{vp}) \cdot \sin \theta \cdot \sin \phi + (s_4 \cdot P_{y1} + s_5 \cdot P_{y2}) \cdot \cos \phi.$$

Коэффициенты s_4 и s_5 : $s_4 = 1$, если $\dot{y} \geq 0$, иначе $s_4 = -1$; $s_5 = 1$, если $\dot{\phi} \geq 0$, иначе $s_5 = -1$.

В третьем уравнении

$$F_z = -(P_a - T) \cdot \sin \theta - P_p \cdot \cos \theta \cdot \cos \chi - \\ - (P_{ck} + s_1 \cdot P_{vp}) \cdot \cos \theta + P_t - P_{vyt}.$$

Здесь:

P_t - вес глissера;

P_{vyt} - выталкивающая сила: $P_{vyt} = k_3 \cdot \gamma_1 \cdot (z_n - z) + k_4 \cdot \gamma_1 \cdot \theta$.

Отметим, что именно при вычислении начального погружения z_n и выталкивающей силы допущено наибольшее упрощение при моделировании, так как днище берется в виде прямоугольного парал-

лелипипеда. В дальнейшем максимальное внимание будет уделено учету реальной формы днища и ее оптимизации из условия минимального сопротивления при движении по разным средам.

В четвертом уравнении:

$$M_x = M_{bt} + s_6 \cdot M_{ck} - P_d \cdot h_m \cdot \cos(0,306 \cdot \pi - \chi).$$

Здесь: M_{bt} - восстанавливающий момент: $M_{bt} = L \cdot \gamma_1 \cdot R^3 \cdot \chi / 3$,
L и R - длины;

M_{ck} - момент сопротивления боковым колебаниям: $M_{ck} = k_5 \cdot C_{D3} \cdot L \cdot \rho \cdot R^4 \cdot \dot{\chi}^2$, C_{D3} - гидроаэродинамический коэффициент;

h_m - плечо силы ветра.

Коэффициент $s_6 = 1$, если $\dot{\chi} \geq 0$, иначе $s_6 = -1$.

В пятом уравнении:

$$M_y = -M_k \cdot \cos \varphi + (T - P_a / 2) \cdot H_1 \cdot \cos \varphi \cdot \cos \chi + \\ + (P_t \cdot l_t - P_{vyt} \cdot l_1) \cdot \cos \varphi - P_p \cdot l_b \cdot \cos \theta \cdot \cos \chi \cdot \cos \varphi - \\ - (P_{ck} + s_1 \cdot P_{vp}) \cdot l_d \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi.$$

Здесь:

M_k - момент сопротивления качанию: $M_k = C_D \cdot B \cdot \rho \cdot \dot{\psi}^2 \cdot l^4 / 8$;

H_1 , l_t , l_1 , l_b , l_d - плечи соответствующих сил;

В шестом уравнении:

$$M_z = P_r \cdot a + M_b + s_4 \cdot M_{b1} + s_5 \cdot M_{b2} - P_d \cdot l_d \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta - \\ - P_p \cdot l_b \cdot \sin \chi \cdot \cos \theta + (T - P_a / 2) \cdot H_1 \cdot \cos \theta \cdot \sin \chi.$$

Здесь:

a - плечо силы P_r ;

M_b - момент силы сопротивления верчению;

$$M_b = \rho \cdot B \cdot \dot{\psi}^2 \cdot [k_6 \cdot l^3 + k_7 \cdot l^{2,86} / (k_8 \cdot B \cdot \dot{\psi})^{0,14}];$$

$$M_{b1} = k_9 \cdot P_{y1};$$

$$M_{b2} = k_9 \cdot P_{y2}.$$

В системе, описывающей движение глissера, имеет место и управление: поскольку на глissер действует сила ветра (выбран вариант максимального бокового смещения - направление ветра - вдоль оси OY), смещающая и разворачивающая глissер вокруг оси OZ , приходится изменять угол положения руля γ . В данном случае не идет речь о каком-либо оптимальном управлении: вполне достаточно иметь такое управление, которое обеспечило бы движение глissера, близкое к прямолинейному. Экспериментально подобрано такое значение $\Delta\gamma$, что при превышении углом φ некоторого значения $\Delta\varphi$ значение γ заменяется на $-\Delta\gamma$.

Таким образом, мы имеем задачу Коши для системы из шести дифференциальных уравнений второго порядка и естественных (нулевых) начальных условий. Для численного решения этой задачи выбран один из наиболее отработанных методов - метод Рунге-Кутты четвертого порядка с постоянным шагом. Практика его применения к нашей задаче показала, что на данном этапе работы не возникает необходимости в его замене каким-либо другим методом. Интегрирование ведется с двойной точностью, и время счета пока не является определяющим или сдерживающим фактором. Возможно, на этапе оптимизации, когда придется выполнять большое число таких интегрирований, потребуются более эффективный численный метод.

На рис.2 в качестве иллюстрации приведены интегральные кривые системы дифференциальных уравнений (1), построенные с помощью специально разработанной программы, позволяющей выводить на цветной экран или черно-белый принтер до шести функциональных зависимостей одновременно. При построении графиков масштабы определяются автоматически, исходя из минимального и максимального значений функции на данном отрезке. Здесь $0 \leq x \leq 47,956$; $0 \leq y \leq 7,384$; $-0,052 \leq z \leq 0,160$; $-0,121 \leq \varphi \leq 0,013$; $-0,117 \leq \psi \leq 0$; $0 \leq \chi \leq 0,044$. Аналогично координатам можно

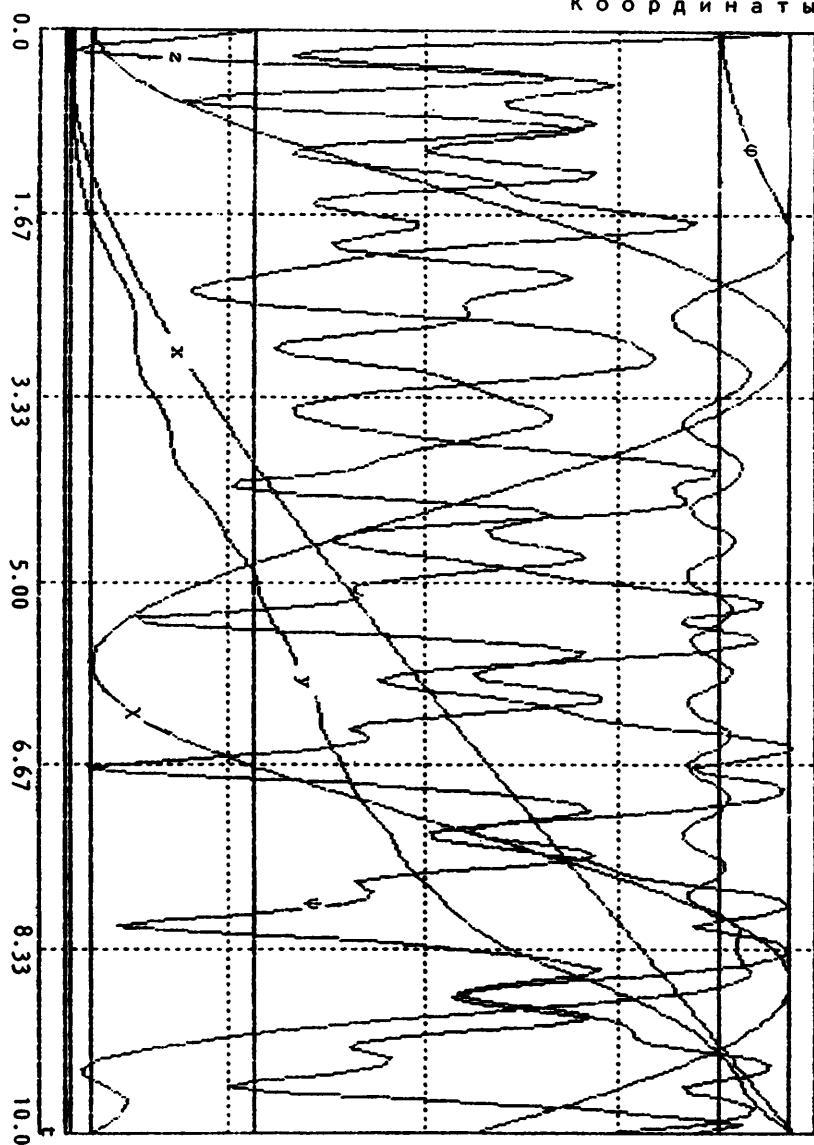


Рис. 2. Интегральные кривые системы дифференциальных уравнений

выводить графики других функций: первых и вторых производных координат, сил, моментов и т.д.

Работа с программами, реализующими моделирование движения глissирующего аппарата, организована через сервисную программу ("оболочку"), позволяющую вести диалог с компьютером, во-первых, оперативно, а во-вторых, без использования знания самих программ, их взаимодействия, файлов исходных данных и результатов и т.п., не говоря уже об элементах дизайна, присутствующих при работе с программами через "оболочку".

Используя решение задачи Коши для системы (1), в дальнейшем предполагается перейти к задаче расчета на прочность и устойчивость корпуса глissера. Связь между этими двумя задачами осуществляется через силы инерции, входящие в выражения для внутренних силовых факторов. Совместное решение этих задач позволяет провести комплексную оптимизацию глissирующего аппарата - минимизировать его вес и себестоимость при достаточной надежности и несущей способности.

Л и т е р а т у р а

1. МИГИРЕНКО Г.С. Математические модели, подобие и оптимизация БТТС //Бездорожные транспортно-технические средства. - Новосибирск, 1988. - С. 7-25 (Сб. научн. тр. Ин-т теплофизики СО АН СССР).

Поступила в редакцию
11 ноября 1994 года