ИЗМЕРЕНИЕ И МОДЕЛИ КОГНИТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ
(Вычислительные системы)
1998 год Выпуск 162

УДК 519.766.2

СИНТАКСИЧЕСКАЯ БЛИЗОСТЬ ПРЕДЛОЖЕНИЙ ЯЗЫКА ПЕРВОГО ПОРЯДКА[1]

Д.Е.Пальчунов

Введение

При попытке формализации естественного языка и рассуждений, проводимых на естественном языке, мы сталкиваемся с рядом проблем. Они связаны с тем, что формальный язык, которым мы оперируем, — язык исчисления предикатов первого порядка — не полностью и не точно отражает свойства нашего естественного языка.

В частности, предложения логики предикатов первого порядка рассматриваются, в первую очередь, с точки зрения их истинности. Например, все тождественно истинные (или, что то же самое, доказуемые) предложения эквивалентны и, значит, неразличимы. Если к произвольному предложению добавить тождественно истинное (т.е. взять конъюнкцию первого и второго), то, с точки зрения логики первого порядка, исходное предложение не изменится. Таким образом, совершенно не важно, *о чем* говорит данное предложение, важно только *его значение истинности*.

[1]Работа выполнена при поддержке гранта **РФФИ**, № 96-06-80970.

Иначе дело обстоит в рассуждениях, проводимых на естественном языке. Здесь зачастую гораздо более важно то, *о чем* мы говорим, чем то, насколько это *истинно*. Когда мы встречаемся с некоторым утверждением, то сначала мы для себя решаем, насколько оно *интересно*, а уж затем, при положительном ответе на первый вопрос, задаемся следующим вопросом — насколько это предложение *истинно*.

Эта проблема встает в явном виде и когда мы рассматриваем частный случай рассуждений на естественном языке — немонотонные рассуждения. Рассмотрим классический пример немонотонных рассуждений. Известно, во-первых, что все птицы умеют летать, и, во-вторых, что Твити — птица. Отсюда мы делаем вывод, что Твити умеет летать. Однако далее мы узнаем, что Твити — страус и делаем вывод, что Твити летать не умеет.

На этот пример можно посмотреть несколько иначе, чем это обычно делается при изложении немонотонной логики. Здесь мы видим, что истинность утверждения "все птицы умеют летать" зависит от контекста, в котором мы его рассматриваем. Если мы говорим и о страусах тоже, то это утверждение становится неверным. Таким образом возникает любопытная ситуация — если взять конъюнкцию истинного утверждения "все птицы умеют летать" и тождественно истинного утверждения "страус=страус", то мы получим ложное утверждение (действительно, если мы говорим о страусах, или, по крайней мере, допускаем возможность их рассмотрения, то утверждение "все птицы умеют летать" является ложным).

Таким образом, истинность предложения естественного языка зависит не только от того, *что* он говорит, но и от того, *о чем* оно говорит. То, о чем говорит данное предложение, — это набор сигнатурных символов, которые оно содержит. Сигнатурные символы обозначают понятия, о которых идет речь. Интересно нам данное предложение или нет, определяется понятиями, которые упоминаются в этом предложении. Более того, истинность отдельных частей утверждения (его подформул) зависит от контекста, в котором оно рассматривается, — набора понятий, входящих в данное предложение, т.е. сигнатуры предложения.

В работе исследуется возможность формализации немонотонных рассуждений в теоретико-модельных терминах, в частности, средствами логики предикатов первого порядка. На языке алгебр Линденбаума-Тарского дается классификация различных подходов к описанию немонотонной логики, в частности, анализируется подход к описанию немонотонной логики, предложенный Мареком, Нероудом и Реммелом.

Как обобщение метода ГАБЕК рассматривается синтаксическая сеть, порождаемая теорией первого порядка. Вводится понятие синтаксической близости предложений исчисления предикатов. Рассматривается возможность представления теории первого порядка, описывающей эмпирическую предметную область, как объединение нескольких теорий, описывающих отдельные части этой предметной области. На языке иерархии возможных контекстов, предлагается новый подход к формализации немонотонных рассуждений, проводимых в контексте принимаемой по умолчанию теории T.

Исследуются условия, при которых теория исчисления предикатов первого порядка разбивается на две теории строго меньших сигнатур. Формулируется серия теоретико-модельных проблем, связанных с возможностью такого разбиения.

§ 1. Представление немонотонных логик на языке алгебр Линденбаума-Тарского

В обычной логике (классической или неклассической), если из множества предложений Γ выводима формула φ, то из любого большего множества предложений $\Gamma' \supseteq \Gamma$ формула φ также выводима. Таким образом, новые знания не отменяют выводов, сделанных ранее из меньшего количества информации. Формально это свойство можно записать так: *если* $\Gamma \subseteq \Gamma'$, *то* $\{\varphi | \Gamma \vdash \varphi\} \subseteq \{\varphi | \Gamma' \vdash \varphi\}$. Поэтому такое свойство обычной логики называется *монотонностью*, а логики, которые этому свойству не удовлетворяют, называются *немонотонными*.

Очевидно, что рассуждения, используемые нами в обыденной жизни, далеко не всегда монотонны. Это связано с тем, что делая определенные выводы мы основываемся не только на сведениях, которые сформулированы *явно*, но и на предположениях, которые неявно *подразумеваются*. Если впоследствии выясняется, что наши неявные предположения на самом деле являются неверными, то мы вынуждены пересматривать все выводы. сделанные на основе этих предположений.

Немонотонные рассуждения и возможность их формализации исследовались многими авторами [1–12,19,20]. В частности, это теория веры Хинтики [1], система поддержки истины Дойля [3], логика умолчаний Райтера [4], теория индивидуального знания Хальперна и Мозеса [5], автоэпистемическая логика Мура [6], очерчивание [8] и др.

Общий подход к описанию немонотонной логики попытались найти Марек, Нероуд и Реммел [11, 12, см. также 19, 20]. Мы не будем давать всех определений, приведем только основную идею.

Вывод в этой логике подобен выводу в классической логике, только вместо обычных правил вывода используются *немонотонные правила вывода*. Немонотонное правило вывода представляется в виде $\dfrac{\alpha_1,\ldots,\alpha_n;\ \beta_1,\ldots,\beta_m}{\varphi}$.

Смысл его состоит в следующем: если доказаны все предложения $\alpha_1,\ldots,\alpha_n$ и не доказано ни одно из предложений $\beta_1,\ldots,\beta_m$, то, мы можем применить это правило и вывести φ. Однако, если в дальнейшем мы выведем какое-либо из предложений $\beta_1,\ldots,\beta_m$, то данное применение этого правила окажется неправомерным. Таким образом, при приобретении новых знаний мы обязаны пересматривать выводы, сделанные ранее. Предложения

$\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ называются предпосылками немонотонного правила вывода, предложения $\beta_1, \ldots, \beta_m$ — ограничениями, а предложение φ — следствием.

При такой формализации немонотонная логика представляет из себя множество немонотонных правил вывода (обычное, монотонное, правило вывода является частным случаем немонотонного — если множество ограничений $\beta_1, \ldots, \beta_m$ пусто). Множество предложений Γ называется дедуктивно замкнутым, если оно содержит следствие φ любого правила, которое можно применить к Γ (т.е. такого правила, у которого все предложения $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ содержатся в Γ и никакое из предложений $\beta_1, \ldots, \beta_m$ не содержится в Γ).

Дедуктивно замкнутое множество предложений Γ' называется *расширением* множества предложений Γ, если $\Gamma \supseteq \Gamma'$, и любое предложение, содержащееся в Γ', можно вывести из Γ, используя только такие правила вывода, ограничения которых не содержатся в Γ'. Таким образом, расширение — это максимальное (но не обязательно наибольшее!) множество предложений, которое мы можем вывести из данного. Поэтому, цель немонотонного вывода — найти расширение, если оно существует, множества предложений, описывающих наши знания на настоящий момент.

Центральные проблемы, которые возникают здесь — это проблема существования и проблема единственности расширения [19, 20]. Методологический вопрос: что делать, когда расширение не существует и какое из возможных расширений выбирать, если оно не единственно?

Рассмотрим теперь проблему немонотонности рассуждений на языке алгебр Линденбаума–Тарского.

Напомним некоторые определения. Множество предложений сигнатуры σ обозначим через $S(\sigma)$. Множество T предложений исчисления предикатов сигнатуры σ называется теорией (сигнатуры σ), если оно дедуктивно замкнуто, т.е. содержит все выводимые из него предложения сигнатуры σ: если $\varphi \in S(\sigma)$ и $T \vdash \varphi$, то $\varphi \in T$. Пусть дана теория T сигнатуры σ. На множестве $S(\sigma)$ всех предложений сигнатуры σ определим отношение эквивалентности $\sim_T$: если $T \vdash (\varphi \equiv \psi)$, то $\varphi \sim_T \psi$. Каждое предложение $\varphi \in S(\sigma)$ определяет класс эквивалентности $[\varphi]_T = \{\psi|\varphi \sim_T \psi\}$. Множество предложений $S(\sigma)$ разбивается на классы эквивалентности $\{[\varphi]_T|\varphi \in S(\sigma)\}$. Обозначим через $\mathcal{L}(T)$ булеву алгебру $< \{[\varphi]_T|\varphi \in S(\sigma)\}, \vee, \&, \neg, True, False >$, где логические операции определяются на представителях классов эквивалентности: $[\varphi]_T \& [\psi]_T = [\varphi \& \psi]_T$ и т.д. Булева алгебра $\mathcal{L}(T)$ называется *алгеброй Линденбаума-Тарского теории* T.

В дальнейшем, зафиксировав некоторую сигнатуру σ и некоторую теорию этой сигнатуры, под предложением будем понимать предложение сигнатуры σ и будем отождествлять предложение φ с классом эквивалентности $[\varphi]_T$. Если T — множество тождественно истинных предложений сигнатуры σ, т.е. $T = \{\varphi| \vdash \varphi\}$, то вместо $\mathcal{L}(T)$ будем писать $\mathcal{L}(\sigma)$ или просто $\mathcal{L}$. Булева алгебра $\mathcal{L}(\sigma)$ называется алгеброй Линденбаума-Тарского сигнатуры σ.

Сформулируем проблему немонотонного вывода более общим образом, как проблему избавления от противоречий (или разрешения противоречий). Допустим, мы зафиксировали некоторую сигнатуру σ и пусть $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\sigma)$ — алгебра Линденбаума-Тарского этой сигнатуры.

Проблема 1. Пусть множество $\Gamma \subseteq S(\sigma)$ (или $\Gamma \subseteq \mathcal{L}(\sigma)$, что то же самое, в силу нашего отождествления формул φ со смежными классами $[\varphi]_T$). Теории, аксиоматизируемой множеством предложений Γ, соответствует фильтр $F(\Gamma)$ булевой алгебры $\mathcal{L}$, порожденный множеством Γ : $F(\Gamma) = \{a \in |\mathcal{L}| \,|a \geq b_1 \cap \ldots \cap b_k,\ b_i \in \Gamma\}$. Проблема возникает, если фильтр $F(\Gamma)$ совпадает со всей алгеброй $\mathcal{L}$, т.е., если множество предложений Γ противоречиво.

В этом случае, единственное, что мы можем сделать, чтобы избежать противоречия, это выбрать подмножество $\Gamma_0 \subseteq \Gamma$, для которого $F(\Gamma_0) \neq |\mathcal{L}|$. При этом желательно выбрать *максимальное* подмножество Γ_0, причем само понятие максимальности можно определять различным образом. Однако, если множество Γ не имеет дополнительной внутренней структуры, то *максимальность* подмножества Γ_0 естественно понимать только двумя способами:

а) подмножество $\Gamma_0 \subseteq \Gamma$ максимально (по включению или по количеству содержащихся в нем элементов, если оно конечно);

б) фильтр $F(\Gamma_0)$ максимален (по включению, во множестве всех собственных, т.е. отличных от $|\mathcal{L}|$, фильтров алгебры $\mathcal{L}$ или во множестве собственных фильтров $F(\Gamma')$ для различных $\Gamma' \subseteq \Gamma$).

Немонотонность здесь возникает, если полученное максимальное подмножество Γ_0 считать множеством следствий множества предложений Γ (если множество Γ непротиворечиво, то, очевидно, $\Gamma_0 = \Gamma$). Например, если к непротиворечивому множеству Γ добавить набор предложений, делающих его противоречивым, т.е. $\Gamma \subseteq \Gamma'$ и множество Γ' противоречиво, то может оказаться, что $\Gamma_0 = \Gamma \not\subseteq \Gamma'_0$, т.е. то, что было следствием Γ, не будет следствием $\Gamma' \supseteq \Gamma$.

Другой пример возможен если $\Gamma \subseteq \Gamma'$ и оба множества Γ и Γ'_0 противоречивы. Очевидно, что при любом определении максимальности совершенно не обязательно множество Γ_0 будет содержаться во множестве Γ'_0.

Заметим, что мы сознательно понятие *следствия* заменяем понятием *множества следствий*. С нашей точки зрения, одно из главных отличий монотонного вывода от немонотонного состоит в следующем. В монотонном случае выводимость предложения из множества предложений определяется изолированно, вне зависимости от того, какие еще предложения доказываются. В случае же немонотонного следования, выводимость одного предложения зависит от других, в контексте которых рассматривается данное предложение. По существу, при немонотонном рассуждении выводится не отдельное предложение, а вся ситуация в целом. Прекрасной иллюстрацией этого является приведенное выше понятие расширения в немонотонной логике.

Как мы видим, в том случае, когда множество предложений Γ не имеет дополнительной внутренней структуры, критерий выбора множества следствий из Γ достаточно тривиален. Этот случай мало интересен еще и потому, что он не отражает интуиции, стоящей за явлением немонотонности рассуждений.

Множество предложений $\Gamma \subseteq S(\sigma)$ будет содержать внутреннюю структуру, если Γ является объединением n различных множеств предложений, каждое из которых имеет самостоятельный смысл и значение: $\Gamma = \Gamma_1 \cup \ldots \cup \Gamma_n$. Рассмотрим сначала самый простой случай, когда $n = 2$.

Проблема 2. Пусть множество $\Gamma \subseteq S(\sigma)$ является объединением двух множеств предложений Γ' и Γ'', каждое из которых имеет свой собственный смысл. Допустим, что множество Γ противоречиво, т.е. $F(\Gamma' \cup \Gamma'') = |\mathcal{L}|$. Проблема опять состоит в том, чтобы выбрать максимальное подмножество $\Gamma_0 \subseteq \Gamma$, для которого $F(\Gamma_0) \neq |\mathcal{L}|$. Однако, теперь мы имеем значительно больше вариантов для определения *максимальности* подмножества Γ_0. Обозначим $\Gamma_0' = \Gamma_0 \cap \Gamma_0'$ и $\Gamma_0'' = \Gamma_0 \cap \Gamma''$. Имеем:

a_1) подмножество $\Gamma_0 \subseteq \Gamma$ максимально (по включению или по количеству содержащихся в нем элементов, если оно конечно);

a_2) подмножество $\Gamma_0' \subseteq \Gamma'$ максимально (по включению или по количеству содержащихся в нем элементов, если оно конечно) среди непротиворечивых подмножеств множества предложений Γ'; для данного фиксированного множества Γ_0' подмножество $\Gamma_0'' \subseteq \Gamma''$ максимально (в том же самом смысле) среди таких подмножеств множества Γ'', для которых множество предложений $\Gamma_0' \cup \Gamma_0''$ непротиворечиво;

a_3) подмножество $\Gamma_0'' \subseteq \Gamma''$ максимально среди непротиворечивых подмножеств множества предложений Γ''; для данного фиксированного множества Γ_0'' подмножество $\Gamma_0' \subseteq \Gamma'$ максимально среди таких подмножеств множества Γ', для которых множество предложений $\Gamma_0' \cup \Gamma_0''$ непротиворечиво;

$б_1$) фильтр $F(\Gamma_0)$ максимален (по включению, во множестве всех собственных фильтров алгебры $\mathcal{L}$ или во множестве собственных фильтров $F(\Gamma')$ для различных $\Gamma' \subseteq \Gamma$);

$б_2$) фильтр $F(\Gamma'_0)$ максимален (по включению, во множестве всех собственных фильтров алгебры $\mathcal{L}$ или во множестве собственных фильтров $F(\Gamma')$ для различных $\Gamma' \subseteq \Gamma'$); для данного фиксированного множества Γ'_0 подмножество $\Gamma''_0 \subseteq \Gamma''$ максимально в одном из следующих двух смыслов:

$б_{21}$) фильтр $F(\Gamma''_0$ максимален,

$б_{22}$) фильтр $F(\Gamma'_0 \cup \Gamma''_0)$ максимален,

среди таких подмножеств множества Γ'', для которых множество предложений $\Gamma'_0 \cup \Gamma''_0$ непротиворечиво;

$б_3$) фильтр $F(\Gamma''_0)$ максимален; для данного фиксированного множества Γ''_0 подмножество $\Gamma'_0 \subseteq \Gamma'$ таково, что

$б_{31}$) фильтр $F(\Gamma''_0)$ максимален,

$б_{32}$) фильтр $F(\Gamma_0 \cup \Gamma''_0)$ максимален,

среди таких подмножеств множества Γ', для которых множество предложений $\Gamma'_0 \cup \Gamma''_0$ непротиворечиво.

На самом деле получается еще больше вариантов, поскольку множество Γ'_0 мы можем выбирать по одному из п."а", а множество Γ''_0 — по одному из п."б", или наоборот.

Какой конкретно из предложенных выше вариантов будет выбран, зависит от наших целей, т.е. от смысла, который мы вкладываем в множества Γ' и Γ''. При каждом из этих вариантов выбора множества следствий (т.е. максимального подмножества) мы соответственно получим свой вариант немонотонного вывода.

Приведенной выше формализации немонотонной логики, предложенной Мареком, Нероудом и Реммелом [11, 12], достаточно хорошо соответствует следующему утверждению.

Проблема 3. Пусть имеются два множества предложений T и Γ, $T, \Gamma \subseteq S(\sigma)$. Будем считать, что T — это знания, сформулированные явно, а Γ — предположения, принимаемые по умолчанию. Тогда естественно предположить, что множество предложений T непротиворечиво, а Γ может быть и противоречивым. Для удобства можно предполагать (хотя это совсем не обязательно) что T — это теория.

Допустим, что множество $T \cup \Gamma$ противоречиво, т.е. $F(T \cup \Gamma) = |\mathcal{L}|$. Если мы уверены в наших знаниях T, т.е. считаем множество предложений T заведомо истинным, то проблема выбора подмножества $\Gamma'_0 \subseteq \Gamma' = T \cup \Gamma$ несколько меняется. Поскольку тогда множество предложений T должно содержаться во множестве Γ'_0, то $\Gamma'_0 = T \cup \Gamma_0$, где $\Gamma_0 = \Gamma'_0 \cap \Gamma$. Поэтому проблема сводится к отысканию максимального подмножества $\Gamma_0 \subseteq \Gamma$, для которого множество $\Gamma_0 \cup T$ непротиворечиво. Максимальность здесь естественно понимать одним из следующих способов:

а) подмножество $\Gamma_0 \subseteq \Gamma$ максимально (по включению или по количеству содержащихся в нем элементов, если оно конечно);

б$_1$) фильтр $F(\Gamma_0)$ максимален (по включению, во множестве всех собственных фильтров алгебры $\mathcal{L}$ или во множестве собственных фильтров $F(\Gamma')$ для различных $\Gamma' \subseteq \Gamma$);

б$_2$) фильтр $F(T \cup \Gamma_0)$ максимален (в том же самом смысле).

Понятию *расширения немонотонной системы* соответствует способ "б$_2$", причем в нем множество Γ_0 выбирается так, что фильтр $F(T \cup \Gamma_0)$ максимален во множестве собственных фильтров $F(T \cup \Gamma')$ для различных $\Gamma' \subseteq \Gamma$. Соответствие здесь понимается не в строгом формальном математическом смысле, а как соответствие интуиции, которая стоит за этими конструкциями.

Поясним, как от формализации немонотонной логики Марека, Нероуда и Реммела перейти к постановке, подобной проблеме 3. Пусть U — множество немонотонных правил вывода, а T — множество предложений, для которого требуется найти расширение. Без ограничения общности можно считать, что T — теория.

Рассмотрим немонотонное правило вывода

$$r = \frac{\alpha_1, \ldots, \alpha_n;\ \beta_1, \ldots, \beta_m}{\varphi}.$$

Поставим ему в соответствие предложение

$$\psi(r) = ((\neg\beta_1 \& \ldots \& \neg\beta_m) \& ((\alpha_1 \& \ldots \& \alpha_n) \to \varphi))$$

и пару предложений

$$p(r) = < \varphi_1(r), \varphi_2(r) > =$$

$$= < (\neg\beta_1 \& \ldots \& \neg\beta_m), ((\alpha_1 \& \ldots \& \alpha_n) \to \varphi) > .$$

Вариант 1. Положим $\Gamma = \{\psi(r) | r \in U\}$. Найдем (как в п."$б_2$" проблемы 3) такое множество Γ_0, что фильтр $F(T \cup \Gamma_0)$ максимален во множестве собственных фильтров $F(T \cup \Gamma')$ для различных $\Gamma' \subseteq \Gamma$. Множеством следствий теории T будем считать множество предложений $F(T \cup \cup \Gamma_0)$. Это множество в общем случае не обязательно будет совпадать с расширением множества предложений T. Однако, как мы покажем ниже, оно более соответствует нашей интуиции, стоящей за формализацией немонотонных рассуждений. Заметим, что вариант 1 является частным случаем п."$б_2$" проблемы 3.

Вариант 2. Положим $\Gamma = \{\psi_2(r) | r \in U,\ p(r) = = < \psi_1(r), \psi_2(r) > \}$. Множество Γ_0, будем искать подобно п."$б_2$" проблемы 3, но с некоторым дополнительным условием. Найдем множество Γ_0, для которого фильтр $F(T \cup \Gamma_0)$ максимален во множестве таких собственных фильтров $F(T \cup \Gamma')$ для различных $\Gamma' \subseteq \Gamma$, что если $\psi \in \Gamma_0$, $\psi = \psi_2(r)$ и $r \in \Gamma$, то существует $r_1 \in \Gamma$ такое, что $\psi = \psi_2(r_1)$ и множество предложений $F(T \cup \Gamma_0) \cup \{\psi_1(r_1)\}$ непротиворечиво.

В таком варианте множество $F(T \cup \Gamma_0)$ ближе к расширению множества T, но с нашей точки зрения вариант 2 менее методологически оправдан.

Проанализируем, в чем же различие между понятиями расширения немонотонной системы и множества следствий в вариантах 1 и 2. Для этого вспомним смысл немонотонного правила вывода

$$r = \frac{\alpha_1, \ldots, \alpha_n;\ \beta_1, \ldots, \beta_m}{\varphi}.$$

Оно означает, что если нами доказаны (истинны) $\alpha_1, \ldots$ $\ldots, \alpha_n$ и не доказаны $\beta_1, \ldots, \beta_n$, то мы делаем вывод φ. Таким образом, ложность утверждений $\beta_1, \ldots, \beta_m$ мы предполагаем по умолчанию, если нам не известно противное.

Мы можем переформулировать правило r иначе: если нет противоречия с ложностью утверждений $\beta_1, \ldots, \beta_m$, то из предложений $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ мы можем вывести предложение φ. Если мы теперь несколько изменим правило вывода r, в духе теоремы о дедукции (но уже неэквивалентным образом), то получим (тоже немонотонное) правило вывода r': если нет противоречия с ложностью утверждений $\beta_1, \ldots, \beta_m$, то мы считаем верным предложение $((\alpha_1 \& \ldots \& \alpha_n) \to \varphi)$. Такое правило является частным случаем немонотонного правила вывода (когда множество $\{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\} = \emptyset$, т.е. когда $n = 0$). С другой стороны, это в точности является формулировкой варианта 2.

Таким образом, разница между понятием расширения немонотонной системы и понятием множества следствий в варианте 2 состоит в отказе от теоремы о дедукции, что, с нашей точки зрения, методологически мало оправдано.

Рассмотрим теперь, в чем состоит разница между вариантами 1 и 2, и почему вариант 1, т.е. частный случай п."$б_2$" проблемы 3, является более методологически оправданным, чем вариант 2.

Заметим, что когда мы используем немонотонное правило вывода r, мы по умолчанию считаем ложными все предложения $\beta_1, \ldots, \beta_m$, т.е. считаем истинными их отрицания $\neg\beta_1, \ldots, \neg\beta_m$. В варианте 1, если мы используем правило r, то мы добавляем в явном виде предложения $\neg\beta_1, \ldots, \neg\beta_m$, истинность которых предполагалась по умолчанию и использовалась при получении предложения $((\alpha_1 \& \ldots \& \alpha_n) \to \varphi)$. В варианте 2 мы добавляем только предложение $((\alpha_1 \& \ldots \& \alpha_n) \to \varphi)$, а про использовавшиеся по умолчанию утверждения $\neg\beta_1, \ldots, \neg\beta_m$ мы "забываем".

Здесь следует отметить два важных момента.

1. В варианте 2 (как и при получении расширения немонотонной системы) утверждения, которые мы используем по умолчанию, могут противоречить друг другу. Например, пусть ни предложение β, ни его отрицание $\neg\beta$ не доказаны. Тогда мы можем одновременно использовать и немонотонное правило r_1, в котором ограничением является предложение β, и правило r_1, в котором ограничением является $\neg\beta$. Таким образом, при доказательстве (в конечном счете) одного предложения, мы в одном случае считаем по умолчанию истинным $\neg\beta$, а в другом случае — истинным β.

2. Допустим, что (в варианте 2 или при получении расширения немонотонной системы) мы применили немонотонное правило вывода r. Допустим уже были доказаны предложения $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ и не было доказано ни одно из предложений $\beta_1, \ldots, \beta_m$. В результате применения правила r мы выводим следствие этого правила φ, по умолчанию считая истинными предложения $\neg\beta_1, \ldots, \neg\beta_m$. Однако, предложение φ мы добавляем к тому, что мы считаем "истинным", а предложения $\neg\beta_1, \ldots, \neg\beta_m$ не добавляем, считая, следовательно, их "менее истинными", чем φ. Вопрос: почему то, что получено в результате вывода мы должны считать "более истинным", чем то, что в этом выводе использовалось?

Мы видим, таким образом, что получение множества следствий с помощью варианта 1 является более методологически оправданным, чем с помощью варианта 2. В варианте 1 предположения, используемые по умолчанию при получении множества следствий теории T, образуют внутренне непротиворечивый контекст, которому не противоречит и сама теория T.

Перейдем, наконец, еще к одной проблеме. Когда мы рассматриваем контекст, состоящий из подразумеваемых по умолчанию предложений, мы можем заметить, что он не является однородным, неструктурированным множеством предложений. В реальных рассуждениях мы имеем не один контекст, а иерархию различных контекстов, соответствующих различным ситуациям. Таким образом, мы имеем дело не с одним контекстом — множеством Γ предложений, подразумеваемых по умолчанию, а с множеством $\mathbf{\Gamma}$ таких множеств, упорядоченным по включению: $\mathbf{\Gamma} =< \{\Gamma | \Gamma$— возможный контекст$\}, \subseteq>$.

Сформулируем теперь в этих терминах общую проблему отыскания множества следствий теории T в данной системе контекстов, формализующую понятие немонотонного рассуждения.

Проблема. Пусть имеется множество предложений $T \subseteq S(\sigma)$ и множество множеств предложений $\mathbf{\Gamma} =< |\mathbf{\Gamma}|, \supseteq>$, упорядоченное по включению. Будем считать, что T — это знания, сформулированные явно, а $\mathbf{\Gamma}$ — иерархия возможных контекстов, т.е. иерархия множеств предположений, принимаемых по умолчанию. Если множество предложений T непротиворечиво, то для удобства можно предполагать, что T — это теория. Проблема состоит в том, чтобы найти максимальное в иерархии $\mathbf{\Gamma}$ множество $\Gamma_0 \in \mathbf{\Gamma}$, для которого множество $\Gamma_0 \cup T$ непротиворечиво.

Остается вопрос построения иерархии $\mathbf{\Gamma}$. Один из возможных подходов к решению этого вопроса мы будем изучать в следующем параграфе.

§ 2. Синтаксическая близость предложений

В этом параграфе мы введем понятие синтаксической близости формул исчисления предикатов первого порядка. Это понятие является обобщением понятия синтаксической близости предложений естественного языка, используемого в методе ГАБЕК.

Метод ГАБЕК [13-18] был предложен Йозефом Цельгером в 1990 году [13]. Для наших целей достаточно сведений об этом методе, содержащихся в [21,22].

Метод ГАБЕК имеет дело с текстами, состоящими из предложений обыденного языка. Эти предложения могут быть, например, ответами различных людей на некоторый вопрос. Текст рассматривается на трех уровнях — синтаксическом, семантическом и прагматическом. На синтаксическом уровне предложение отождествляется со множеством так называемых ключевых понятий, входящих в это предложение. Ключевые понятия — это наиболее существенные понятия (т.е. объекты, их свойства и т.д.), о которых говорит данное предложение.

Основная идея метода ГАБЕК — представление текста в виде понятийной сети. В узлах этой сети стоят, во-первых, ключевые понятия, и, во-вторых, предложения, из которых состоит текст. Каждое предложение текста соединяется линиями со всеми ключевыми понятиями, которые встречаются в этом предложении. Таким образом два предложения будут связаны непосредственно, если они имеют хотя бы одно общее ключевое понятие.

Лингвистическая сеть представляется как неупорядоченный граф, в вершинах которого находятся понятия и предложения. Если ребро соединяет две вершины, то в одной из них находится понятие, а в другой — предложение, входящее в текст. Ребро, соединяющее понятие и предложение означает, что данное понятие входит в данное предложение.

В тексте выделяются центральные ключевые понятия, встречающиеся в наибольшем количестве предложений. Вокруг этих центральных понятий группируется весь текст. При помощи кластерного анализа текст разделяется на группы предложений, наиболее связанных друг с другом. Эти группы предложений называются лингвистическими образами. Лингвистические образы рассматриваются как отдельные тексты, для каждого из которых можно сделать резюмирующее заключение. Заметим, что одно и то же предложение может входить в несколько лингвистических образов. Лингвистические образы, имеющие общее предложение, считаются непосредственно связанными между собой.

Рассмотрим теперь эту конструкцию с точки зрения исчисления предикатов первого порядка. В качестве сигнатуры мы берем множество всех понятий, встречающихся в тексте. Множество ключевых понятий будет подмножеством сигнатуры (в принципе, в качестве сигнатуры мы можем взять не множество всех понятий, а только множество ключевых понятий). Каждому предложению, содержащемуся в тексте, поставим в соответствие подмножество сигнатуры — множество входящих в него ключевых понятий.

Теперь приведенную выше конструкцию можно перенести на произвольное множество формул исчисления предикатов. Обозначим через $F(\sigma)$ множество всех формул сигнатуры σ. Пусть $\Gamma \subseteq F(\sigma)$. Множеству формул Γ можно поставить в соответствие неупорядоченный граф, в вершинах которого находятся сигнатурные символы и формулы. Если ребро соединяет две вершины, то в одной из них находится сигнатурный символ, а в другой — формула, принадлежащая Γ. Ребро, соединяющее сигнатурный символ и формулу означает, что данный сигнатурный символ входит в данную формулу. Таким образом мы получим представление множества формул Γ в виде синтаксической сети.

Однако, такое представление имеет ряд недостатков. Во-первых, Γ может содержать эквивалентные формулы (у которых, в частности, может быть разный набор сигнатурных символов). Во-вторых, некоторые сигнатурные символы могут входить в формулу *фиктивно*. Например, если сигнатурный символ P не входит в формулу φ, т.е. $P \notin \sigma(\varphi)$, то, во-первых, формулы φ и $(\varphi \& (\forall x)(P(x) \to P(x)))$ эквивалентны, и, во-вторых, символ P входит в формулу $(\varphi \& (\forall x)(P(x) \to P(x)))$ фиктивно.

Обратим внимание, что нефиктивный сигнатурный символ и ключевое понятие, используемое в ГАБЕКе, — вещи, существенно различные. Является ли данное понятие ключевым в данном предложении (или в данном тексте) определяется не тем, входит ли оно в предложение фиктивно или нет, а смыслом, значением понятия, тем, насколько оно важно и существенно для проблем, рассматриваемых в тексте. Нефиктивное понятие данного предложения может вполне не быть ключевым, точно так же, как и ключевое понятие текста может входить в данное предложение фиктивно.

Как же избавиться от фиктивных сигнатурных символов? Для простоты, далее мы будем, без ограничения общности, рассматривать не произвольные формулы, а только предложения — свободные переменные формулы можно заменить новыми константными символами.

Во-первых, как и в предыдущем параграфе будем рассматривать не предложения, а классы эквивалентности предложений, т.е. формально, пусть $\Gamma \subseteq |\mathcal{L}(\sigma)|$. Для удобства, как и ранее, будем отождествлять класс эквивалентности с его представителем: предложение φ с элементом $[\varphi] \in \mathcal{L} = \mathcal{L}(\sigma)$.

Во-вторых, как мы уже отмечали в [22, с.136], каждому предложению можно сопоставить множество сигнатурных символов (т.е. понятий), входящих в это предложение *по-существу*. Это множество является наименьшим по включению среди множеств сигнатурных символов предложений, принадлежащих классу эквивалентности данного предложения. Тождественно истинному и тождественно ложному предложениям (и не только им, например, предложению, утверждающему, что существуют n различных элементов) будет соответствовать пустое множество; предложению и его отрицанию будет соответствовать одно и то же множество сигнатурных символов; конъюнкции и дизъюнкции двух предложений будет соответствовать некоторое подмножество объединения множеств, соответствующих этим предложениям.

Возникает математическая проблема распознавания существенных сигнатурных символов данного предложения. А именно, имеет место следующий

ВОПРОС 1. При каких условиях проблема распознавания, входит ли сигнатурный символ s в предложение φ по-существу, является алгоритмически разрешимой?

Итак, пусть $\Gamma \subseteq |\mathcal{L}(\sigma)|$. Если $[\varphi] \in \Gamma$, то среди предложений, логически эквивалентных предложению $[\varphi]$, найдется предложение $\psi_{[\varphi]}$, содержащее *наименьшее по включению* множество сигнатурных символов. Зафиксируем по одному такому предложению для каждого $[\varphi] \in \Gamma$. Положим $\Gamma' = \{\psi_{[\varphi]} | [\varphi] \in \Gamma\}$. Рассмотрим синтаксическую сеть, соответствующую множеству Γ'. Назовем ее *синтаксической сетью, представляющей множество предложений* Γ.

Синтаксическая сеть, представляющая множество предложений Γ, избавлена от указанных выше недостатков. Во-первых, в нее входит ровно по одному предложению из каждого класса эквивалентности. Во-вторых, если предложение соединено с сигнатурным символом, то этот символ входит в данное предложение по-существу.

Синтаксическая сеть дает много интересной информации о множестве предложений Γ. Она показывает, насколько отдельные предложения, входящие Γ, связаны друг с другом. Например, может оказаться, что множество Γ разбивается в объединение нескольких множеств, не связанных друг с другом: $\Gamma' = \Gamma_1 \cup \ldots \cup \Gamma_n$, причем $\sigma(\Gamma_i) \cap \sigma(\Gamma_j) = \emptyset$. Такая ситуация особенно интересна в связи с вопросом построения иерархии $\mathbf{\Gamma}$, сформулированном в конце предыдущего параграфа.

Действительно, если $\Gamma' = \Gamma_1 \cup \ldots \cup \Gamma_n$ и $\sigma(\Gamma_i) \cap \sigma(\Gamma_j) = \emptyset$, то в качестве иерархии $\mathbf{\Gamma}$ можно взять булеву алгебру подмножеств множества Γ', порожденную множествами $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_n$, упорядоченную отношением включения. Таким образом мы получим решение сформулированной в предыдущем параграфе проблемы отыскания множества следствий теории T в системе немонотонного вывода.

Интересна эта ситуация и если мы рассматриваем множество предложений Γ как систему аксиом некоторой эмпирической теории. Тот факт, что $\Gamma' = \Gamma_1 \cup \ldots \cup \Gamma_n$ и $\sigma(\Gamma_i) \cap \sigma(\Gamma_j) = \emptyset$, означает, что эмпирическая теория распадается в композицию нескольких эмпирических подтеорий, каждая из которых описывает свою предметную область. Парадоксы, обнаруженные в одной из этих подтеорий, требуют пересмотра только ее и не затрагивают других частей эмпирической теории.

Сформулируем теперь понятие *синтаксической близости* предложений языка исчисления предикатов первого порядка. Зафиксируем сигнатуру σ. Для предложений $\varphi, \psi \in S(\sigma)$ обозначим через $\rho(\varphi, \psi)$ количество сигнатурных символов, которые входят по-существу в оба предложения φ и ψ. Назовем $\rho(\varphi, \psi)$ (абсолютной) синтаксической близостью предложений φ и ψ.

Рассмотрим множество $\Gamma \subseteq S(\sigma)$, пусть $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\sigma)$. Множество предложений Γ является контекстом, относительно которого определяется понятие *относительной синтаксической близости* предложений языка исчисления предикатов первого порядка. Обозначим $\Gamma_0 = \{[\varphi] | \varphi \in \Gamma\}$. Пусть $\mathbf{S}$ — синтаксическая сеть, представляющая множество классов эквивалентности Γ_0 (будем также называть ее синтаксической сетью, представляющей множество предложений Γ). Для предложений $\varphi, \psi \in \Gamma$ обозначим через $\rho_\Gamma(\varphi, \psi)$ минимальную длину пути в графе $\mathbf{S}$ между вершинами, соответствующими элементам $[\varphi]$ и $[\psi]$, деленную пополам (длина этого пути, по понятным соображениям, всегда будет четной); положим $\rho_\Gamma(\varphi, \psi) = \infty$, если такого пути не существует. Назовем $\rho_\Gamma(\varphi, \psi)$ синтаксической близостью предложений φ и ψ относительно контекста Γ.

Легко заметить, что если $\rho(\varphi, \psi) > 0$, то $\rho_\Gamma(\varphi, \psi) = 1$. Теория, которую аксиоматизирует множество предложений Γ, разбивается в композицию несвязанных друг с другом подтеорий, если найдутся предложения $\varphi, \psi \in \Gamma$, для которых $\rho_\Gamma(\varphi, \psi) = \infty$.

В заключение рассмотрим проблему построения синтаксической сети для теории, т.е. для дедуктивно замкнутого множества предложений T. Пусть $\sigma = \sigma(T)$. В качестве множества предложений $\Gamma \subseteq S(\sigma)$ возьмем некоторое множество аксиом теории $T : T = \{|\Gamma \vdash \varphi\}$. В качестве синтаксической сети, представляющей множество теорию T будем рассматривать синтаксическую сеть, представляющую множество предложений Γ. Вопрос состоит в том, как выбрать множество аксиом Γ, чтобы полученная синтаксическая сеть наиболее хорошо отражала свойства теории T.

Сначала рассмотрим случай, когда теория T является конечно аксиоматизируемой. Пусть $T = \{\varphi | \psi \vdash \varphi\}$.

Обозначим через $\sigma^e(\varphi)$ множество сигнатурных символов, входящих в предложение φ по-существу. Назовем предложение φ нормальным, если $\sigma(\varphi) = \sigma^e(\varphi)$. Предложение φ назовем разложимым, если найдутся предложения φ_1 и φ_2, для которых выполнено $\varphi \equiv (\varphi_1 \& \varphi_2)$, $\sigma(\varphi_1) \subsetneq \sigma(\varphi)$, $\sigma(\varphi_2) \subsetneq \sigma(\varphi)$, $\sigma(\varphi_1) \neq \sigma(\varphi)$ и $\sigma(\varphi_2) \neq \sigma(\varphi)$. В этом случае назовем $\varphi \equiv (\varphi_1 \& \varphi_2)$ разложением предложения φ.

Очевидно, что каждое предложение можно разложить в конъюнкцию конечного числа нормальных неразложимых предложений. Несложно заметить, что такое разложение не будет единственным даже при условии его минимальности: $(a = b \ \& \ b = c) \equiv (a = c \ \& \ b = c)$.

Сформулируем несколько проблем, решение которых не столь очевидно.

ВОПРОС 2. При каких условиях минимальное разложение нормального предложения в конъюнкцию конечного числа нормальных неразложимых предложений единственно и в каком смысле?

ВОПРОС 3. Пусть φ — нормальное предложение, $\varphi \equiv (\varphi_1 \& \varphi_2)$ и $\sigma(\varphi_1) \cap \sigma(\varphi_2) = \emptyset$. При каких условиях такое разложение единственно? При каких условиях пара сигнатур $\sigma^e(\varphi_1)$, $\sigma^e(\varphi_2)$ единственна?

По существу этот вопрос говорит о возможности разложения конечно аксиоматизируемой теории в композицию несвязанных подтеорий. Аналогичный вопрос можно поставить и для произвольных теорий.

ВОПРОС 4. Пусть T, T_1 и T_2 — теории, $T = F(T_1 \cup T_2)$ и $\sigma(T_1) \cap \sigma(T_2) = \emptyset$. При каких условиях такое разложение единственно? При каких условиях пара сигнатур $\sigma(T), \sigma(T_2)$ единственна?

ВОПРОС 5. Рассмотрим всевозможные минимальные разложения нормального предложения в конъюнкцию нормальных неразложимых предложений. При каких условиях полученное множество конъюнктивные членов будет конечным (с точностью до эквивалентности)?

Теперь рассмотрим несколько вариантов выбора множества аксиом Г теории T.

Если когда теория T является конечно аксиоматизируемой, т.е. $T = \{\varphi | \psi \vdash \varphi\}$, то, во-первых, можно взять все возможные минимальные разложения предложения φ в конъюнкцию нормальных неразложимых предложений (таких разложений конечное число с точностью до набора сигнатур конъюнктивных членов) и для каждого разложения взять множество конъюнктивных членов в качестве множества аксиом Г. Во-вторых, в качестве множества Г можно взять множество всех конъюнктивных членов всех минимальных разложений.

Если теория T не является конечно аксиоматизируемой, то в качестве множества аксиом Г естественно взять множество всех нормальных неразложимых предложений, содержащихся в T, либо некоторое подмножество этого множества, которое аксиоматизирует теорию T.

В результате мы получим набор семантических сетей, своеобразных "карт", вместе составляющих "атлас" теории T и показывающих, насколько "близко" отдельные предложения находятся друг от друга. На разных картах степень этой близости будет разной (но и на реальных картах мира, если Чукотка и Аляска находятся по краям карты, то они расположены очень далеко друг от друга, а если они в центре карты, то — очень близко!).

С помощью такого атласа мы можем построить иерархию Г, описывающую систему различных контекстов, порождаемую теорией T. Эта иерархия дает нам возможность проводить немонотонные рассуждения в контексте теории T, принимаемой по умолчанию.

Л и т е р а т у р а

1. HINTIKKA J. Knowledge and belief. Cornell University Press, 1962.

2. MINSKY M. A framework for representing knowledge. The psychology of computer vision, McGrow Hill, 1975, p. 211–272.

3. DOYLE J. A truth maintenance system //Artif. Intell. — 1979. — Vol. 2. P. 231–272.

4. REITER R. A logic for default reasoning //Artif. Intell. — 1980. — Vol. 13. P. 81–132.

5. HALPERN J.Y., MOSES T.O. Knowledge and common knowledge in a distributed environment //3-rd ACM Conference on the principles of distributed computing, 1984. P. 50–61.

6. MOORE R.C. Semantical considerations on nonmonotonic logic. //Artif. Intell. — 1985. — Vol. 25. P. 75–94.

7. ETHERINGTON D. Formalizing nonmonotonic reasoning system. //Artif. Intell. — 1987. — Vol. 31. P. 41–85.

8. GELFOND M., LIFSCHITZ V. Stable semantics for logic programs //Proc. of 5-th Int. Conf. on Logic Programming, Seattle, 1988.

9. MAREK W., TRUSZCZYNSKI M. Relating autoepistemic and default logic //Tech. Rep. 144-89, Computer Science, University of Kentuky, Lexington, 1989.

10. MAREK W., TRUSZCZYNSKI M. Stable models for logic programs and default logics //Tech. Rep. 144-89, Computer Science, University of Kentuky, Lexington, 1989.

11. MAREK W., NERODE A., REMMEL J. A theory of nonmonotonic rule system. — Pt. I. //Tech. Rep. — 1990. — № 31.

12. MAREK W., NERODE A., REMMEL J. A theory of nonmonotonic rule system. — Pt. II //Tech. Rep. — 1990. — № 32.

13. ZELGER J. Ein ganzheitliches Verfahren zur Bewältigung sprachlich erfaßbarer Komplexität (GABEK). — Innsbruck, 1990. — (Preprint /Institut für Philosophie der Universität Innsbruck, № 10).

14. ZELGER J. GABEK, a new method for qualitative evaluation of interviews and model construction with PC-support. In: Stuhler E., Suilleabhain M.O., (Eds.): Enchanging human capacity to solve ecological and socio-economic problems, Munchen, Mering: Rainer Hampp Verlag, 1993, pp. 128-172.

15. ZELGER J. GABEK I: Constituting conceptual networks. II: Evaluation of conceptual networks. III: From conceptual networks to linguistic Gestalten. — Innsbruck, 1993. — (Preprints /Institut für Philosophie der Universität Innsbruck, № 15, 16, 17).

16. ZELGER J. Von sprachlichen Gestalten zur Hypergestalt. In: Philosophie und Verfarhren kreativer Selbstorganisation. — Innsbruck, 1993. — (Preprint /Institut für Philosophie der Universität Innsbruck, № 26).

17. ZELGER J. Sprachlichen Gestaltbildung durch das PC-unterstützte Verfahren GABEK. — Innsbruck: Universität, Institut für Philosophie, Manuskript 1993.

18. ZELGER J. Qualitative Auswertung sprachlicher Äußerungen. Wissensvernetzung, Wissensverarbeitung und Wissensumsetzung durch GABEK. In: Wille R. & Zickwolff M. (Hrsg.): Begriffliche Wissensverarbeitung: Grundfragen und Aufgaben, Mannheim (B.I. Wissenschaftsverlag), 1994, pp. 239-266.

19. ВИСОЧАН А.Л. Немонотонные логики. //Теория вычислений и языки спецификаций. — Новосибирск, 1995. — Вып. 152: Вычислительные системы.— С. 152–165.

20. ВИСОЧАН А.Л. Существование расширений в немонотонных системах. //Структурные и алгоритмические свойства вычислимости. — Новосибирск, 1996. — Вып. 156: Вычислительные системы. — С. 79–89.

21. ПАЛЬЧУНОВ Д.Е. Анализ текстов естественного языка с помощью метода ГАБЕК. //Модели когнитивных процессов. — Новосибирск, 1997. — Вып. 158: Вычислительные системы. — С. 149–166.

22. ПАЛЬЧУНОВ Д.Е. Алгебраическое описание смысла высказываний естественного языка. //Модели когнитивных процессов. — Новосибирск, 1997. Вып. 158: Вычислительные системы.— С. 127–148.

Поступила в редакцию
12 января 1998 года