МОДЕЛИ КОГНИТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ
(Вычислительные системы)
1998 год Выпуск 164

УДК 519

ОБ ИСТИННОСТИ ВЫСКАЗЫВАНИЙ О БУДУЩИХ СЛУЧАЙНЫХ СОБЫТИЯХ

А.В.Королев

Известная IX глава трактата Аристотеля "Об истолковании" инициировала ряд серьезных философских и логических дискуссий, не прекращающихся ужу третье тысячелетие. За кажущейся простотой формулировок был обнаружен целый комплекс чрезвычайно сложных логических проблем. В центре внимания оказались такие вопросы, как логический статус высказываний о будущих случайных событиях и о будущем вообще, статус самих логических законов, асимметрия времени и способы ее выражения в логической форме, принцип фиксированности прошлого, взаимосвязь прошлого с будущим и т.д.

Одной из главных логических проблем, поставленных в этом трактате, рассмотрению которой посвящено данное сообщение, является проблема истинности высказываний о будущих случайных событиях.

Суть проблемы можно обрисовать следующим образом.

28 сентября 480 г. до н.э. у острова Саламин произошло морское сражение, в ходе которого греческий флот нанес поражение превосходящим силам персов. Принимая интуитивную идею о том, что прошлое неизменно и не зависит от наших действий в настоящий момент времени [1, р.6], мы можем сказать: "В каждый момент сегодняшнего дня ***истинно***, что 28 сентября 480 г. до н.э. нанесли поражение персам в морском сражении у острова Саламин". И вообще, если некий предмет A есть b в момент времени t_0, то в каждый момент t ***позднее*** t_0 имеет смысл говорить о том, что высказывание q : "A есть b в момент t_0 ***истинно***.

Возникает вопрос: истинно ли было высказывание q в момент t' *раньше* t_0? Было ли истинным высказывание о победе греков за день до того, как произошло морское сражение, или за год перед тем, когда родились Фемостокл и Ксеркс? Истинно ли уже сегодня то, что осуществится завтра, послезавтра или через тысячу лет? И не влечет ли истинность высказывания о будущем событии необходимость этого события?

Здесь уже наша интуиция нас подводит, и проблема становится спорной. В ходе дискуссий было предложено множество различных подходов к ответу на этот вопрос, которые можно суммировать следующим образом [2,3].

1. Истина вечна и непреходяща; прошлое, настоящее и будущее образуют одну и ту же реальность, Поэтому любое высказывание является или истинным, или ложным (сторонники статической теории времени).

2. Любое высказывание о будущих случайных событиях является или истинным, или ложным, но неизвестно и в принципе невозможно установить, каким именно оно является в данном случае (Гоббс, Даммет, Мак-Ким).

3. Высказывания о будущих случайных событиях сейчас не являются истинными или ложными, но со временем становятся такими (стандартная интерпретация).

4. Высказывания о будущих случайных событиях имеют истинностное значение, отличное от просто истины или лжи (Лукасевич, Райл).

5. Высказывания о будущих случайных событиях не являются ассерторическими но модализированными, т.е. они должны пониматься в смысле "возможно/невозможно/случайно завтра произойдет морское сражение" и тогда они уже истинны или ложны (Ч.Пирс, Ахманов, Смирнов).

6. Высказывания о будущих случайных событиях или истинны, или ложны, тогда как высказывания о прошлом, настоящем и предопределенном будущем необходимо истинны или необходимо ложны (нестандартная интерпретация).

7. Поскольку само будущее является модализированным, то и высказываниям о будущем приписываются только модальные оценки: необходимо, возможно (случайно), невозможно (Ушенко, Вайцзеккер).

8. Все высказывания или истины или ложны. Но чтобы выразить индетерминистский статус некоторых высказываний, принимается концепция ветвящегося времени. Тогда высказывания о будущих случайных событиях в одно и то же время на одной ветви могут быть истинными, а на другой — ложными (оккамовский подход).

9. Истинностные значения, в частности о будущем, являются структурализированными. Например, в качестве истинностных значений высказываниям приписываются последовательности из единичек (истинно) и нулей (ложно) (исходная идея принадлежит Прайору).

Тем не менее, несмотря на наличие множества подходов к истинности высказываний о будущих случайных событиях, остается невыясненным вопрос, чем же, собственно, плох тезис об истинности или ложности всех высказываний? Существуют ли более весомые соображения против адекватности его применимости, чем просто желание "освободить человеческий дух"?

Целью данного сообщения является демонстрация принципиальной алгоритмической неразрешимости некоторого класса высказываний о будущих случайных событиях в случае учета провокационного характера прогнозов, что будет считаться свидетельством против уместности использования тезиса об истинности/ложности всех высказываний подобного рода.

Итак, полагаем, что p — какое-либо предложение некоторого подходящего языка L, являющееся описанием некоторого события e из класса E всех тех событий, о которых мы вообще собираемся выдвигать прогнозы. Будем считать, что язык L и предложение p определены таким образом, что, имея в нашем распоряжении любое такое предложение, мы всегда сможем определить, является ли оно описанием некоторого события e из класса E или нет. Другими словами, мы полагаем, что совокупность P_L всех таких предложений — эффективно разрешимое множество. Но тогда существует эффективная взаимооднозначная кодировка ν

этого множества натуральными числами $\nu : \omega \to P_L$, (ω — множество натуральных чисел). В дальнейшем мы будем каждое предложение p из P_L отождествлять с ***кодом*** этого предложения в кодировке т.е. вместо предложения p мы будем говорить о натуральном числе n таком, что $n = \nu^{-1}(p)$.

Пусть в настоящий момент времени t_0 мы выдвигаем прогноз относительно еще не совершившегося события, описанием которого является предложение p, имеющее своим кодом число x. Под прогнозом будем понимать высказывание следующего вида: "p в момент t", если $t > t_0$. Согласно вышесказанному, мы можем говорить об истинности или ложности этого высказывания, если $t \leq t_0$. Принимая тезис истинности/ложности высказываний подобного рода вне зависимости от момента их произнесения, мы распространяем это и на все моменты $t > t_0$. В этом случае мы сможем каждый прогноз ассоциировать с каким-то эффективным отображением $h : \omega \to \{0,1\}$, интерпретируемым следующим образом:

$$h(x) = 1 \leftrightarrow \text{ в момент } t \text{ истинно } p.$$

$$h(x) = 0 \leftrightarrow \text{ в момент } t \text{ истинно } \neg p.$$

Везде в дальнейшем мы будем отождествлять прогнозы с функциями указываемого вида.

Далее мы будем рассматривать ситуацию, в которой прогнозы не являются лишь пассивным предсказанием о будущих событиях, но считаем, что они могут носить и характер провокаций тех событий, о которых идет речь в прогнозе, таким образом, что таковые события могли бы вовсе и не произойти, не будь сформулирован этот прогноз. Это возможно,в частности, потому, что прогнозы могут относиться к той реальности, которая частично подвержена воздействию людей, а выбор конкретной деятельности человека зачастую определяется картинами, рисуемыми нашими же прогнозами.

Обозначим класс всех эффективных отображений из ω на $\{0,1\}$ через H. Следует отметить,что конкретный выбор деятельности зависит от содержания прогноза не прямо, а через его описания. Однако одна и та же эффективно вычислимая функция из H имеет счетное количество программ (описаний), реализующих эту функцию. Кроме того, мы не будем учитывать те прогнозы, которые описаны на непонятном обществу языке — они заведомо никак не будут влиять на выбор общественной деятельности и для нашего рассуждения несущественны. Учитывая все это, введем понятие "формулировки прогноза".

Фиксируем какую-нибудь геделевскую нумерацию всех рекурсивных функций (одного переменного). Пусть φ_n — функция, имеющая в этой нумерации геделевский номер n. Тогда ***формулировкой прогноза*** h мы назовем число n такое, что для всех x будет справедливо $\varphi_n(x) = h(x)$. Необходимо отметить, что далеко не любое натуральное число m является формулировкой какого-либо прогноза. В действительности совокупность M всех возможных прогнозов ($M = \{n \in \omega | \varphi_n = h,\ h \in H\}$) образует неэффективное подмножество ω.

Пусть $u(x)$ — функция, определенная на всех натуральных числах, такая что если x совпадает с формулировкой какого-либо прогноза (т.е. $x \in M$), то ее значением является некая конкретная деятельность α из класса A всех возможных (на момент t_0) деятельностей, которую мы фактически выберем, если поверим в прогноз с формулировкой x. Таким образом, что $u : \omega \to B$, где B — некий класс, включающий в себя класс A.

Пусть, далее, $r(x)$ — функция из B в ω такая, что если $r(\beta) = n$, и $\beta \in A$,то n есть формулировка прогноза, который согласуется с теми событиями, которые произойдут, если мы осуществим деятельность β.

Теперь рассмотрим функцию $f : \omega \to \omega$, являющуюся суперпозицией двух предыдущих: $f(x) = r(u(x))$. Ясно, что если x есть формулировка из класса M, то значение функции $f(x)$ — формулировка такого прогноза, который будет согласовываться с результатами деятельности, мотивированной верой в прогноз с формулировкой x.

Мы будем работать в модели общества, в котором реакция общества на прогнозы характеризуется ***общерекурсивной*** функцией f описанного типа.

Исключая возможность появления заведомо не осуществимых прогнозов, мы введем понятие ***допустимой*** (***относительно*** f) формулировки прогноза, как такое и только такое натуральное число n, что

$$\varphi_{f(n)} = \varphi_n \qquad (*)$$

Ясно, что любое число n, удовлетворяющее условию $(*)$, является формулировкой такого прогноза, который заведомо осуществим в данном обществе при заданной функции f. И наоборот, любое число не являющееся допустимым относительно f прогнозом, либо вообще не формулировка прогноза, либо формулировка такого прогноза, который заведомо не осуществим при заданной функции f.

С первым случаем естественно ассоциировать ***истинность*** прогноза, с последним — его ***ложность***.

Согласно теореме Клини о рекурсии, по заданной общерекурсивной функции f всегда можно эффективным образом найти число n (неподвижную точку отображения f) такое, что $\varphi_{f(n)} = \varphi_n$. Но, тем не менее, проблема, является ли ***произвольное*** натуральное число n допустимой формулировкой, вообще говоря, алгоритмически не разрешима. Дело в том, что не для всякой общерекурсивной функции f множества ее неподвижных точек рекурсивно. Существуют такие общерекурсивные функции, для которых множества их неподвижных точек даже не рекурсивно перечислимы (например, $f(x) = c$, где c — фиксированное натуральное число).

Поэтому возникает вопрос: каков класс G всех общерекурсивных функций, множества неподвижных точек которых является рекурсивными множествами? Не решая этого вопроса (отметим, что класс G не пуст — ему принадлежит например, функция $f(x) = x$,) подчеркнем его важность. Если реакция общества характеризуется функцией f, принадлежащей классу G, то среди допустимых относительно f формулировок прогноза есть формулировки ***любого*** наперед заданного прогноза h из H. И, наоборот, если f не принадлежит классу G, то не существует эффективного способа определить, допустима ли относительно f данная формулировка или нет.

Другими словами, в этой ситуации будет принципиально невозможно эффективным образом определить, является ли истинным или ложным соответствующий прогноз. А так как имеются основания полагать, что скорее последний случай является типичным во всех ситуациях, важных в обсуждении принципа детерминизма, то окончательный вывод данной работы будет состоять в том, что даже если мы ограничиваемся рассмотрением раз и навсегда фиксированной однозначной и известной нам реакцией общества на внешнее воздействие, то и в этом случае соответствующие предложения, выражающие истинность/ложность прогнозов, будут эффективно не разрешимыми предложениями, что и считается свидетельством против уместности оперирования их истинностными значениями *до того момента*, относительно которого прогноз и выдвигается. И здесь не поможет никакой демон Лапласа, располагающий *всей* информацией о положении дел в мире; и никакая вселенская универсальная машина Тьюринга, предсказывающее будущее, не остановится вплоть до того момента, когда это событие не произойдет.

Литература

1. God, Foreknowledge, and Freedom /ed.J.M.Fischer. — Stanford, California: Stanford University Press, 1989. - P. 351.

2. КАРПЕНКО А.С. Фатализм и случайность будущего: логический анализ. — М.: Наука, 1990. — С. 214.

3. WIDERKER D. Two Forms of Fatalism //God, Foreknowledge, and Freedom. — Stanford: Stanford University Press, 1989. - P. 97–110.

Поступила в редакцию
15 декабря 1998 года