МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ
КОГНИТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ
(Вычислительные системы)
2002 год Выпуск 172

УДК 519

"НОВЫЙ ПОДХОД" ЕРШОВА И "ТРАНСЦЕНДЕНТАЛЬНЫЙ МЕТОД" КАНТА[1]

К.Ф.Самохвалов

Всего менее века назад Кант почитался как самая важная фигура в истории эпистемологии. Однако согласно типичным *современным* прочтениям Канта, его эпистемологические взгляды либо ошибочны, либо безнадежно путаны и темны. Наша цель — как можно проще изложить упомянутые типичные современные прочтения и показать, что из своеобразного подхода Ершова к философии математики можно извлечь еще одно прочтение Канта, при котором его эпистемология не выглядит ни ошибочной, ни темной.

§ 1. Эпистемологический замысел Канта

Рассмотрим следующие три высказывания:

(1) если Петр выше Ивана, то не верно, что Петр не выше Ивана;

(2) если Петр выше Ивана, то не верно, что Иван выше Петра;

(3) Петр выше Ивана.

Чтобы убедиться в истинности высказывания (1), не нужно знать ничего, кроме его грамматической (логической) формы. Не нужно знать ни того, кто такой Петр, ни того, кто такой

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке грантами РГНФ № 02-03-18307а и РФФИ № 00-06-80180, а также Интеграционным проектом СО РАН (грант № 125).

Иван, ни того, что такое выше. Нужно знать только смысл союза "если. . . , то. . .", смысл частицы "не" ("не верно, что") и грамматические категории слов: "Петр" (индивидная константа), "Иван" (индивидная константа) и "выше" (двуместный предикат). Мы могли бы вместо (1) записать: "Если aPb, то не верно, что не aPb" — и все же не утратить убеждения, что наша запись есть запись некоей истины. Высказывания подобные (1), истинность (ложность) которых определяется исключительно их грамматикой, называются *логически истинными* (*логически ложными*), или просто *логическими* высказываниями.

Чтобы установить истинность высказывания (2), уже не достаточно знать только его логическую форму. Нужно дополнительно знать в достаточной степени смысл слова "выше", ибо если, например, мы заменим в (2) слово "выше" на слово "уважает", то полученное в результате такой замены предложение: "Если Петр уважает Ивана, то не верно, что Иван уважает Петра" — не столь убедительно, как предложение (1). Поэтому высказывания подобные (2), т.е. такие, истинность (ложность) которых определяется исключительно анализом их смысла, называются *аналитически истинными* или *аналитически ложными*, или просто *аналитическими* высказываниями. Аналитически истинное (ложное) высказывание нельзя отрицать (утверждать), не исказив при этом его смысла.

Логические высказывания можно, очевидно, считать частной разновидностью аналитических. Просто для установления истинности или ложности логического высказывания требуется менее полный анализ его смысла (анализ всего лишь грамматической формы), чем в общем случае аналитических высказываний.

Предложение (3) носит совершенно другой характер, чем первые два. Чтобы установить, истинно оно или ложно, нужно не только знать его смысл, но нужно также знать кое-что дополнительно к этому. Дополнительно нужно конкретно узнать, кто такой Петр, кто такой Иван, и нужно фактически провести их сравнение по росту. Высказывания подобные (3), т.е. такие, истинность (или ложность) которых зависит не только от их смысла, но и от дополнительно информации, *неважно, какой и как полученной*, называются *синтетическими*. Синтетически истинное (ложное) высказывание можно отрицать (утверждать), не влияя при этом на его смысл.

Утверждение (3) — частный случай синтетического высказывания, когда дополнительная информация основывается на конкретном *наблюдении*.

Помимо классификации высказываний на аналитические и синтетические, существует еще классификация их на априорные и апостериорные. *Априорным* называют всякое высказывание, истинность (ложность) которого может быть установлена, — при условии, что уже известен его смысл, — без какого-либо обращения к *опыту*. *Апостериорным* называют всякое высказывание, которое не является априорным. Очевидно, высказывания (1) и (2) *априорны*. Априорны вообще все логические и аналитические суждения. С другой стороны, высказывание (3) *апостериорно*. Но является ли апостериорным *любое* синтетическое высказывание? Вот вопрос, ответ на который определил главную особенность кантовской теории познания.

Если мы соединим разграничение аналитических и синтетических суждений с разграничением их на априорные и апостериорные, то мы получим следующую систему видов высказываний:

(i) аналитические высказывания *a priori*;
(ii) аналитические высказывания *a posteriori*;
(iii) синтетические высказывания *a priori*;
(iv) синтетические высказывания *a posteriori*.

Примерами первого вида высказываний являются высказывания (1) и (2), а примером четвертого вида — высказывание (3). Ясно также, что второй случай (ii) заранее исключается. Ибо, как мы отметили выше, все аналитические суждения являются априорными высказываниями. Поэтому дискуссионной остается третья возможность — высказывания вида (iii).

Около двух тысячелетий в научном сообществе почти абсолютно господствовали взгляды Аристотеля, что наложило характерную печать на ход исследования указанного вопроса [1]. По учению Аристотеля, существуют два источника познания — ощущения (чувственность) и рассудок. Из ощущений возникает опыт, из рассудка — логические и аналитические истины.

Объекты чувственности — случайные феномены, объекты рассудка — необходимые истины. Эта доктрина о двух источниках познания говорит о том, что не только все аналитические суждения являются априорными, но и, обратно, все априорные суждения являются аналитическими высказываниями. Согласно этому учению, синтетические высказывания могут быть лишь апостериорными, следовательно, заранее исключается возможность обнаружить суждение вида (iii).

Интеллектуальная смелость Канта состояла как раз в том, что Кант рискнул в нарушение многовековой традиции поставить и подвергнуть новому основательному исследованию вопрос о возможности суждений вида (iii). А именно: Кант в "Критике чистого разума" [2] и "Пролегоменах" [3] осуществил попытку обосновать взгляд, что в ходе научного познания встречаются синтетические суждения *a priori*.

Приступая к такой попытке, Кант, в принципе, мог бы пойти более или менее проторенной дорогой. Он мог бы утверждать, скорее следуя Платону, чем Аристотелю, что разум обладает специальной способностью — *интуицией* — непосредственно усматривать (при условии, что удалось должным образом "повернуть глаза души") истинность некоторых синтетических высказываний. Да Кант, собственно, так и делает, когда он развивает свои доктрины о пространстве и времени (о геометрии и арифметике), называя, правда, при этом интуицию *чистым наглядным представлением* (*reine Anschauung*). На этот же путь, кстати говоря, ступают и многие математики, когда они считают интуитивно истинными некоторые свои общие аксиомы или теоремы.

Однако Кант не считал этот путь обнаружения синтетических суждений *a priori* единственным или даже просто основным за пределами математики (геометрии и арифметики). Несомненная оригинальность Канта в том, что он предложил находить априорные синтетические суждения в более широкой области, чем математика, исследуя *условия возможности опыта*. Не сам опыт, а именно условия возможности опыта. Желая подчеркнуть новизну такого метода, Кант придумал ему эпитет *трансцендентальный*.

§ 2. Современные прочтения Канта

Что греха таить, терминология Канта не совсем точна и не совсем последовательна. Например, даже ключевое для себя слово "опыт" он в разных местах понимает по-разному. Поэтому любая попытка дать однозначное и связное изложение его взглядов неизбежно приводит к более или менее явным натяжкам. Речь может идти лишь о том, чтобы эти натяжки субъективно ощущались находящимися еще в пределах здравого смысла. Все реконструкции доктрин Канта желательно воспринимать с учетом этого обстоятельства.

Современные эпистемологи, обсуждая кантовские разграничения *аналитическое/синтетическое, априорное/апостериорное*, делятся на два лагеря: на тех, кто при этом считают допустимым не ссылаться на *трансцендентальный* метод, и на тех, кто так не считает. Первый лагерь весьма типичен для нынешнего философского климата, второй — нет. Как пишет Патриция Китчер, "среди современных эпистемологов вопросы относительно "знания *a priori*" и относительно "аналитического высказывания" без конца дебатируются, но . . . исследование трансцендентального знания редко всплывает на поверхность" [4, p.310]. Легко понять, почему именно так обстоит дело, если ясно представить себе, каково ныне наиболее устоявшееся представление о точном смысле разграничений *аналитическое/синтетическое, априорное/апостериорное*.

С современной точки зрения [5, гл.3], любая научная теория h —это гипотетическое утверждение вида:

$$\forall x(RF(x) \wedge S_h(x) \Rightarrow W_h(x)), \tag{1}$$

где квантор $\forall$ относится к области всех возможных объектов внимания, а предикаты RF, S_h, W_h имеют следующие смыслы:

RF(x) — "x есть фрагмент реальной действительности";

$S_h(x)$ — "x есть возможный предмет теории h", или "x является одним из тех объектов, которые мы, высказывая h, объявляем интересными";

$W_h(x)$ — "x есть возможный мир теории h", или "x является одним из тех объектов внимания, к которым мы, высказывая h, рекомендуем относиться как к реальным фрагментам действительности".

Предполагается, что предикаты S_h и W_h задаются автором теории, тогда как частичный (на классе всех возможных объектов внимания) предикат RF принципиально не подлежит авторскому определению: он задан самой действительностью и никогда не бывает полностью известным. Выбор S_h мотивируется желаемой областью исследования, а выбор W_h — характером высказываемого гипотетического утверждения.

Говорят, что *объект* (внимания) *a согласуется с теорией* h, если

$$\mathrm{RF}(a) \wedge S_h(a) \Rightarrow W_h(a). \tag{2}$$

В противном случае говорят, что *объект a опровергает теорию* h, или является *фальсификатором для* h. Таким образом, теория h, сформулированная как гипотетическое утверждение (1), есть следующее предположение о реальности: *подлинная картина мира такова, что для любого объекта внимания выполняется условие* (2).

Принимая такую теорию, мы тем самым считаем, что любые объекты согласуются с теорией h (не являются фальсификаторами для h). Это предположение заведомо не опровергаемо, если объем предиката W_h включает объем предиката S_h. Если же объем предиката W_h пуст, а объем предиката S_h — нет, то теория h сформулирована абсурдным образом: она либо заведомо опровергается (в случае непустого пересечения объемов предикатов RF и S_h), либо бессодержательна (если объемы предикатов RF и S_h не пересекаются).

Для произвольных двух теорий h_1 и h_2 мы пишем $h_1 \geq h_2$ и говорим, что h_1 *сильнее*, или *более рискованна, чем* h_2, если и только если объем предиката S_{h_1} содержит в себе объем предиката S_{h_2}, а объем предиката W_{h_1} содержится в объеме предиката W_{h_2}. Если $h_1 \geq h_2$, мы говорим также, что h_2 *слабее*, или *менее рискованна, чем* h_1. Такое словоупотребление оправдано в том смысле, что если $h_1 \geq h_2$, то, заведомо, всякий фальсификатор для h_2 является фальсификатором и для h_1. Теории h_1 и h_2 мы называем:

• *равносильными*, или *равнорискованными*, если и только если $h_1 \geq h_2$ и $h_2 \geq h_1$;

• *сравнимыми*, если и только если $h_1 \geq h_2$ или $h_2 \geq h_1$;

• *несравнимыми*, если не $h_1 \geq h_2$ и не $h_2 \geq h_1$.

Мы пишем $h_1 = h_2$, если и только если теории h_1 и h_2 равносильны.

Согласно (1) теория определена, если заданы предикаты S_h и W_h. Так вот, стандартный подход к научным теориям основан на задании этих предикатов некоторым *специальным* образом. А именно: объемы указанных предикатов задаются как классы *интерпретаций* предварительно выбранного первопорядкового (с равенством) языка L сигнатуры Ω. Понятие "интерпретация языка" отличается здесь от понятия "модель языка" и возникает при обсуждении вопроса: как осуществляется классификация моделей языка на фрагменты реальной действительности ("реальные фрагменты") и на фрагменты нереальной действительности ("нереальные фрагменты")?

Пусть L_1 — язык сигнатуры (P,Q), где P,Q — символы одноместных предикатов, и пусть {К}, {П}, {К,П} — множества, состоящие соответственно из Клинтона, Пегаса, Клинтона и Пегаса; {} — пустое множество. Рассмотрим несколько моделей языка L_1 :

M_1	= ({К,П};{};{});	M_2	= ({К,П};{};{К});
M_3	= ({К,П};{};{П});	M_4	= ({К,П};{};{К,П});
M_5	= ({К,П};{К};{});	M_6	= ({К,П};{К};{К});
M_7	= ({К,П};{К};{П});	M_8	= ({К,П};{К};{К,П});
M_9	= ({К,П};{П};{});	M_{10}	= ({К,П};{П};{К});
M_{11}	= ({К,П};{П};{П});	M_{12}	= ({К,П};{П};{К,П});
M_{13}	= ({К,П};{К,П};{});	M_{14}	= ({К,П};{К,П};{К});
M_{15}	= ({К,П};{К,П};{П});	M_{16}	= ({К,П};{К,П};{К,П}).[2]

[2]Фактически здесь перечислены все модели указанной сигнатуры на множестве {К,П}.

В определенном смысле каждая из этих моделей является фрагментом действительности уже потому, что она — *объект* внимания. Однако вопрос о том, какие из этих моделей относятся к *реальным* фрагментам действительности, а какие — к *нереальным*, ставит нас в тупик. Это происходит потому, что деление моделей на реальные и нереальные фрагменты зависит от выбора истолкования языка L_1. Вот несколько иллюстраций этой зависимости.

Истолкование I_1 *языка* L_1. Предикат P трактуется как свойство "быть человеком", а предикат Q — "быть мифическим существом". Тогда модель M_7 есть реальный фрагмент, а остальные пятнадцать моделей суть нереальные фрагменты.

Истолкование I_2 *языка* L_1. Предикат P трактуется как свойство "быть четным числом", а предикат Q — "быть нечетным числом". Тогда только модель M_1 является реальным фрагментом.

Истолкование I_3 *языка* L_1. Предикат P трактуется как свойство "быть черноглазым человеком", а предикат Q — "быть мифическим существом". Тогда уже не модель M_7, а модель M_3 есть реальный фрагмент (напоминаем, что Клинтон голубоглаз).

Истолкование I_4 *языка* L_1. Предикат P трактуется как свойство "быть одушевленным", а предикат Q — "быть глокой куздрой". Тогда модели M_6–M_8, модели M_{10}–M_{12} и модели M_{14}–M_{16} суть реальные фрагменты, в то время как остальные модели — нереальные фрагменты. При этом предполагается, конечно, что полная неясность свойства "быть глокой куздрой" истолковывается как утверждение: "глокой куздрой" является все, что угодно.

Если уточнить свойство "быть одушевленным", исключив из числа одушевленных любые мифические существа, то модели M_{10}–M_{12} и M_{14}–M_{16} превратятся в нереальные фрагменты. Кроме того, дополнительно по–разному конкретизируя первоначально совершенно неясное понятие "глокая куздра", можно отнести к нереальным фрагментам две или все три из моделей M_6–M_8.

Приведенные примеры показывают, что и в общем случае любое истолкование языка L позволяет однозначно задать дихотомию требуемого вида на классе $M\Omega$ всех моделей этого языка. С другой стороны, сама возможность любой такой дихотомии предполагает какое-то истолкование языка. Иными словами, мы хотим сказать следующее:

а) если I — какое-то истолкование языка L (сигнатуры Ω), а M произвольная модель этого языка, то (частичный на классе всех объектов внимания) предикат RF определен на объекте (I,M) и не определен на объекте M;

б) истолкованию I однозначно соответствует предикат RF_I на $M\Omega$ (разбиение класса $M\Omega$ на две части) такой, что

$$(\forall M \in M\Omega)(RF_I(M) \Leftrightarrow RF((I,M))). \tag{3}$$

Условимся объем предиката RF_I обозначать через $|RF_I|$ и называть ***интерпретацией*** языка L пару (I,M), где I — истолкование языка L, M — его модель. Согласно п."а", фраза: "Модель M — реальный (нереальный) фрагмент" не является, если судить строго, правильным оборотом речи. Строго говоря, в качестве реальных и нереальных объектов следует рассматривать именно интерпретации, а не просто модели языка L. Причем, если мы знаем, что некоторая интерпретация a, $a =$ (I,M), есть реальный (нереальный) фрагмент, т.е. знаем, что RF((I,M)) (не RF((I,M))), то интерпретацию a будем называть ***позитивным*** (***негативным***) ***фактом*** a. Установить позитивный (негативный) факт a значит узнать, что RF(a) (не RF(a)). Такого рода установление называется ***опытом***[3]. Очевидно, всякий такой опыт ob может быть ***представлен*** парой (RF,a) : $ob =$ $=$ (RF,a).

Согласно п."б", каждое истолкование I языка L определяет разбиение класса $M\Omega$ на две части: класс моделей $|RF_I|$ и класс моделей $M\Omega \setminus |RF_I|$. Однако из п."б" совместно с п."а" не следует, что знать истолкование I значит знать и указанное разбиение. Ввиду (3), чтобы определить, принадлежит ли модель M классу $|RF_I|$, требуется ***не только знать истолкование*** I, но и ***установ-***

---

[3]Это, конечно, очень обобщенное, по сравнению с обычным словоупотреблением, понимание термина "опыт", ибо здесь допускаются к рассмотрению и такие интерпретации $a =$ (I,M), где M — ***бесконечная*** модель.

вить позитивный или негативный факт $a = (\mathrm{I},\mathrm{M})$. В приведенном выше примере, зная истолкование I_2 языка L_1, мы вправе отнести модель M_2 к реальным фрагментам только тогда, когда установим факт, что Клинтон не черноглаз. Здесь прослеживается аналогия с тем, что знать программу вычисления числа — это еще не значит знать само число. Отсюда, между прочим, следует, что истолкование I языка L не отождествляется с разбиением класса моделей $\mathrm{M}\Omega$ этого языка на две части (т.е. с предикатом $\mathrm{RF_I}$) и остается в контексте обсуждаемых вопросов *исходным* (*неопределяемым*) понятием.

Вернемся к обсуждению стандартного подхода к научным теориям. Процедуру задания предикатов $\mathrm{S_h}$ и $\mathrm{W_h}$ можно теперь поэтапно описать следующим образом.

Этап 1. Выбирается язык $\mathrm{L_h}$ (сигнатура Ω_h) и истолкование $\mathrm{I_h}$ этого языка.

Этап 2. Выбирается аксиоматическая система S_h в языке $\mathrm{L_h}$ так, чтобы $S_\mathrm{h} \neq P(\mathrm{L_h})$, где $P(\mathrm{L_h})$ — множество всех предложений языка $\mathrm{L_h}$. Объемом $|\mathrm{S_h}|$ предиката $\mathrm{S_h}$ объявляется класс интерпретаций, определяемый условием

$$|\mathrm{S_h}| = \{(\mathrm{I_h},\mathrm{M}) |\ \mathrm{M} \in \mathrm{Mod}(S_\mathrm{h})\},$$

где $\mathrm{Mod}(A)$ обозначает класс всех моделей произвольного множества A предложений языка $\mathrm{L_h}$.

Этап 3. Выбирается аксиоматическая система W_h в языке $\mathrm{L_h}$ так, чтобы $S_\mathrm{h} \subseteq W_\mathrm{h} \neq P(\mathrm{L_h})$. Объемом $|\mathrm{W_h}|$ предиката $\mathrm{W_h}$ объявляется класс интерпретаций, определяемый условием

$$|\mathrm{W_h}| = \{(\mathrm{I_h},\mathrm{M}) | \mathrm{M} \in \mathrm{Mod}(W_\mathrm{h})\}.$$

Таким образом, научная теория h однозначно задается четверкой $(\Omega_\mathrm{h}, \mathrm{I_h}, S_\mathrm{h}, W_\mathrm{h})$. Представление

$$\mathrm{h} = (\Omega_\mathrm{h}, \mathrm{I_h}, S_\mathrm{h}, W_\mathrm{h}) \tag{4}$$

называется *стандартным представлением*, или *стандартной логической реконструкцией* (*идеализацией*); тройка

(Ω_h, S_h, W_h) — *формализмом*, а истолкование I_h — *содержательным базисом* научной теории h[4].

Как мы уже отметили выше, цель задания научной теории — сформулировать конкретное предположение вида (1). Стандартное представление (4) обеспечивает достижение этой цели при дополнительном соглашении относительно того, как от четвертки $(\Omega_h, I_h, S_h, W_h)$ перейти к процедуре проверки условия (2) для любого объекта внимания a. Собственно говоря, такая процедура — это смысл предположения (1), а, следовательно, и *смысл теории* h. В качестве процедуры проверки условия (2) предлагается следующая последовательность шагов[5].

Шаг 1. Рассматривается (произвольный) объект внимания a. Располагая Ω_h и I_h, выясняем, является ли a интерпретацией языка сигнатуры Ω_h при истолковании I_h. Если нет, то объявляем, что объект a не относится к теории h, не опровергает, следовательно, теорию h, и мы готовы рассматривать какой-то другой объект внимания a_1. Если да, то устанавливаем, какая именно модель M из $M\Omega_h$ является вторым членом интерпретации a, и переходим к следующему шагу.

Шаг 2. Располагая S_h, выясняем, принадлежит ли $a = (I_h, M)$ классу $|S_h|$, т.е. принадлежит ли модель M классу $\mathrm{Mod}(S_h)$. Если нет, то объявляем, что объект a не относится к предметам теории h, не опровергает, следовательно, теорию h, и мы готовы рассматривать другой объект внимания. Если да, то объявляем, что объект a относится к предметам теории h, и переходим к следующему шагу.

Шаг 3. Устанавливаем, является ли предмет теории $a = (I_h, M)$ реальным фрагментом, т.е. верно ли, что $\mathrm{RF}((I_h, M))$.

---

[4] К сожалению, в философской литературе стандартное представление (4) скорее молчаливо подразумевается, чем явно указывается. К вящей путанице, например, на теорию h ссылаются часто как на тройку (L_h, I_h, W_h), называя ее просто "интерпретированной теорией W_h (в языке L_h)" и, тем самым, игнорируя S_h.

[5] Вопрос, какими средствами можно (если можно) осуществить исполнение каждого шага из этой последовательности, — за пределами темы настоящей статьи.

Если не верно, что $\mathrm{RF}((\mathrm{I_h}, \mathrm{M}))$, то объявляем a несущественным предметом теории ввиду его нереальности и готовы рассматривать другой объект внимания. Если да, то объявляем a фактом, существенным для теории h, затем переходим к завершающему шагу 4.

Шаг 4. Располагая W_h, выясняем, принадлежит ли существенный для теории факт a классу $|\mathrm{W_h}|$, т.е. принадлежит ли модель M из $(\mathrm{I_h}, \mathrm{M}) = a$ классу $\mathrm{Mod}(W_\mathrm{h})$. Если да, то объявляем, что факт a согласуется с теорией h. Если нет, то объявляем, что факт a опровергает теорию h.

Предположение вида (1) тривиально в двух крайних (вырожденных) случаях: когда оно заведомо согласуется с любым фактом и когда заведомо существует факт, опровергающий это предположение. Следует заметить, что изложенное соглашение о процедуре проверки теории h (совместно с условием $W_\mathrm{h} \neq P(\mathrm{L_h})$ и еще одним не отмеченным нами условием на связь между S_h и W_h[6]) исключают из числа возможных второй случай, оставляя (когда $S_\mathrm{h} = W_\mathrm{h}$) допустимым первый. Таким образом, в рамках традиционного подхода формулировка заведомо опровержимых научных теорий исключена.

Очевидно, что две произвольные теории $\mathrm{h_1} = (\Omega_{\mathrm{h_1}}, \mathrm{I_{h_1}}, S_{\mathrm{h_1}}, W_{\mathrm{h_1}})$ и $\mathrm{h_2} = (\Omega_{\mathrm{h_2}}, \mathrm{I_{h_2}}, S_{\mathrm{h_2}}, W_{\mathrm{h_2}})$ вида (4) сравнимы тогда и только тогда, когда: $\Omega_{\mathrm{h_1}} = \Omega_{\mathrm{h_2}}$; $\mathrm{I_{h_1}} = \mathrm{I_{h_2}}$; $(S_{\mathrm{h_1}} \subseteq S_{\mathrm{h_2}} \subseteq W_{\mathrm{h_2}} \subseteq W_{\mathrm{h_1}}) \vee (S_{\mathrm{h_2}} \subseteq S_{\mathrm{h_1}} \subseteq W_{\mathrm{h_1}} \subseteq W_{\mathrm{h_2}})$. При этом первый дизъюнкт указанной дизъюнкции говорит, что теория $\mathrm{h_1}$ сильнее, чем теория $\mathrm{h_2}$, второй — что теория $\mathrm{h_1}$ слабее, чем теория $\mathrm{h_2}$.

Всякую теорию $\mathrm{h} = (\Omega_\mathrm{h}, \mathrm{I_h}, S_\mathrm{h}, W_\mathrm{h})$ такую, что $S_\mathrm{h} = W_\mathrm{h}$, будем называть ***минимальной***, или ***безрисковой***. Ясно, что для

---

[6]Речь идет об условии, необходимом для того, чтобы правильно учесть роль теоретических терминов (если они есть) при формулировке и проверке научной теории. В контексте данной статьи проблема теоретических терминов не существенна, поэтому нет необходимости выписывать это условие явно. Ср.: [5, гл.3].

любых двух теорий $\mathfrak{h}$ и $\mathfrak{g}$, если $\mathfrak{g} \geq \mathfrak{h}$ и $\mathfrak{g}$ — минимальная теория, то $\mathfrak{h} = \mathfrak{g}$.

Пусть теория $\mathfrak{h}$ задана в виде (4) и p — произвольное предложение языка $L_{\mathfrak{h}}$ (сигнатуры $\Omega_{\mathfrak{h}}$). Говорим, что предложение p $\mathfrak{h}$-*ложно на* $(I_{\mathfrak{h}}, M)$, если $RF((I_{\mathfrak{h}}, M)) \wedge M \in Mod(S_{\mathfrak{h}}) \wedge M \models \neg p$, и $\mathfrak{h}$–*истинно на* $(I_{\mathfrak{h}}, M)$ — в противном случае. Ясно, что предложение p будет $\mathfrak{h}$-истинно на $(I_{\mathfrak{h}}, M)$ тогда и только тогда, когда

$$RF((I_{\mathfrak{h}}, M)) \wedge M \in Mod(S_{\mathfrak{h}}) \Rightarrow M \models p. \qquad (5)$$

Предложение p называется $\mathfrak{h}$–*истинным*, если соотношение (5) справедливо для любой интерпретации $(I_{\mathfrak{h}}, M)$ т.е., если

$$(\forall M \in M\Omega_{\mathfrak{h}})(RF((I_{\mathfrak{h}}, M)) \wedge M \in Mod(S_{\mathfrak{h}}) \Rightarrow M \models p). \qquad (6)$$

Далее, естественно было бы называть $\mathfrak{h}$–аналитически истинными как раз такие предложения языка $L_{\mathfrak{h}}$, $\mathfrak{h}$–истинность которых можно установить *заведомо*, т.е. по одному лишь стандартному представлению теории $\mathfrak{h}$ — вне зависимости от того, каков предикат RF. Идею "заведомой $\mathfrak{h}$–истинности" легко выразить точно, используя в метаязыке формулировки второго порядка. Именно: мы говорим, что *соотношение* (6) *выполняется заведомо*, если

$$(\forall X)(\forall M \in M\Omega_{\mathfrak{h}})(X((I_{\mathfrak{h}}, M)) \wedge M \in Mod(S_{\mathfrak{h}}) \Rightarrow M \models p), \qquad (7)$$

где X — предикатная переменная для одноместных предикатов, определенных на классе $\{(I_{\mathfrak{h}}, M) | M \in M\Omega_{\mathfrak{h}}\}$. Но условие второго порядка (7) логически эквивалентно условию первого порядка $(\forall M \in M\Omega_{\mathfrak{h}})(M \in Mod(S_{\mathfrak{h}}) \Rightarrow M \models p)$, поэтому окончательно мы принимаем следующее определение.

Предложение языка называется:

- $\mathfrak{h}$–*аналитически истинным*, если

$$(\forall M \in M\Omega_{\mathfrak{h}})(M \in Mod(S_{\mathfrak{h}}) \Rightarrow M \models p); \qquad (8)$$

- $\mathfrak{h}$–*аналитически ложным*, если $\neg p$ — $\mathfrak{h}$–аналитически истинное предложение;
- (просто) $\mathfrak{h}$–*аналитическим*, если оно $\mathfrak{h}$–аналитически истинное или $\mathfrak{h}$–аналитически ложное;

• h–*синтетическим*, если оно не h–аналитическое.

Соотношение (8) говорит о том, что для данной теории h множество всех h–аналитически истинных предложений совпадает с S_h. В самом деле, предположим, что $p \in S_h$. Тогда (8) выполняется очевидным образом. Следовательно, если $p \in S_h$, то p — h–аналитически истинное. Следовательно, все предложения из S_h — h–аналитически истинные. Предположим, что $p \notin S_h$. Тогда по теореме о полноте найдется такая модель $M \in Mod(S_h)$, что не $M \models p$. Следовательно, если $p \notin S_h$, то (8) не выполняется. Следовательно, в этом случае p не является h–аналитически истинным предложением. Следовательно, h–аналитически истинными предложениями являются только предложения из S_h[7].

Легко убедиться, что для любого h–синтетического предложения p не только нельзя заранее, т.е., без предварительного установления фактов, обнаружить его h–истинность, но оно и вовсе может быть не h–истинным, а всего лишь h–истинным *на* какой-то *конкретной* интерпретации (I_h, M). Это обстоятельство можно выразить иначе, сказав, что h–синтетические предложения являются h–*апостериорными*, в то время как h–аналитические — h–*априорными*.

Подведем итоги сказанному.

I. Определенный смысл имеют только *относительные* понятия h–аналитического, h–синтетического, h–априорного, h–апостериорного предложения, а не соответствующие им *абсолютные* (*безотносительные*) понятия *вообще* аналитического, *вообще* синтетического, *вообще* априорного, *вообще* апостериорного суждения. Последние с современной точки зрения выглядят слишком темными.

II. Если считать *предложениями теории* h предложения языка этой теории, то понятие h–аналитического предложения теории h *равно по объему* понятию h–априорного предложения этой

---

[7]Поскольку $S_h \subseteq W_h$, множество предложений S_h называют h–*аналитической компонентой*, а множество $W_h \setminus S_h$ — h–*синтетической компонентой* (*аксиоматической*) *системы* W_h. h–Синтетическая компонента системы W_h, в отличие от h–аналитической, не является аксиоматической (т.е. дедуктивно замкнутой) системой.

теории, а понятие h–синтетического предложения теории h — понятию h–апостериорного предложения теории h.

III. Понятие *опыта* уточняется как *применение предиката* RF *к* произвольной *интерпретации* (I_h, M).

IV. Нигде не потребовалось ссылаться на *условия возможности опыта*, поэтому нигде не потребовалось и уточнять, что это такое.

Учет этих итогов — решающий фактор в формировании современных позиций по отношению к эпистемологии Канта. Напрашивается, например, следующий ход мысли. Согласно п.I, кантовские разграничения *аналитическое/синтетическое* и *априорное/апостериорное* либо темны, либо должны трактоваться как разграничения h–*аналитическое*/h–*синтетическое* и h–*априорное*/h–*апостериорное*. В такой трактовке главное эпистемологическое заявление Канта выглядит так: существует теория h такая, что множество h–синтетических предложений теории h и множество h–априорных предложений теории h имеют непустое пересечение. Согласно п.II, такое утверждение ложно.

Далее, согласно п.III, *условия возможности опыта* — это *условия возможности применения предиката* RF к произвольной интерпретации (I_h, M) в связи с проверкой теории h. В принципе, они подлежат, вероятно, исследованию и уточнению. Но все дело в том, что, согласно п.IV, ошибочность главного кантовского заявления устанавливается *независимо* от такого исследования или уточнения. Следовательно, если Кант считает, что его трансцендентальный метод приводит к ожидаемому им эффекту, то здесь Кант неизбежно что–то путает. Причем эта путаница не может быть устранена — *с благоприятным для Канта результатом* — за счет любых уточнений условий применимости предиката RF. В этом смысле кантовская идея трансцендентального метода не поддается приемлемому уточнению.

Таким образом, в соответствии с излагаемым ходом мысли, кантовская эпистемология *и* ошибочна (в одной части), *и* безнадежно темна (в другой части). Этот или близкий к этому ход рассуждения типичен для большинства нынешних авторов, пишущих о Канте, и они–то и составляют первый из двух ранее упомянутых лагерей современных эпистемологов.

Более осторожную позицию занимают те, кто составляют второй лагерь. Они подчеркивают, что термин "опыт" не всегда понимается Кантом в соответствии с п.III, а, следовательно, и тесно связанное с ним понятие априорности, возможно, не всегда разумно уточнять как "h–априорность". Более того, при этом и само понятие научного знания, возможно, не всегда следует уточнять так, как это было сделано выше — в виде отдельной научной теории h. В конце концов, не исключено, что отмечаемые почти всеми комментаторами неоднозначности кантовской эпистемологической терминологии — вовсе не сбои кантовской мысли, а преднамеренные шаги. Шаги, имеющие целью указать на то, что научное знание — это нечто вроде "изделия двойного назначения". Например, научное знание — это *и* способ высказать гипотетическое утверждение вида (1), *и* способ формулировать какие–то осмысленные вопросы и искать на них ответы. Причем опять–таки не исключено, что эти две функции, совмещенные в одном научном исследовании, могут находиться друг с другом в очень разных отношениях — от гармонии до конфликта.

Словом, члены рассматриваемой немногочисленной группы философов (Дитер Хенрих [6], Патриция Китчер [4], Дёрк Перебум [7]) призывают шире исследовать подобные возможности и даже намечают здесь некоторые конкретные пути. В частности, Патриция Китчер в цитированной выше работе [4] предлагает альтернативные к п.III понимания и "опыта", и "условий возможности опыта". Предварительно заметив, что "Кант имел дело с когнитивным — в противоположность спортивному или сексуальному — опытом", она далее пишет: "Когда Кант ссылается на возможность опыта вообще, он, я полагаю, ссылается на различные *познавательные задачи* (курсив наш — К.С.), которые составляют весь наш когнитивный репертуар. Чтобы избежать возможности пустых двусмысленностей, я буду описывать Канта как изучающего необходимые условия для той или иной конкретной когнитивной задачи" [4, с.288–289]. Такое изучение и является, согласно Китчер, тем, что называется "трансцендентальным методом".

Упомянутый "когнитивный репертуар", а потому и "трансцендентальный метод", Китчер полагает нужным описывать в терминах психологии. Отсюда понятно, что её прочтение Канта, какими бы достоинствами в других отношениях оно ни обладало, обречено все-таки на изрядную размытость при нынешнем уровне развития психологии. Никаких других *более точных* истолкований трансцендентального метода Канта в этой группе философов пока не предложено.

Между тем, одно такое прочтение можно извлечь, — как мы уже сказали в преамбуле, — из так называемого "нового подхода" к основаниям математики Ю.Л.Ершова.

§ 3. "Новый подход" Ершова

В существующих публикациях [5, гл.7; 8; 9] "новый подход" изложен применительно к программе Гильберта. Однако он значим и за пределами этой темы, поскольку одна из главных его частей — анализ общего вопроса: как устроен процесс решения математических задач? Именно эта часть важна для дальнейшего, и мы постараемся изложить её в отвлеченном виде — безотносительно к программе Гильберта.

Когда мы говорим, что "имеем дело с конкретной задачей", мы стремимся к двум вещам. Сначала мы стремимся дать корректную *постановку* задаче (точно *сформулировать*, точно *понять* и т.д. задачу), затем мы стремимся найти её *решение*. При этом мы никогда не забываем, что осуществление решения, если оно удалось, *приносит* нам знание, но часто не учитываем, что осуществление постановки *предполагает* некоторое знание. Такого рода недоучету психологически способствует то обстоятельство, что обычно мы *ставим* задачу (формулируем и понимаем) в рамках одной теории, а *решаем* её в рамках другой. И почему-то только последнюю теорию и признаем за ту, которой мы пользуемся, обманывая, таким образом, себя и проявляя неблагодарность по отношению к первой теории. Между тем, если быть до конца честными и действительно пользоваться *только* одной явным образом фиксированной теорией, то нельзя ли ожидать, что, хотя *решение* рассматриваемой задачи в ней может быть найдено, *поставить* эту задачу в ней невозможно? Нельзя ли думать, что мы попадем в положение некоего мистера Квимси, который "после двадцати лет упорного труда нашел ответ, но к тому времени забыл, в чем состоял вопрос" [10]? Надо полагать, мы уловим существенную особенность процесса решения задач, если выясним, действительно ли возможен подобный конфуз.

В этой связи приобретает актуальность вопрос: что такое вообще осмысленная математическая задача? Согласно [5,гл.7; 8; 9], ответ таков: осмысленная математическая задача — это то, что формально может быть представлено в виде так называемой "S–задачи". Имеются в виду следующие определения.

Пусть $\boldsymbol{\varphi} = (S, \varphi)$ — упорядоченная пара, где S —произвольная формальная первопорядковая система в языке L, объемлющем язык арифметики, не содержащая среди своих теорем арифметически ложных утверждений; φ —произвольная формула в L, содержащая точно одну свободную переменную. Тогда $\boldsymbol{\varphi}$ называется *S–задачей* (*задачей внутри S*), если и только если S и φ удовлетворяют специальному ограничению — так называемым "условиям осмысленности" (их формулировки приведены в [5, 8 и 9]).

Если $\boldsymbol{\varphi} = (S, \varphi)$ — S–задача, то S называется *$\boldsymbol{\varphi}$–проблемной системой*, φ — *формулировкой для* $\boldsymbol{\varphi}$, а всякая модель M системы S — *$\boldsymbol{\varphi}$–проблемной моделью*.

Если $\boldsymbol{\varphi} = (S, \varphi)$ — S–задача, то натуральное число n называется *решением* (или *нерешением*) (для) $\boldsymbol{\varphi}$ тогда и только тогда, когда предложение $\varphi(n)$ (или $\neg\varphi(n)$) выполняется на всех $\boldsymbol{\varphi}$–проблемных моделях, т.е. когда $S \vdash \varphi(n)$ (или $S \vdash \neg\varphi\ (n)$).

Мотивировку и развернутое содержательное истолкование этих определений читатель найдет в каждой из указанных публикаций. Поэтому здесь мы ограничимся минимальным пояснением их в виде трех отдельных замечаний.

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Представляется разумным полагать, что человек *понимает* беспокоящую его математическую задачу, если и только если любой текст, предъявляемый его вниманию на выбранном им языке, он в состоянии распознать, как утоление или как неутоление упомянутого беспокойства. Нелепо, например, говорить, что некто понял задачу, решил её, но не знает (продолжает беспокоиться), решил ли он её. Либо он решил чужую (понятную нам, но не ему) задачу, либо он не дорешал свою — ему осталось еще убедиться в том, что найденное решение действительно есть тот текст, который его *удовлетворяет*. Словом, *понятная* человеку задача не может иметь неубедительных для него решений. Неубедительное решение *понятной* задачи — вообще не решение, более того, оно — убедительное *нерешение*. Поэтому, если читатель *не в состоянии* (*не обладает таким запасом знаний, чтобы*) признать решением или нерешением данной задачи *любой* произвольно взятый текст на выбранном им языке, то это гарантия, что рассматриваемая задача ему не вполне понятна, что она для него недоосмысленна. С другой стороны, если читатель *обладает* указанным запасом знаний, но *не знает*, что он им обладает, то и в этом случае нелепо говорить, что он понимает задачу, ибо пришлось бы добавлять: но не понимает, что он её понимает.

Так вот, эти соображения учтены формулировкой упомянутых условий осмысленности и предлагаемым в "новом подходе" содержательным истолкованием определений. (В этом истолковании S истолковывается как система рассуждений, используемых при осмыслении задачи, а натуральное число n — как текст, претендующий на то, чтобы быть решением или нерешением осмысливаемой задачи (предполагается, что задана нумерация всех текстов выбранного языка).)

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Если $\varphi = (S, \varphi)$ — S–задача, то для любого натурального числа n либо $S \vdash \varphi(n)$, либо $S \vdash \neg\varphi(n)$. (Однако утверждение: "Для любого числа n либо $S \vdash \varphi(n)$, либо $S \vdash \neg\varphi(n)$" не означает заведомой разрешимости S–задачи φ в S. Читателю следует помнить, что n кодирует не "ответ", а "обоснование ответа" ("решение") задачи φ. Поэтому S–задача φ *разрешима в* S тогда и только тогда, когда либо $S \vdash \varphi(n)$ для некоторого n, либо $S \vdash \forall x \neg\varphi(x)$.)

ЗАМЕЧАНИЕ 3. Отнюдь не всякая первопорядковая система S (в языке, объемлющем язык арифметики), не содержащая среди своих теорем арифметически ложных утверждений, годится на роль φ–проблемной системы для какой-нибудь S–задачи φ. Напротив, легко указать такую систему S, что никакая пара вида (S, φ) не является S–задачей. Более того, таковы как раз *обычные* в научной практике системы (см.,например, теоремы 7.3.1 и 7.3.2 в [5]).

В соответствии с приведенными определениями, слова "*решить данную* S-задачу $\boldsymbol{\varphi}$" означают: указать такое натуральное число n, чтобы n оказалось решением для $\boldsymbol{\varphi}$. Удобно ввести еще одно определение.

Для произвольных S, φ, T и n, если пара $\boldsymbol{\varphi} = (S, \varphi)$ — S–задача, n — натуральное число, T — система (в том же языке, что и система S) такая, что $T \vdash \varphi(n)$, то n называется *решением* (*для*) *S–задачи* $\boldsymbol{\varphi}$ *в* (*системе*) T тогда и только тогда, когда T — непротиворечивая надсистема (системы) S.

В силу замечания 2 очевидно, что для произвольных S, φ, T и n, если $\boldsymbol{\varphi} = (S, \varphi)$ — S–задача, n — решение S–задачи $\boldsymbol{\varphi}$ в T, то n — решение S–задачи $\boldsymbol{\varphi}$. И, наоборот, если n — решение S–задачи $\boldsymbol{\varphi}$, T — непротиворечивая надсистема системы S, то n есть также решение S–задачи $\boldsymbol{\varphi}$ в T.

Теперь математическую деятельность, направленную на решение какой–то задачи, можно мыслить состоящей из следующих трех стадий. На первой стадии мы фиксируем некоторую такую тройку (L, S, φ), что S — аксиоматическая система в языке L, $\boldsymbol{\varphi} = (S, \varphi)$ — S–задача, и заявляем (другим и себе), что собираемся решать именно эту задачу. После и только после выполнения этой стадии мы знаем, какие модели языка L вообще интересны в связи с данной задачей, — именно те, которые являются $\boldsymbol{\varphi}$–проблемными. Вот это знание и является как раз тем, которое выше мы назвали знанием, *предполагаемым* постановкой задачи.

При этом подразумевается, что сама указанная стадия называется *постановкой* задачи.

На второй стадии мы дополнительно фиксируем некоторую непротиворечивую *над*систему T системы S и принимаем план: искать решение нашей S–задачи $\boldsymbol{\varphi}$ в T. Дело в том, что поскольку T — *над*система системы S, то найти решение S–задачи $\boldsymbol{\varphi}$ *в* T (установить факт $T \vdash \varphi(n)$) может оказаться практически более легким делом, чем найти это же самое решение в исходной системе S (установить $S \vdash \varphi(n)$).

Мы говорим, что осуществили подготовку к решению задачи, если и только если выполнили обе названные стадии.

На третьей стадии мы пытаемся найти хотя бы одно решение нашей S–задачи $\boldsymbol{\varphi}$ в системе T, т.е. доказать в T предложение вида $\varphi(n)$ хотя бы для одного числа n. Если это нам *не* удалось, то либо наша S–задача вообще не имеет решений, либо наш план насчет T оказался не совсем удобным для практического исполнения и должен быть исправлен заменой T на какую–то другую надсистему T' системы S. Если же нам *удалось* доказать в T предложение вида $\varphi(n)$, то, в результате, мы располагаем знанием, которое выражается следующими тремя утверждениями:

(α) $T \vdash \varphi(n)$;

(β) $S \subseteq T$;

(χ) S — $\boldsymbol{\varphi}$–проблемная система для $\boldsymbol{\varphi} = (S, \varphi)$. Можно это знание выразить также словами: n есть решение S–задачи $\boldsymbol{\varphi}$.

Следует подчеркнуть, что здесь существенны все три утверждения $(\alpha), (\beta), (\chi)$. Если мы располагаем только утверждением (α), мы знаем всего лишь тот факт, что в системе T выводимо предложение $\varphi(n)$, и не знаем ничего более интересного. Если мы располагаем только утверждениями (α) и (χ), мы знаем два не связанных общим интересом факта: факт, что в системе T выводимо предложение $\varphi(n)$, и факт, что S — $\boldsymbol{\varphi}$–проблемная система. И лишь добавив к (α) и (χ) утверждение (β), мы свяжем интересующим нас образом предыдущие два факта, получив право утверждать, что, доказав в T предложение $\varphi(n)$, мы доказали, что n есть решение именно S–задачи $\boldsymbol{\varphi}$.

Следует также подчеркнуть, что каждая из двух систем S и T, с которыми мы имеем дело, вносит свой специфический вклад в окончательный результат. Специфика этих вкладов легко усматривается. Если бы в (α) и (β) вместо системы T фигурировала, не нарушая при этом истинности (α) и (β), какая-то отличная от T система T', то мы все равно имели бы прежний результат. То есть имели бы право сказать: n есть решение S–задачи $\boldsymbol{\varphi}$ (хотя теперь n есть уже решение S–задачи $\boldsymbol{\varphi}$ в T', а не в T). Но если мы, оставив без изменения всё остальное, заменим в (β) и (χ) систему S на какую-нибудь отличную от нее систему S' и при этом не нарушим истинности (β) и (χ), то мы получим совершенно другой результат: n есть решение S'–задачи $\varphi' = (S', \varphi)$ (а не S-задачи $\varphi = (S, \varphi)$).

Таким образом, единственный случай, при котором мы можем избежать, — пользуясь для *решения* и *постановки* задачи *одной и той же* теорией, — конфуза мистера Квисми, есть тот, когда мы в качестве системы T выбираем фиксированную на предыдущей стадии системы S. В силу замечания 3, этот случай практически не встречается (хотя в принципе не исключен). Поэтому важно подчеркнуть, что в общем случае, когда мы говорим, что "имеем дело с конкретной математической задачей", мы имеем в виду подходящую четверку $d = (\mathrm{L}, S, \varphi, T)$ такую, что (S, φ) — S–задача, T — надсистема системы S. А отмеченный исключительный случай характеризуется тем, что для него $d = (\mathrm{L}, S, \varphi, S)$.

Важный для философии математики аспект "нового подхода" состоит из учета того, какое значение может иметь описанный анализ математической деятельности для переосмысливания "программы Гильберта". Однако, как мы предупредили выше, этот аспект, подробно рассмотренный в [5,гл.7; 9], — не та история, которая интересна сейчас. Сейчас достаточно осознать лишь сам этот анализ.

§ 4. Новое прочтение "трансцендентального метода"

Возвращаясь к возможным прочтениям Канта, хотим специально подчеркнуть, что наука отличается от прочих видов знания своей *ответственностью*. Именно признак ответственности противопоставляет научные разговоры разговорам, так сказать, псевдонаучным. Однако в самой этой ответственности легко различить два аспекта. С одной стороны, ответственность предполагает четкие критерии осмысленности высказываний, а они (эти критерии), в свою очередь, сводятся *к четким требованиям на способы представления* научных теорий. Характер подобных требований — содержание § 2. С другой стороны, ответственность научного знания связана, что, между прочим, отмечается в литературе гораздо реже и менее настойчиво, с еще одной чертой — *целенаправленностью*. То есть с таким характером знаний, который позволяет рассматривать процесс его (знания) получения в терминах "проблема – решение проблемы". Речь идет о том, что если в процессе познавательной деятельности мы не приближаемся к решению никакой *проблемы*, то эта познавательная деятельность не состоятельна в качестве именно *научной*. Если вместе с поэтом мы восклицаем: "Унылая пора! Очей очарованье!", — то этим самым мы подводим, разумеется, итог какого–то познавательного процесса, но констатация печальной прелести осени не есть ответ на какой–либо прежде поставленный вопрос, и, стало быть, не есть *научный* результат. Здесь легко усматривается намек на то, что не всякий опыт в обычном понимании — это обязательно научный опыт, и что возможность опыта *быть научным* как–то должна быть связана с *целенаправленностью* научного знания. Собственно говоря, развить именно этот намек — замысел цитированной выше работы Патриции Китчер. В этом же состоит и замысел получить новое прочтение кантовского "трансцендентального метода" из "нового подхода" Ершова.

Как легко понять из определений предыдущего параграфа, найти конкретное решение n конкретной S–задачи $\boldsymbol{\varphi} = (S, \varphi)$ — это то же самое, что найти любую такую модель М языка L, которая будет удовлетворять следующим двум условиям:

1) М — $\boldsymbol{\varphi}$-проблемная модель;

2) денотат $\mathbf{n}$[M] цифры $\mathbf{n}$ (для числа n) в М принадлежит денотату φ[M] формулы φ в этой модели.

Это значит, конечно, что, собираясь решать какую–либо математическую задачу, т.е. какую–либо S–задачу $\boldsymbol{\varphi} = (S, \varphi)$ в языке L, мы бываем заинтересованы в поиске любой такой специальной модели языка L, специфика которой определяется только что отмеченными условиями 1 и 2. При этом заведомо без ущерба для дела мы можем ограничить поле поиска только моделями системы T, если мы заранее знаем, что T — непротиворечивое расширение $\boldsymbol{\varphi}$–проблемной системы S. В соответствии с определением, приведенным в § 3, мы говорим в этом случае, что ищем решение нашей задачи не где угодно, а как раз *в* T.

Нужно заметить, что *мотивы* для выбора той или иной S–задачи $\boldsymbol{\varphi}$ могут быть (как правило, являются) содержательными, а не чисто формальными. Они, следовательно, могут зависеть от того или иного *истолкования* I языка L и от тех или иных эмпирических обстоятельств. Тем не менее, специфика модели, искомой при решении этой уже выбранной S–задачи φ, выражается чисто *формально*, — не зависит от выбора истолкования I языка и не апеллирует к эмпирическим фактам.

Не так обстоит дело с задачами за пределами математики. За пределами математики научные задачи понимаются таким образом, что не только мотивы для выбора той или иной из них являются содержательными, но содержательной является также и специфика тех моделей, что ищутся в качестве решения выбранной задачи. Как раз здесь лежит водораздел между чисто математическим и, так сказать, *общенаучным* пониманием термина "задача". Если говорить точно, то речь идет о следующих трех определениях.

Пусть, как и прежде, S — произвольная формальная перво-порядковая система в языке L, объемлющем язык арифметики, φ — формула в L, содержащая точно одну свободную переменную, φ — пара (S, φ). И пусть, кроме того, I — какое–то фиксированное истолкование языка L. Тогда пара $\varphi^\circ = (\mathrm{I}, \varphi)$ называется (I,S)–*задачей*, если и только если φ — S–задача.

Если пара $\varphi^\circ = (\mathrm{I}, \varphi)$ является (I,S)-задачей, то пара (I,S) называется φ°–*проблемной системой*, а всякая пара $a = (\mathrm{I}, \mathrm{M})$, где M — φ–проблемная модель (модель системы S), называется φ°–*проблемной ситуацией*.

Пусть пара $\varphi^\circ = (\mathrm{I}, \varphi)$ — (I,S)–задача. Тогда пара (n, a) называется *решением* (*для*) φ°, если и только если:

(i) n — натуральное число;

(ii) a — φ°–проблемная ситуация ;

(iii) денотат $n[\mathrm{M}]$ цифры n (для числа n) в модели M принадлежит денотату $\varphi[M]$ формулы φ в этой модели;

(iv) a — реальный фрагмент действительности, т.е. RF(a).

Согласно этим определениям, для данного числа n найти конкретное решение вида (n, a) конкретной (I,S)–задачи φ° — это то же самое, что найти любую такую модель M языка L, которая должна удовлетворять следующим трем условиям:

1') M — φ–проблемная модель (модель системы S);

$2'$) денотат n[M] цифры n (для числа n) в модели M принадлежит денотату φ[M] формулы φ в этой модели;

$3'$) RF((I,M)).

А это значит, что собираясь решать какую-либо *общенаучную* задачу, т.е. какую-либо (I,S)-задачу φ° в языке L, мы бываем заинтересованы в поиске любой такой специальной модели языка L, специфика которой выражается не только формальными требованиями $1'$ и $2'$, но — в отличие чисто математического случая — зависит также от истолкования I и предиката RF (требование $3'$). При этом нужно заметить, что требования $1'$ и $3'$ являются общими сразу для всех возможных, — коль скоро фиксированы I и S, — (I,S)-задач.

Таким образом, естественно возникает вопрос: нельзя ли описать класс всех моделей языка L, удовлетворяющих условиям $1'$ и $3'$, более определённо, чем просто заявив, — при постановке (I,S)-задачи φ°, — что этот класс содержится в классе всех моделей системы S? Например, нельзя ли предположить, что класс всех моделей языка L, удовлетворяющих условиям $1'$ и $3'$, содержится в классе Mod(W) всех моделей некоторой *над*системы W системы S? Ведь такое более определенное описание позволило бы облегчить поиск решений любых (I,S)-задач тем, что оно сузило бы исходное поле поиска. К сожалению, из-за условия $3'$ утвердительный ответ на этот вопрос неизбежно рискован всякий раз, когда он не тривиален, т.е. когда в нем предполагается, что W — *собственная* надсистема системы S. Иными словами, статус такого ответа — некоторая специальная ("(I,S)-проблемная") научная теория, определяемая следующим образом.

Пусть $\mathfrak{g}$ — теория, имеющая в языке L стандартное представление $(\Omega, \mathrm{I}, S, W)$. Теория $\mathfrak{g}$ называется (I,S)-*проблемной* тогда и только тогда, когда пара (I,S) — φ°-проблемная система хотя бы для одной (I,S)-задачи φ°.

По этому определению, если $\mathfrak{g} = (\Omega, \mathrm{I}, S, W)$ — (I,S)-проблемная теория, то, принимая её, мы для любой (I,S)-задачи φ° соглашаемся с рискованным предположением, что все решения этой задачи, если они вообще есть, находятся в классе $|\mathrm{W}| = \{(\mathrm{I},\mathrm{M}) | \mathrm{M} \in \mathrm{Mod}(W)\}$. Так как класс |W| заведомо не шире класса $|S| = \{(I, M)|M \in Mod(\mathcal{S})\}$ всех φ°-проблемных ситуаций, то награда за указанный риск — уменьшение разбросанности поиска решений задачи φ°. В этом смысле, всякая (I,$\mathcal{S}$)-проблемная теория является *целенаправленной* (на решение любой из возможных (I,$\mathcal{S}$)-задач). Впрочем, если в каком-либо конкретном случае мы считаем риск, о котором идет здесь речь, вообще недопустимым, мы вправе будем в этом случае считать целенаправленной минимальную (I,$\mathcal{S}$)-проблемную теорию g, т.е. теорию g следующего частного вида: $g = (\Omega, I, \mathcal{S}, \mathcal{S})$.

Любая (I,$\mathcal{S}$)-проблемная теория — это *и* способ высказать гипотетическое утверждение вида (1), *и* способ формулировать какие-то осмысленные вопросы и искать на них ответы. Всякая научная теория со стандартным представлением (4), не являющаяся (I,$\mathcal{S}$)-проблемной[8], не может совмещать эти две функции.

Стало быть характеризовать научную деятельность со стороны её целенаправленности можно следующим образом. Всякая такая деятельность D начинается с постановки какой-то конкретной (I,$\mathcal{S}$)-задачи φ° и затем продолжается поисками одного (или нескольких) из её решений. При этом процесс поиска предваряется принятием некоторой (I,$\mathcal{S}$)-проблемной теории g и ведется "в рамках" этой теории. В той мере, в какой принятие теории g было не опрометчивым (как-то обоснованным или просто удачным) шагом, упомянутые "рамки", заранее ограничивающие поле поиска, *содействуют* успеху, если он вообще возможен, поиска.

Следует подчеркнуть,однако, что приведенное описание несколько схематизирует (и тем самым упрощает) реальную картину научной деятельности. Упрощение заключается в утверждении, что всякая научная деятельность *начинается* с постановки конкретной *задачи*. Если бы дело действительно обстояло именно так, то в научном обиходе встречались бы теории h только лишь частного вида — (I,$\mathcal{S}$)-*проблемные* теории g. Фактически же, науку населяют теории, отнюдь не всегда подпадающие под

---

[8]Согласно теоремам 7.3.1 и 7.3.2 из [5] (ср. замечание 3 предыдущего параграфа), заведомо такова любая теория $h = (\Omega_h, I_h, \mathcal{S}_h, W_h)$, в которой $\mathcal{S}_h$ — надсистема рекурсивной арифметики.

определение (I,S)-проблемных теорий (снова см. замечание 3 в § 3). Это говорит о том, что научная практика не так прямо обнаруживает себя в качестве целенаправленной познавательной деятельности, как это было бы в идеальном случае. На практике зачастую бывает так, что *вначале* совсем не целенаправленно (или целенаправленно, но не в нашем смысле) выдвигается некоторая теория общего типа (4), и только *потом*, если есть к тому специальные мотивы, она рассматривается в связи с той или иной конкретной *задачей*. Иными словами, научной деятельности, как она описана в предыдущем абзаце, на практике зачастую предшествует некий подготовительный этап, который как-то зависит от теории h, не совпадающей, вообще говоря, с теорией g. Здесь нужно высказаться более определённо.

Пусть H — класс всех мыслимых теорий h вида (4), G — подкласс класса H, состоящий из всех мыслимых (I,S)-проблемных теорий g, Φ — класс всех мыслимых (I,S)-задач φ°.

Пара $(\mathrm{h},\varphi^{\circ})$ из $\mathrm{H}\times\Phi$ называется *релевантной*, если и только если: $\mathrm{h} = (\Omega, \mathrm{I}, S_{\mathrm{h}}, W_{\mathrm{h}})$; φ° — (I,S)-задача в языке L сигнатуры Ω; $S_{\mathrm{h}} \subseteq S$, $S \subseteq W_{\mathrm{h}}$. Если пара $(\mathrm{h},\varphi^{\circ})$ не является релевантной, она называется *нерелевантной* парой.

Понятно, что пара $(\mathrm{h},\varphi^{\circ})$ релевантна тогда и только тогда, когда φ° — (I,S)-задача в языке L сигнатуры Ω, и теория h сильнее, чем минимальная (I,S)-проблемная теория $(\Omega, \mathrm{I}, S, S)$. Отсюда следует, что, если пара $(\mathrm{h},\varphi^{\circ})$ нерелевантна и φ° — (I,S)-задача в языке L сигнатуры Ω, то теория h не сравнима с минимальной теорией $(\Omega, \mathrm{I}, S, S)$; будь она сравнимой с $(\Omega, \mathrm{I}, S, S)$, она была бы ей равна, и, следовательно, пара $(\mathrm{h},\varphi^{\circ})$ была бы релевантной.

Отображение $f : H \times \Phi \to G$ называется *приготовлением* тогда и только тогда, когда: $f(\mathrm{h},\varphi^{0}) = (\Omega,\mathrm{I},S,W_{\mathrm{h}})$, если (h,φ^{0}) — релевантная пара; $f(\mathrm{h},\varphi^{0}) = (\Omega,\mathrm{I},S,S)$, если (h,φ^{0}) — нерелевантная пара. Как видим, приготовление можно считать способом получения из каждой нерелевантной пары некоторой минимальной (I,S)-проблемной теории, а из каждой релевантной пары — некоторой (I,S)-проблемной теории, более сильной, чем соответствующая минимальная (I,S)-проблемная теория.

В этих терминах более полное описание целенаправленной научной деятельности D выглядит следующим образом. К произвольной конкретной паре (h, φ^0) из $\mathrm{H} \times \Phi$ сначала применяют приготовление f — упомянутый предварительный этап. Получают некоторую (I,S)–проблемную теорию $\mathrm{g} = f(\mathrm{h},\varphi^0)$. После этого приступают к поиску решения (I,S)–задачи φ^0, пользуясь как было описано выше, теорией g. Очевидно, такой ход исследования задается четверкой вида $(\mathrm{L},\mathrm{I},\varphi^\circ,\mathrm{h})$, где L — язык (сигнатуры Ω); I — истолкование языка L; φ° — конкретная (I,S)–задача в языке L; $\mathrm{h} = (\Omega, \mathrm{I}, S_\mathrm{h}, W_\mathrm{h})$. Тот факт, что конкретная научная деятельность D имеет *представление* $(\mathrm{L},\mathrm{I},\varphi^\circ,\mathrm{h})$, выражается записью

$$\mathrm{D} = (\mathrm{L},\mathrm{I},\varphi^\circ,\mathrm{h}). \tag{9}$$

Идея нового прочтения эпистемологии Канта состоит в том, чтобы кантовское "научное знание" воспринимать всякий раз как некоторую научную деятельность D и соотносить остальные ключевые для Канта понятия с соответствующим представлением вида (9). Эта идея мотивирует введение ещё нескольких определений.

Пара $e = (\mathrm{D}, ob)$ называется *научным* (*целенаправленным*) *опытом*, если и только если $\mathrm{D} = (\mathrm{L},\mathrm{I},\varphi^\circ,\mathrm{h})$; $ob = (\mathrm{RF}, a)$, $a = (\mathrm{I},\mathrm{M})$ — интерпретация языка L при истолковании I.

Пусть $\mathrm{D} = (\mathrm{L},\mathrm{I},\varphi^\circ,\mathrm{h})$; $\mathrm{g} = f(\mathrm{h},\varphi^\circ)$; $e = (\mathrm{D};ob)$; $ob = (\mathrm{RF}, a)$. Предложение p языка L называется D–*истинным* (D–*ложным*) *на* e, если и только если оно g–истинно (g–ложно) на a.

Пусть $\mathrm{D} = (\mathrm{L},\mathrm{I},\varphi^\circ,\mathrm{h})$ и пусть $\mathrm{g} = f(\mathrm{h},\varphi^\circ)$. Предложение p языка L называется:

- D–*истинным*, если и только если оно g–истинно;
- D–*ложным*, если и только если $\neg p$ — g–истинное предложение.

Из этих определений видно, что всегда можно заранее, по одному лишь представлению $\mathrm{D} = (\mathrm{L},\mathrm{I},\varphi^\circ,\mathrm{h})$, не обращаясь к каким–либо наблюдениям ob или опытам e установить D–истинность или D–ложность некоторого предложения p, если и только если оно является g–аналитическим. Стало быть, в этом смысле можно все g–аналитические — в том числе и h–син–

тетические g-аналитические — предложения считать априорными (D-*априорными*), а все g-синтетические — апостериорными (D-*апостериорными*). Поэтому оправдано следующее определение.

Пусть $D = (L,I,\varphi^\circ,h)$ и пусть $g = f(h,\varphi^\circ)$. Предложение p языка L называется:

- D-*априорно истинным*, если и только если оно g-аналитически истинное;
- D-*априорно ложным*, если и только если $\neg p$ — g-аналитически истинное предложение;
- (просто) D-*априорным*, если и только если оно g-аналитически истинное или g-аналитически ложное;
- D-*апостериорным*, если и только если оно g-синтетическое.

Предлагаемое новое прочтение кантовского "трансцендентального метода" сводится к трем приглашениям. К приглашению всякий конкретный раз воспринимать кантовские слова "научное знание" как наименование для какой-то научной деятельности вида (9). К приглашению понимать под "исследованием условий возможности опыта" изучение свойств пар e вида (D,ob), в частности, свойств представлений $D = (L,I,\varphi^\circ,h)$. И, наконец, к приглашению понимать под "априорными (апостериорными) суждениями" D-априорные (D-апостериорные) предложения, а под "синтетическими суждениями *a priori*" — h-синтетические D-априорные предложения.

Если принять эти приглашения, то все основные эпистемологические заявления Канта уже не выглядят "безнадежно темными" или ошибочными. В частности, центральная кантовская идея, что возможны синтетические суждения *a priori*, получает внятное, если не сказать убедительное, обоснование.

В самом деле, пусть $D_1 = (L,I,\varphi^\circ,h)$ и пусть при этом (h,φ°) — релевантная пара такая, что $h = (\Omega, I, S_h, W_h)$; φ° — (I,S)-задача (в языке L сигнатуры Ω); $S_h \subset S, S \subseteq W_h$. Так как (h,φ°) — релевантная пара, то, согласно определению приготовления f, $g = f(h,\varphi^\circ) = (\Omega, I, S, W_h)$. Но тогда очевидно, что существуют h-синтетические D_1-априорные предложения: заведомо таковыми являются, например, все предложения из непустого множества $S \backslash S_h$. Уже отсюда мы заключаем, коль скоро принимается новое прочтение Канта, что синтетические суждения *a priori* действительно возможны.

Мы также придем к этому заключению, если положим: $D_1 = (L, I, \varphi^\circ, h)$; (h, φ°) — нерелевантная пара такая, что $S_h \subset S$.

С точки зрения нового прочтения Канта, лишь в том случае, если бы мы *всегда* полагали, что $D = (L, I, \varphi^\circ, h)$ и $S_h \supseteq S$, мы не смогли бы обнаружить в ходе научной деятельности синтетические суждения *a priori*.

§ 5. Комментарий[9]

За обилием технических деталей трудно сразу разглядеть квинтэссенцию нового прочтения Канта. Читатель может даже заподозрить, что столь благоприятный для Канта вывод нового прочтения основан просто-напросто на "лингвистической уловке" — на произвольном вкладывании в слова Канта такого смысла, который делает заявление Канта внешне верным, но никоим образом не отражает или даже выхолащивает первоначальную суть дела. Поэтому есть резон продемонстрировать упомянутую "квинтэссенцию" на простом и неформальном примере.

Предположим, что Иван поглощен проблемой: любит ли его Марья или нет? Тогда, независимо от того, как обстоит дело фактически, Иван *обязан* считать истинным утверждение, что Марья обладает сознанием. Ибо, как только Иван допустит, что Марья ничего не сознает, он сразу теряет интерес к своей проблеме. Можно сказать также, что проблема теряет для него тот смысл, который делал её захватывающей. Можно также сказать, что имеет место подмена одной проблемы (интересной) другой проблемой (не ясно, какой именно, но ясно, что не интересной в прежнем смысле).

Таким образом, *если уж* (подчеркиваем: *если уж*) Иван озадачен все-таки *первоначальной* проблемой, то ему, *вне зависимости от* каких-либо эмпирических или других привходящих обстоятельств, *нельзя* сомневаться в утверждении, что Марья имеет сознание, и, следовательно, это утверждение *выглядит*

[9] Этим параграфом автор обязан своей дочери. — К.С.

для Ивана истинным *a priori*. С другой стороны, очевидно, что оно *выглядит* для Ивана также и *синтетическим*, ибо Иван сохраняет логическую возможность его отрицать — вместе с потерей интереса к своей проблеме, конечно. Ситуация своеобразная: *вообще-то* Иван *может* сомневаться в том, что Марья обладает сознанием, *но не тогда, когда* он озадачен тем,чем озадачен. Речь, стало быть, идет о том, что *этический* выбор Ивана, т.е. выбор *цели* исследования (выбор *проблемы*, или *задачи*), *предопределяет* в чем-то его *эпистемологическую* установку — необходимость считать определенное синтетическое высказывание априорно истинным.

Причем вовсе не предполагается, что *выбор* проблемы в свою очередь определяется какими-то эпистемологическими соображениями. Напротив, допустимо или даже естественно предполагать, что Иван здесь подобен Пигмалиону, который, как известно, влюбился в Галатею отнюдь не по эпистемологическим причинам — вовсе не потому, например, что был *уверен* в её одушевленности. А раз так, то *источником* априорного знания, которым, как вынужден считать Иван, он располагает, служит сама *формулировка* интересующей Ивана проблемы.

Вопрос: *на самом ли деле* рассматриваемое синтетическое утверждение *является* априорным или оно только *выглядит* таковым для Ивана? Ответ: в данном случае *выглядеть* и *являться на самом деле* — одно и то же. Это становится более или менее ясным, если учесть, что или вопрос звучит как-то не до конца осмысленным, или его можно переформулировать: не делает ли Иван познавательной *ошибки*, относясь ко всему так, как он *логически вынужден* относиться, озаботившись именно той проблемой, которой он *фактически* озаботился? Предыдущие три абзаца показывают, что не делает, и что, напротив, сделал бы, если бы отнесся к рассматриваемому утверждению иначе.

В конце концов, вообще, еще только приступая к обсуждению темы априорной истинности в § 1, можно было бы заметить: любой вопрос о том, истинно ли некоторое конкретное утверждение X, носит не риторический характер *только* в том случае, когда есть цель, ради которой он задается. Но тогда его реальный смысл заключается в том, чтобы на самом деле спросить:

есть ли что-либо, что *заставляет* нас — именно в ходе достижения цели — относиться к X так, как мы привыкли относиться к слову "истинное". Если это упомянутое "что-либо" — *наблюдение*, то мы говорим, что X является истинным *a posteriori*. Если — *не* наблюдение, то мы говорим, что X является истинным *a priori*. Следуя этому словоупотреблению, мы с самого начала должны бы были отказаться от скрытого предубеждения, что всякое априорно истинное утверждение остается таковым всегда и везде, — лишь бы сохранялся язык утверждения вместе со своим истолкованием. В том-то как раз и дело, что это *не* так. Априорная истинность *относительна*, — она зависит от *целевого* контекста. Утверждение, что Марья обладает сознанием, априорно истинно в целевом контексте озабоченности Ивана упомянутой проблемой, и оно же, сформулированное в том же самом языке с тем же самым истолкованием, вовсе не обязано быть априорно истинным в каком-либо другом целевом контексте, например в контексте проблемы, сплела Марья лапти или нет. Учет этого обстоятельства — существенная характеристика *целенаправленности* познавательных устремлений Ивана в рассматриваемой ситуации.

Приведенный пример — *частная* иллюстрация специфической зависимости между выбором задачи и эпистемологическими установками в целенаправленном познании. Квинтэссенция трансцендентального метода в новом прочтении заключается в указании на то, что подобная зависимость *присутствует*, должна *учитываться* и может *использоваться* в *любом* научном исследовании. Описание этой зависимости в *общем* виде — главное содержание § 4.

Заключение

Итак, каков итог?

Согласно предлагаемому новому прочтению трансцендентальной эпистемологии Канта, научно-познавательная деятельность человека по самой своей природе развивается таким образом, что прежде, чем приступить к поискам решения какой-либо проблемы, надо, как минимум, понять саму проблему. Но *понять* проблему - это уже кое-что *утверждать*. Хотя бы утверждать то, что в результате предпринимаемого исследования требуется узнать *то-то и то-то*, а не нечто другое. А это значит, что точная (недвусмысленная) формулировка любой проблемы предполагает принятие в качестве отправных пунктов исследования некоторых утверждений, сомневаться в которых нельзя потому, что они — *условия осмысленности самой проблемы*. Когда в этих утверждениях сомневаются, проблема дискредитируется — теряет свое первоначальное придававшее ей интерес содержание.

Поэтому, осуществляя окончательный выбор проблемы для исследования (придавая исследованию целенаправленный характер) , мы ожидаем получить в результате этого выбора ряд сведений, не подлежащих сомнению именно потому, что мы хотим иметь дело как раз с *этой, а не иной* проблемой. Более того, нам, вообще говоря, ничто не препятствует полученные таким путем "принудительно несомненные" сведения использовать не только для понимания, но и для решения проблемы. В этом — ценность трансцендентального метода.

Вместе с тем очевидно, однако, что трансцендентальный метод *оставляет в тени* и, одновременно, *делает актуальной* другую — также существенную для полного представления о целенаправленном познании, но все же не эпистемологическую — тему. Тему о том, существуют ли и, если существуют, то каковы *причины, мотивы* или иного рода общие *принципы*, обязывающие нас или позволяющие нам интересоваться в конкретных обстоятельствах конкретными проблемами. Тему, принадлежащую так называемым "практическим" философским дисциплинам — этике и эстетике. В этой связи представляется естественным, что Кант после "Критики чистого разума" — основного своего гносеологического труда — написал еще две "Критики". "Критику практического разума", посвященную этике, и "Критику способности суждения", посвященную эстетике. Было бы интересно исследовать, в какой мере анализ условий осмысленности задач, осуществленный в "новом подходе" Ершова, мог бы пригодится для возведения некоторой части этической и эстетической кантовской проблематики на технически современный фундамент — на нечто вроде логики или аксиоматической теории *целеполагания*.

Литература

1. НЕЛЬСОН Л. Замечания о неэвклидовой геометрии и о происхождении математической достоверности// Новые идеи в математике. Сб.восьмой. - СПб., 1914. — С.1-30.

2. КАНТ И. Критика чистого разума. - СПб.: Тайм-аут, 1993.

3. КАНТ И. Пролегомены ко всякой будущей метафизике, могущей появиться как наука. Соч. в 6 томах: т.4(1). - М.: Мысль, 1965.

4. KITCHER P. Revisiting Kant's Epistemology: Skepticism, Apriority, and Psychologism// Noûs. - 1995. - Vol.29, № 3. - P.285-315.

5. ГОНЧАРОВ С.С., ЕРШОВ Ю.Л., САМОХВАЛОВ К.Ф. Введение в логику и методологию науки. - М.: Интерпракс, 1994.

6. HENRICH D. Kant's Notion of a Deduction and the Methodological Background of the First Critique// Furster E.(ed.) Kant's Transcendental Deductions. - Stanford: Stanford University Press, 1989.

7. PEREBOOM D. Kant on Justification in Transcendental Philosophy// Synthese. - 1990. - Vol.85. - P. 25-54.

8. ЕРШОВ Ю.Л., САМОХВАЛОВ К.Ф. О новом подходе к философии математики// Структурный анализ символьных последовательностей. - Новосибирск, 1984. - Вып.101: Вычислительные системы. - С.141-148.

9. ЕРШОВ Ю.Л., САМОХВАЛОВ К.Ф. О новом подходе к методологии математики// Закономерности развития современной математики. - М.: Наука, 1987. - С.85-106.

10. LIEPMANN H.W. The Rise and Fall of Idea in Turbulence// American Scientist. - 1974. - March-Aprill. - P.221-228

Поступила в редакцию
10 января 2003 года.