

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПЛАНИРОВАНИЯ РАЗВИТИЯ СИСТЕМ ТЕХНИЧЕСКИХ СРЕДСТВ*)

В. Л. Береснев

Приведены основные положения разрабатываемой в Институте математики СО РАН концепции управления развитием систем технических средств и описаны математические модели планирования развития таких систем. Концепция базируется на идеологии программно-целевого планирования, а предлагаемые модели рассматриваются как основа компьютерных систем поддержки решений, предназначенных для использования в практической работе.

Исследования по математическому моделированию в интересах планирования развития так называемых систем технических средств проводятся в Институте математики СО РАН с конца 60-х гг. [1, 2]. За это время был выполнен ряд прикладных разработок по обоснованию вариантов развития конкретных систем. И хотя исполнители данных работ в институте были заняты в основном разработкой математических моделей и соответствующего программно-математического обеспечения, одновременно формировалось общее представление о процессах развития систем технических средств и факторах, оказывающих влияние на этот процесс. К настоящему моменту можно говорить о сформировавшейся концепции управления развитием таких систем.

В данной работе приводятся основные положения этой концепции и предлагается построенный на ее базе комплекс математических моделей, который следует рассматривать как ядро разрабатываемых компьютерных систем поддержки решений.

Методологической базой указанной концепции является программно-целевое планирование [5], в основе идеологии которого лежит положение о необходимости четкого формулирования конечных целей и рассмотрения всевозможных вариантов взаимосвязанных и взаимозависимых действий для достижения этих целей. В целом упомянутую концепцию

*) Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 95-01-00989).

можно рассматривать как попытку содержательной трактовки принципов программно-целевого планирования применительно к процессу развития систем технических средств.

Следует подчеркнуть, что и сама концепция, и построенные на ее базе модели ориентированы на непосредственное приложение к практическому планированию. С этим связано, в частности, использование эвристических процедур при построении итоговых решений в процессе согласования частных решений, получаемых на отдельных моделях. Эти процедуры открывают возможность для привлечения к процессу построения решений непосредственно лиц, принимающих решения. А поскольку эвристические способности руководителей всегда были одним из решающих факторов управленческой деятельности, указанное обстоятельство является существенным в плане использования предлагаемой методики в практическом планировании.

1. Системы технических средств

Под термином *технические средства* (ТС) понимаются изделия промышленности, которые применяются для удовлетворения той или иной общественной потребности. Практически в качестве ТС чаще всего рассматривается массовая продукция различных отраслей машиностроения: машины, механизмы, приборы и т. п. Однако принципиальных трудностей не возникает и при отнесении к ТС сырья, полуфабрикатов, материалов, энергоносителей и т. д.

Системой в широком смысле принято называть совокупность связанных между собой элементов. Понятно, что ТС можно объединять в систему на основе разных принципов взаимной связи. В нашем случае в качестве такого объединяющего принципа принимается принцип *функциональной общности* ТС.

Системой технических средств (СТС) назовем совокупность ТС, объединяемых общностью функционального назначения. Эта общность предполагает наличие общей *области применения* ТС, т. е. некоторой совокупности разновидностей работ или задач, для выполнения которых используются ТС, образующие систему, и только они.

Функциональная общность ТС, как исключительное свойство средств выполнять работы некоторых разновидностей, позволяет отделить рассматриваемую совокупность ТС от всего множества других изделий и исследовать ее независимо от них. Однако этот признак еще не позволяет в полной мере считать данную совокупность ТС как единое целое хотя бы потому, что рассматриваемые ТС могут не быть взаимосвязанными относительно выделенных работ. Поэтому другими факторами, с учетом которых производится выделение ТС и объединение

их в систему, являются *функциональная взаимосвязь и функциональная взаимозаменяемость*.

Функциональная взаимосвязь ТС означает, что при выполнении работ из области применения отдельные ТС используются совместно, образуя тем самым *обобщенные технические средства* (ОТС), или, другими словами, *наборы, наряды, комплекты* ТС.

Функциональная взаимозаменяемость ТС предполагает возможность предложить для каждой работы рассматриваемых разновидностей, как правило, не один, а несколько вариантов ТС (или ОТС), пригодных для выполнения этой работы.

В качестве еще одного признака, объединяющего ТС в систему, но не являющегося, в отличие от указанных выше, определяющим, выступает *общность производственной базы* элементов системы. Такая общность предполагает, что все ТС, входящие в систему, разрабатываются, производятся, модернизируются и ремонтируются на некоторой группе предприятий. При этом отдельные ТС могут заменять друг друга в производственной номенклатуре этих предприятий.

В соответствии со сложившейся практикой планирования функционирования СТС рассматривается в течение промежутка времени, который называется *периодом планирования* (ПП). В свою очередь, этот период представляется состоящим из некоторой последовательности единичных отрезков времени (кварталов, полугодий, лет, пятилеток и т. п.). Такая дискретная схема представления ПП позволяет принять дискретную схему представления процесса функционирования СТС, если считать, что все события, относящиеся к одному единичному отрезку ПП, происходят как бы одновременно, например в конце этого отрезка.

По характеру функционирования следует различать СТС *первого и второго рода*. Системы первого рода предназначены для выполнения практически непрерывных функций в течение ПП, системы второго рода предназначены для выполнения функций, возникающих в течение ПП не регулярно, а, как правило, в чрезвычайных обстоятельствах (военные конфликты, стихийные бедствия и т. п.). До возникновения ситуаций применения СТС второго рода находятся в состоянии ожидания и ТС практически не используются.

Важнейшей характеристикой системы является ее состав. *Состав системы* определяется набором конкретных разновидностей ТС, называемых *образцами* ТС, и количеством средств каждой разновидности. При этом набор образцов определяет *качественный состав* системы и называется *рядом* образцов ТС. Состав и ряд в начальный момент ПП называют соответственно *начальным составом* и *начальным рядом*. Начальный состав — это состав СТС, который сформировался на предплановом промежутке времени.

Не менее важной характеристикой СТС при рассмотрении процесса ее развития является так называемый *перспективный ряд* образцов ТС, задающий область возможного выбора ТС для пополнения системы в процессе ее развития на ПП. В перспективный ряд входят, во-первых, образцы, разработанные на предплановом промежутке времени, во-вторых, образцы ТС, находящиеся на этапе разработки, и, в-третьих, перспективные образцы ТС, облик которых известен, но работы по проектированию еще не начаты. С учетом сказанного считаем, что перспективный ряд включает в себя *старые* образцы, т. е. образцы технических средств, уже имеющихся в составе системы, и *новые* образцы, т. е. образцы, находящиеся в стадии проектирования или предпроектной проработки.

2. Процесс развития системы

Процесс развития СТС — это процесс изменения состава СТС, в ходе которого, с одной стороны, происходит ее пополнение средствами новых и старых образцов, а с другой — выбытие из системы физически устаревших средств и средств морально устаревших образцов. Поскольку ТС объединяются в систему с целью выполнения работ заданных разновидностей, то *основным* требованием к процессу развития системы является условие неперемennого выполнения на каждом единичном отрезке таких работ в заданных объемах и с необходимым уровнем эффективности. Объемы работ могут изменяться при переходе от одного единичного отрезка ПП к другому, поэтому указанное требование можно считать главным побудительным мотивом к развитию системы, требующим замены неэффективных ТС на более эффективные для обеспечения неперемennого выполнения, возможно, более «сложных» и «тяжелых» работ.

В процессе развития системы совокупность средств каждого образца совершает так называемый *жизненный цикл*, состоящий из следующих последовательных фаз:

- этап разработки образца;
- этап производства средств данного образца;
- этап эксплуатации (хранения) средств данного образца;
- этап утилизации (уничтожения) средств данного образца.

В зависимости от длительности той или иной фазы жизненного цикла образца получает соответствующую реализацию и процесс развития СТС в целом. В соответствии с этим примем, что управляющее воздействие на процесс развития СТС состоит в установлении длительностей фаз жизненного цикла образцов ТС. Отметим, что основное требование к процессу развития СТС объединяет и делает взаимосвязанными

решения относительно фаз жизненного цикла разных образцов, не позволяя решать этот вопрос для того или иного образца изолированно от рассмотрения аналогичных вопросов для других образцов.

Помимо побудительного фактора, каким считается требование выполнения работ, развитие системы сталкивается с обстоятельствами, ограничивающими масштабы использования ТС и объемы поступления новых ТС для пополнения состава. В качестве таких ограничивающих факторов развития системы выступают ее начальный состав, объемы ресурсов, расходуемых в ходе развития системы, и др.

Основное требование и ограничивающие факторы определяют совокупность вариантов изменения состава, которые называют *допустимыми* вариантами. Только такие варианты изменения состава представляют интерес при планировании развития системы, а сама проблема планирования, по существу, сводится к *построению множества допустимых вариантов и выбору среди них одного или нескольких, в наибольшей степени отвечающих целям развития системы*. Эта формулировка проблемы планирования развития системы далее получит развитие и будет доведена до постановок математических задач. Однако прежде заметим, что еще на содержательном уровне она нуждается в уточнении.

Дело в том, что понятие допустимого состава предполагает задание не просто области применения как некоторой совокупности разновидностей работ, но еще и объемов работ каждой такой разновидности. Это означает, что исследование процесса развития системы предполагает уточнение масштаба рассматриваемой системы, что позволит корректно задавать объемы выполнения работ. Такая конкретизация может быть достигнута, если рассматривать функционирование СТС или ее части в рамках соответствующей *организационной структуры*, предназначением которой является выполнение рассматриваемых работ. Исходя из уровня такой структуры, становится возможным указать типовые ситуации использования ТС для выполнения работ и, следовательно, относительно определенно задать объемы работ и технологию их выполнения. Вероятно, чем меньше масштаб рассматриваемой организационной структуры, тем легче анализ типовых условий применения ТС и, следовательно, проще исследование самой задачи планирования развития системы. Вместе с тем уровень рассмотрения не может быть произвольно низким, он должен быть таким, чтобы соотношения объемов выполняемых работ и технология выполнения работ были бы действительно типичными для исследуемых ТС. В конечном счете типовые ситуации использования ТС должны быть такими, чтобы решения о составе системы, принятые для уровня рассматриваемой организационной

структуры, могли быть с соответствующим масштабированием перенесены на уровень системы ТС в целом.

3. Цели развития системы

Поскольку цели развития системы должны отражать всю полноту общественных потребностей, связанных с ее функционированием, то можно констатировать неединственность целей развития всякой СТС. Действительно, даже в простейшем случае наряду с функциональной целью (выполнить работы с некоторым результатом) всегда появляется вторая, связанная с сокращением расходов ресурсов, затрачиваемых при реализации первой. Наличие множества конкретных целей будем отождествлять с существованием некоторой глобальной цели развития системы — достижения *сбалансированного* развития, которое гарантирует выживание системы и обеспечивает ее эффективное функционирование.

Применительно к процессу развития СТС можно выделить два уровня сбалансированности: *внешнюю* и *внутреннюю*. Внешняя предполагает соответствие между объемами задач области применения и объемами выделяемых на развитие системы ресурсов. Внутреннюю сбалансированность можно определить как рациональное соотношение пропорций в количестве и качестве различных ТС в составе системы. Определение таких пропорций можно рассматривать как «внутренний» вопрос, решаемый на уровне *внутрисистемного* планирования с учетом широкого круга вопросов развития, производства, эксплуатации и использования ТС старых и новых образцов. Вопросы достижения внешней сбалансированности являются прерогативой более высокого уровня принятия решений и в полном объеме решаются вне рамок внутрисистемного планирования развития СТС. Тем не менее принятие такого решения должно опираться на результаты последующего внутрисистемного планирования, так что вопросы внутренней и внешней сбалансированности как бы «вложены» друг в друга. Поэтому поиск и обоснование рациональных (сбалансированных) планов развития системы по сути являются многошаговой процедурой последовательного улучшения решений.

Для каждого конкретного предложения по ресурсному обеспечению развития системы при известных функциональных требованиях к СТС может быть разработан план целесообразного расходования ресурсов и соответствующий вариант плана развития системы. Этому плану может быть дана оценка соответствия полученных результатов и требований к функциональным возможностям СТС. По результатам этой оценки могут быть подготовлены новые решения по ресурсному обеспечению развития системы и т. д.

Отметим, что понятие внутренней сбалансированности достаточно общее и характеризуется множеством показателей, среди которых важнейшими являются показатели функциональных возможностей СТС и показатели расходования ресурсов.

Среди функциональных характеристик выделим так называемую *работоспособность системы*, т. е. способность выполнять работы заданных разновидностей. Этот показатель также является достаточно общим и нуждается в конкретизации, которая может быть достигнута, если указать количественные оценки работоспособности.

В качестве такой основной оценки примем величину максимального объема работ (может быть, с учетом их важности), который может выполнить СТС данного состава. Но поскольку работы выполняются на единичных отрезках ПП, то предложенная оценка является векторной с числом компонент, равным числу отрезков ПП. Такая оценка работоспособности, как и всякая векторная оценка, не может быть удовлетворительной в смысле ее использования для сравнения различных вариантов составов. Проведение сравнительного анализа предполагает возможность редукции (свертки) векторной оценки к *скалярной*, выражаемой одним числом. Приемлемым вариантом свертки векторной оценки работоспособности является скалярная оценка, получаемая следующим образом. Пусть для каждого единичного отрезка задано директивное значение объема выполняемых на этом отрезке работ. Тогда наименьшую разность по всем единичным отрезкам между объемом работ, фактически выполняемых системой, и директивным объемом работ можно принять за *скалярную оценку работоспособности системы*.

Помимо приведенной оценки рассмотрим более грубую оценку работоспособности, вычисление которой основывается не на прямом подсчете объема выполняемых работ, а на косвенном — через так называемый потенциал системы. При этом предполагается, что для каждого образца перспективного ряда задан коэффициент, называемый *потенциалом средства* данного образца и выражающий среднее количество работ, выполняемых этим средством. *Потенциал системы* есть сумма потенциалов средств, образующих систему. Свертка такой векторной оценки в скалярную производится, как и выше, с использованием директивного значения потенциала, заданного для каждого отрезка ПП. Таким образом, за *скалярную обобщенную оценку работоспособности* принимается наименьшая разность по всем единичным отрезкам между действительным потенциалом системы и директивным.

Построение обобщенных оценок для такого показателя, как расходование ресурсов, облегчается тем, что затраты основных ресурсов могут быть даны в денежном выражении. Поэтому в качестве обобщенной

векторной оценки расходования ресурсов примем величины *суммарных затрат на систему по единичным отрезкам* ПП, а в качестве обобщенной скалярной оценки — величину *суммарных предстоящих затрат за весь* ПП.

4. Экстремальные задачи планирования развития системы

Задача внутрисистемного планирования развития СТС в общей постановке формулировалась выше как задача выбора допустимого варианта, обеспечивающего сбалансированное развитие системы. После уточнения понятия сбалансированного развития посредством построения некоторых количественных оценок можно уточнить и формулировку самой задачи, включив в нее в явном виде требование выбора не просто допустимого варианта, отвечающего целям развития системы, а наилучшего варианта.

Наилучшим вариантом в смысле выбранных оценок может быть такой вариант, для которого эти оценки достигают своих наилучших (экстремальных) значений. Однако установка на выбор такого варианта почти всегда оказывается некорректной по своей сути, поскольку выбор наилучшего решения в смысле нескольких требований чаще всего есть некоторый компромисс между этими требованиями, при котором большинство оценок не достигают экстремальных значений. Для поиска такого компромисса из множества оценок выбирается одна, называемая *главной*, для которой отыскивается экстремальное значение, а на значения других оценок накладываются ограничения. Это позволяет корректно сформулировать экстремальную задачу, хотя для обозрения различных вариантов может потребоваться серия таких задач, отличающихся главными оценками и ограничениями, накладываемыми на другие оценки.

Среди множества оценок, перспективных на предмет рассмотрения в качестве главных в экстремальных задачах планирования СТС, выделим две: *скалярную оценку работоспособности* и *величину суммарных предстоящих затрат*. В соответствии с этим можно рассматривать две постановки экстремальной задачи внутрисистемного планирования: *прямую*, в которой используется критерий достижения максимальной эффективности, и *обратную*, в которой применяется критерий достижения минимальных предстоящих затрат.

Сосредоточим основное внимание на прямой задаче, которая оказывается более адекватной исходной постановке проблемы планирования развития СТС. Хотя следует отметить, что аналогичным образом могла быть использована и обратная задача.

В более развернутой форме прямая задача формулируется следующим образом.

Требуется определить такой допустимый вариант изменения состава СТС на рассматриваемом ПП, чтобы при выполнении ограничений по суммарным затратам на каждом единичном отрезке ПП оценка работоспособности системы была наибольшей.

Эту задачу будем использовать как основной инструмент в итерационной процедуре построения сбалансированного (внешне и внутренне) варианта развития системы. При этом будем предполагать, что внешняя балансировка производится в условиях дефицита ресурсов, заведомо недостаточных для обеспечения выполнения в полном объеме всех работ рассматриваемых разновидностей.

Указанная процедура включает некоторое число однотипных шагов, на каждом из которых исследуется следующая ситуация.

Пусть к началу шага имеем уменьшенные в результате действий на предыдущих шагах объемы работ. Рассмотрим прямую оптимизационную задачу, в которой директивные значения оценок работоспособности вычислены исходя из необходимости выполнения всего скорректированного объема работ.

Предположим, что в результате решения данной задачи получено нулевое значение целевой функции. Это означает, что при заданных ресурсных ограничениях существует вариант развития системы, позволяющий обеспечить выполнение всех работ. Тем самым получен сбалансированный (внешне и внутренне) план развития системы и процесс его построения считается законченным. Если же в результате решения оптимизационной задачи получается отрицательное значение целевой функции, то это означает, что при заданных ресурсных ограничениях не существует варианта развития системы, позволяющего обеспечить выполнения всех работ. Следовательно, необходимо исключить из области применения некоторые виды работ, либо уменьшить их объемы, либо ослабить требования по эффективности выполнения работ, либо произвести и то, и другое, и третье. В любом случае после корректировки следует перейти к выполнению следующего шага и так до тех пор, пока не будет получено нулевое значение целевой функции.

Отметим, что если уменьшение объемов выполнения работ в ходе рассмотренного процесса вести «небольшими» шагами, то баланс выделенных ресурсов и объемов работ будет достигнут на максимальном уровне, т. е. на уровне, когда ресурсы не превращаются в избыточные в результате значительного сокращения объемов работ.

Отметим также, что рассматриваемый процесс балансировки может быть завершен на любом шаге (в том числе и на первом), если при

корректировке уменьшить объемы тех работ, которые не вошли в число выполняемых полностью при вычислении оптимального значения целевой функции. Однако уменьшение объемов именно таких работ не всегда может оказаться правильным с точки зрения экспертов, что приводит к необходимости проведения дополнительных шагов.

Таковы основные положения предлагаемой концепции планирования развития систем технических средств. Центральное место в ней занимает оптимизационная задача внутрисистемного планирования. Ниже делается попытка формализации рассмотренной процедуры построения сбалансированного плана развития системы.

5. Математические модели внутрисистемного планирования

Формализация оптимизационной задачи внутрисистемного планирования предполагает формальное описание самого процесса развития системы. Однако неоднократно подчеркиваемая сложность этого процесса, включающего в себя целый ряд взаимосвязанных процессов и охватывающего все фазы жизненных циклов образцов, делает малоперспективными попытки отразить всю полноту этого процесса в рамках одной оптимизационной модели, допускающей возможность проведения практических расчетов. Исключение могут составлять лишь те случаи, когда оказывается допустимым в достаточно упрощенном и обобщенном виде представлять в модели основную часть событий, происходящих в процессе развития системы. Почти во всех интересных с практической точки зрения случаях следует говорить о системе взаимосвязанных и взаимодополняющих моделей, где итоговое «оптимальное» решение есть результат итерационной процедуры «согласования» оптимальных решений, получаемых на моделях, образующих данную систему.

Тем не менее формальное описание процесса развития системы целесообразно начать со случая, когда такое описание можно реализовать в рамках одной базовой модели, отразив в ней только наиболее существенные моменты фаз жизненного цикла образцов. Это позволит представить оптимизационную задачу планирования в виде стандартной задачи математического программирования, которая может оказаться приемлемой с точки зрения построения работоспособных алгоритмов поиска ее решения.

Базовая модель

При построении этой модели будем исходить из следующих предположений.

Относительно *этапа разработки* считаем, что новые образцы разрабатываются независимо друг от друга и для каждого образца задана

длительность разработки, которая не может быть изменена. Финансирование процесса разработки осуществляется равномерно по времени проведения работ.

Считаем, что на этапе применения все работы выполняются однородными нарядами средств независимо и одновременно (параллельно).

Предполагаем, что *этапы производства, эксплуатации и утилизации* характеризуются только удельными затратами и ограничениями сверху на объемы соответственно производимых, эксплуатируемых и уничтожаемых средств каждого образца на каждом единичном отрезке времени. Считаем также, что на срок годности (время жизни) рассматриваемых средств ограничения не накладываются, так что каждое конкретное ТС, используемое на некотором отрезке ПП, в принципе может быть использовано и на последующих отрезках.

Для формальной записи задачи с учетом сделанных предположений введем следующие обозначения:

$T = \{1, \dots, T\}$ — множество единичных отрезков ПП. Отрезок, соответствующий номеру $t \in T$, будем называть t -м отрезком.

$I = \{1, \dots, m\}$ — множество образцов ТС, составляющих перспективный ряд. Образец, соответствующий номеру $i \in I$, будем называть i -м образцом.

$J = \{1, \dots, n\}$ — множество разновидностей работ, образующих область применения. Разновидность работ, соответствующая номеру $j \in J$, будем называть j -й разновидностью.

Пусть

l_i — длительность этапа разработки i -го образца;

c_{it} — затраты на разработку i -го образца на t -м отрезке, если на этом отрезке ведутся работы по созданию данного образца;

φ_{jt} — количество единичных работ j -й разновидности, предлагаемых к выполнению на t -м отрезке времени;

f_{jt} — коэффициент важности выполнения работы j -й разновидности на t -м отрезке;

p_{ij} — количество средств i -го образца в составе однородного наряда для выполнения единичной работы j -й разновидности;

g_{it} — затраты на производство (закупку) одного средства i -го образца на t -м отрезке;

h_{it} — затраты на эксплуатацию (хранение) одного средства i -го образца на t -м отрезке;

d_{it} — затраты на утилизацию одного средства i -го образца на t -м отрезке;

V_{it} — ограничение сверху на возможный объем производства (закуп) средств i -го образца на t -м отрезке;

U_{it} — ограничение сверху на допустимое количество средств i -го образца в составе системы на t -м отрезке;

W_{it} — ограничение сверху на возможный объем утилизации средств i -го образца на t -м отрезке;

u_{0i} — количество средств i -го образца в начальном составе системы;

b_t — объем выделяемых ресурсов (ассигнований) на развитие системы на t -м единичном отрезке;

F_t — директивное значение оценки работоспособности системы на t -м единичном отрезке.

Введем также следующие переменные.

Переменные выбора момента начала разработки $x_{it} \in \{0, 1\}$, $i \in I$, $t \in T$. Переменная x_{it} принимает значение 1, если разработка i -го образца начинается на t -м отрезке, и $x_{it} = 0$ в противном случае.

Переменные состава $u_{it} \geq 0$, $i \in I$, $t \in T$. Величина u_{it} равняется количеству средств i -го образца в составе системы на t -м отрезке.

Переменные пополнения состава $v_{it} \geq 0$, $i \in I$, $t \in T$. Величина v_{it} равняется количеству средств i -го образца, закупаемых (производимых) для пополнения системы на t -м отрезке.

Переменные уменьшения состава $w_{it} \geq 0$, $i \in I$, $t \in T$. Величина w_{it} равняется количеству средств i -го образца, изымаемых из состава системы на t -м отрезке.

Переменные назначения $x_{ijt} \geq 0$, $i \in I$, $j \in J$, $t \in T$. Величина x_{ijt} равняется доле работ j -й разновидности, выполняемых средствами i -го образца на t -м отрезке.

С использованием введенных обозначений задача планирования развития системы записывается следующим образом.

Максимизировать

$$\min_{t \in T} \left\{ \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} f_{jt} \varphi_{jt} x_{ijt} - F_t \right\} \quad (1.1)$$

при ограничениях

$$u_{it} = u_{it-1} + v_{it} - w_{it}, \quad i \in I, \quad t \in T; \quad (1.2)$$

$$u_{it} \leq U_{it}, \quad i \in I, \quad t \in T; \quad (1.3)$$

$$v_{it} \leq V_{it}, \quad i \in I, \quad t \in T; \quad (1.4)$$

$$w_{it} \leq W_{it}, \quad i \in I, \quad t \in T; \quad (1.5)$$

$$\sum_{i \in I} x_{it} \leq 1, \quad t \in T; \quad (1.6)$$

$$x_{ijt} \leq \sum_{\tau=1}^{i-l_i+1} x_{i\tau}, \quad i \in I, \quad j \in J, \quad t \in T; \quad (1.7)$$

$$\sum_{i \in I} x_{ijt} \leq 1, \quad j \in J; \quad t \in T; \quad (1.8)$$

$$\sum_{j \in J} \varphi_{ji} p_{ij} x_{ijt} \leq u_{it}, \quad i \in I; \quad t \in T; \quad (1.9)$$

$$\sum_{i \in I} \left\{ c_{it} \sum_{\tau=t-l_i+1}^t x_{i\tau} + h_{it} u_{it} + g_{it} v_{it} + d_{it} w_{it} \right\} \leq b_t, \quad t \in T; \quad (1.10)$$

$$x_{it} \in \{0, 1\}, \quad i \in I; \quad t \in T; \quad (1.11)$$

$$u_{it}, v_{it}, w_{it}, x_{ijt} \geq 0, \quad i \in I, \quad j \in J, \quad t \in T. \quad (1.12)$$

В этой задаче целевая функция (1.1) выражает оценку работоспособности системы. Соотношения (1.2) связывают составы системы на данном и предыдущем отрезках ПП, а неравенства (1.3)–(1.5) ограничивают соответственно состав системы, его пополнение и уменьшение. Неравенство (1.6) означает, что разработка образца не может начинаться на двух и более отрезках ПП, а неравенство (1.7) запрещает использовать средства данного образца, если разработка этого образца еще не завершена. Ограничения (1.8) показывают, что работы не могут выполняться в большем объеме, чем заданный, а неравенства (1.9) означают, что на каждом отрезке можно использовать только такое количество средств, какое имеется в составе системы. Наконец, неравенства (1.10) ограничивают суммарные затраты, связанные с развитием системы, на каждом отрезке ПП.

Сформулированная задача относится к числу труднорешаемых задач математического программирования. Так что попытки построения быстрых алгоритмов, дающих хотя бы «хорошие» приближенные решения, наталкиваются на принципиальные трудности. Это делает затруднительным использование данной модели и подобных ей в компьютерных системах поддержки решений, где расчеты должны производиться в режиме реального времени.

Система моделей планирования

Даже в условиях упрощенных предположений попытка формализации задачи планирования в рамках одной модели приводит к достаточно сложной оптимизационной задаче (см. выше). Выход здесь видится в переходе к построению системы моделей и итерационных процедур согласования получаемых на моделях решений. При этом следует подчеркнуть, что процедуры согласования не всегда целесообразно или даже возможно представить как точно работающие алгоритмы. Более того,

принципиальная сложность этих процессов ставит на первое место интуитивные приемы и требует активного включения экспертов в процесс подготовки итогового решения. В этом смысле математические модели рассматриваются как вспомогательные средства, позволяющие проводить рутинные вычисления, а сама компьютерная система становится человеко-машинной, в которой интуитивные решения экспертов имеют существенное значение для процесса выработки итогового решения.

Рассмотрим состав и структуру системы моделей планирования развития СТС, а также общую схему итерационных процедур последовательного построения итогового решения.

Первый шаг декомпозиции разделяет два наиболее существенных подпроцесса процесса развития СТС — разработку новых образцов и закупку новых средств. В соответствии с этим на верхнем уровне системы моделей рассмотрим модель *планирования разработок* и модель *планирования закупок*, в рамках которых ставятся соответственно экстремальная задача планирования разработок и экстремальная задача планирования закупок.

Влияние процесса закупок на процесс разработки новых образцов осуществляется в моделях через коэффициенты *важности* образцов, выражающих необходимость или значимость наличия средств данного образца в составе системы.

Задача планирования разработок формулируется следующим образом.

Требуется определить такой вариант плана проведения работ по созданию новых образцов на ПП, чтобы при условии выполнения ограничений по затратам на каждом отрезке ПП суммарная важность разработанных образцов была бы наибольшей.

Полученный в результате решения этой задачи набор образцов, а также требуемых для их разработки объемов финансирования по отрезкам ПП служит входной информацией для задачи планирования закупок. В этой задаче все образцы средств считаются разработанными и для каждого из них известен отрезок ПП, начиная с которого средства данного образца могут быть использованы для выполнения работ.

Задача планирования закупок формулируется следующим образом.

Требуется определить такой вариант изменения состава системы на ПП, чтобы при условии выполнения ограничений по затратам на каждом единичном отрезке оценка работоспособности системы была бы наибольшей.

Итоговое решение задачи планирования развития системы строится с использованием указанных двух задач посредством многошаговой процедуры, на каждом шаге которой исследуется следующая ситуация.

Пусть к началу шага для новых образцов заданы коэффициенты важности, которые могут быть назначены экспертным путем или определены в результате сравнительного анализа возможностей средств старых и новых образцов по выполнению работ. Пусть, кроме того, для каждого отрезка ПП заданы объемы затрат на создание новых образцов, которые по разным соображениям выделены из общего объема финансирования.

С учетом этих данных с помощью задачи планирования разработок определяется перечень новых образцов, которые планируются к разработке на рассматриваемом ПП. Кроме того, с учетом фактических затрат на разработку определяются ограничения на объемы затрат по другим направлениям расходов. На основе этих данных в результате решения задачи закупок получается вариант развития системы. Если оценка работоспособности найденного варианта является удовлетворительной, то определен итоговый вариант развития системы и процедура его построения считается законченной. В противном случае, когда значительный объем важных работ оказывается не выполненным, производится корректировка, во-первых, коэффициентов важности образцов и, во-вторых, объемов ассигнований, выделяемых на разработку новых образцов. После этого осуществляется переход к следующему шагу процедуры построения итогового решения.

Ниже приводятся математические модели планирования разработок и закупок, позволяющие производить необходимые вычисления на шагах рассмотренной процедуры.

Модель планирования разработок

Как отмечено выше, целевым ориентиром при решении вопроса о разработке новых образцов являются оценки их важности, а фактором, ограничивающим количество разработок, — выделенные на это ассигнования по отрезкам ПП.

При построении модели планирования разработок откажемся от двух существенных предположений, сделанных для базовой модели: о независимости разработок и об их фиксированных длительностях. Будем считать, что всякий разрабатываемый образец, называемый также *проектом*, может иметь несколько вариантов реализации, каждый из которых приводит к созданию требуемого образца с фиксированными характеристиками, но, возможно, с использованием различных конструктивных или технологических решений.

Каждый вариант проекта включает группу работ, которые необходимо выполнить, чтобы реализовать данный вариант проекта. Указанная группа может включать работы, необходимые для выполнения и других проектов. В этом смысле проекты не являются независимыми,

поскольку выполнение одного из них приводит к частичному выполнению и некоторых других. Для группы работ, составляющих вариант реализации проекта, может быть указан порядок их выполнения.

Будем считать также, что для всякой работы заданы ожидаемые суммарные затраты, которые могут зависеть от момента начала ее выполнения, и ограничения сверху и снизу на возможные объемы финансирования работы на каждом единичном отрезке ПП. Кроме того, считаем заданным возможный интервал длительности проведения работы, а также наиболее ранний возможный момент начала ее выполнения.

С учетом сделанных предположений на содержательном уровне задача планирования разработок формулируем следующим образом.

Необходимо, во-первых, выбрать подлежащие выполнению проекты, во-вторых, определить варианты (по одному для каждого выбранного проекта) реализации проектов, в-третьих, распределить по ПП сроки выполнения работ, составляющих принятые варианты, так, чтобы не нарушались сроки начала выполнения работ и ограничения по ресурсам, выделенным на каждый отрезок ПП, а суммарная важность выбранных к исполнению проектов была наибольшей.

Для формальной записи сформулированной задачи введем следующие обозначения:

$T = \{1, \dots, T\}$ — множество единичных отрезков, составляющих рассматриваемый ПП.

$I = \{1, \dots, m\}$ — множество проектов, принимаемых к рассмотрению на предмет их возможной реализации. Проект, соответствующий номеру $i \in I$, назовем i -м проектом.

$S = \{1, \dots, S\}$ — полный список вариантов реализации всех рассматриваемых проектов. Вариант, соответствующий номеру $s \in S$, будем называть s -м вариантом. Для $i \in I$ через $S_i \subset S$ обозначим множество всех вариантов, реализующих i -й проект.

$J = \{1, \dots, n\}$ — полный перечень работ, составляющих все возможные варианты реализации рассматриваемых проектов. Работу, соответствующую номеру $j \in J$, назовем j -й работой. Обозначим через $J_s \subset J$ совокупность работ, которые должны быть произведены при реализации s -го варианта выполнения соответствующего проекта.

Пусть

f_i — коэффициент важности i -го проекта;

c_{ji} — суммарные затраты на выполнение j -й работы, если она начинается с t -го единичного отрезка;

c'_{ji}, c''_{ji} — ограничения снизу и сверху на объемы финансирования j -й работы на t -м отрезке;

l'_j, l''_j — ограничения снизу и сверху на длительность выполнения j -й работы;

d_j — наименьший номер единичного отрезка, начиная с которого может выполняться j -я работа;

b_t — объем выделенных ассигнований для проведения работ на t -м единичном отрезке.

Введем следующие переменные.

Переменные выбора варианта реализации проектов $y_s \in \{0, 1\}$, $s \in S$. Переменная y_s принимает значение 1, если реализуется s -й вариант соответствующего проекта, и $y_s = 0$ в противном случае.

Переменные выбора времени начала выполнения (финансирования) работ $x_{jt} \in \{0, 1\}$, $j \in J$, $t \in T$. Переменная x_{jt} принимает значение 1, если финансирование j -й работы начинается на t -м единичном отрезке, и $x_{jt} = 0$ в противном случае.

Переменные выбора длительности выполнения работ $z_j \geq 0$, $j \in J$. Величина z_j равняется числу единичных отрезков ПП, в течение которых финансируется выполнение j -й работы.

Переменные распределения финансирования работ по единичным отрезкам $u_{jt} \geq 0$, $j \in J$, $t \in T$. Величина u_{jt} равняется объему средств, выделяемых на финансирование j -й работы на t -м единичном отрезке.

С использованием введенных переменных оптимизационная задача планирования разработок может быть записана следующим образом.

Максимизировать

$$\sum_{i \in I} f_i \sum_{s \in S_i} y_s \quad (2.1)$$

при ограничениях

$$\sum_{s \in S_i} y_s \leq 1, \quad i \in I; \quad (2.2)$$

$$y_s \leq \sum_{t \in T} x_{jt} \leq 1, \quad s \in S, \quad j \in J; \quad (2.3)$$

$$\sum_{\tau=t}^{t+z_j-1} u_{j\tau} \geq c_{jt} x_{jt}, \quad j \in J, \quad t \in T; \quad (2.4)$$

$$l'_j \leq z_j \leq l''_j, \quad j \in J; \quad (2.5)$$

$$c'_{jt} \leq u_{jt} \leq c''_{jt}, \quad j \in J, \quad t \in T; \quad (2.6)$$

$$x_{jt} = 0, \quad j \in J, \quad t \in T, \quad t < d_j; \quad (2.7)$$

$$\sum_{j \in J} u_{jt} \leq b_t, \quad t \in T; \quad (2.8)$$

$$x_{jt} \in \{0, 1\}, \quad j \in J, \quad t \in T; \quad (2.9)$$

$$z_j \in \{1, 2, 3, \dots\}, \quad j \in J; \quad (2.10)$$

$$y_j \in \{0, 1\}, \quad j \in J. \quad (2.11)$$

Целевая функция данной задачи выражает величину ожидаемой суммарной важности планируемых к выполнению проектов по выбранным вариантам их реализации. Ограничения (2.2) означают, что каждый проект может быть реализован не более чем по одному варианту, а неравенства (2.3) связывают выбор варианта реализации проекта с необходимостью начать на каком-то единичном отрезке финансирование каждой работы из числа образующих этот вариант. Ограничения (2.4) означают, что суммарное финансирование каждой работы, осуществляемое на различных единичных отрезках, не может быть меньше величины суммарных затрат выполнения данной работы. Двухсторонние неравенства (2.5) и (2.6) показывают, что длительность выполнения работы и объемы ее финансирования на каждом единичном отрезке должны находиться в заданных пределах, а неравенства (2.7) означают, что выполнение работы не может быть начато раньше установленного срока. Наконец, ограничения (2.8) показывают, что затраты на проведение работ на каждом единичном отрезке не могут превышать выделенных ресурсов.

Система моделей планирования закупок

Напомним, что планирование развития системы рассматривается как процедура согласования планов разработки и закупки средств, которые представляются как планы верхнего уровня в иерархии планирования развития системы. В свою очередь, составление планов закупок средств предполагает согласование решений по крайней мере в трех относительно независимых областях:

- в сфере управления закупками, где принимаются решения о пополнении состава;
- в сфере применения, где принимаются решения о назначении тех или иных нарядов средств для выполнения работ;
- в сфере производства, где решается вопрос об использовании производственных мощностей и создании новых.

К сожалению, попытки получения согласованных решений в указанных областях с использованием одной оптимизационной модели чаще всего оказываются безрезультатными. Это связано, прежде всего, с тем, что корректное вычисление количества средств, необходимых для выполнения работ на этапе применения, требует порой учета множества различных факторов, что делает описание процесса применения средств достаточно громоздким.

В силу этого модель планирования закупок будем рассматривать как систему моделей второго уровня, которая включает в себя, по крайней мере, следующие элементы:

- модель управления закупками;
- модель использования средств.

Отметим, что здесь в качестве отдельного элемента не выделяется модель производства. Это связано с тем, что ниже мы ограничимся рассмотрением случая обобщенного описания этапа производства, который не обязательно выделять в отдельный элемент, а можно включить в модель управления закупками в виде ограничений на возможности производственной базы по выпуску средств.

Разумеется, рассматриваемая подсистема моделей может включать в себя и другие элементы, если тот или иной подпроцесс процесса закупок требует более подробного описания, чем то, которое позволяют рамки модели управления закупками.

Таким образом, решение экстремальной задачи планирования закупок будем рассматривать не как решение некоторой задачи математического программирования, сформулированной в рамках одной модели планирования закупок, а как результат процедуры согласования решений двух экстремальных задач: *задачи управления закупками* и *задачи использования средств*.

Первая задача формулируется в рамках модели управления закупками, из которой по построению удалено по возможности все, что связано с процессом выполнения работ. Поэтому в этой задаче используется критерий максимизации обобщенной оценки работоспособности и задача формулируется следующим образом.

Требуется определить такой вариант изменения состава системы на ПП, чтобы при условии выполнения ограничений по затратам на каждом единичном отрезке обобщенная оценка работоспособности системы была бы наибольшей.

Модель использования средств предназначена для подсчета объема работ, выполняемых системой заданного состава. Экстремальная задача формулируется следующим образом.

С учетом особенностей процесса выполнения работ требуется определить такой вариант назначения имеющихся средств для выполнения работ, чтобы суммарное взвешенное число выполненных работ было наибольшим.

Итоговый вариант плана закупок средств строится с использованием приведенных двух задач посредством многошаговой процедуры, на каждом шаге которой исследуется следующая ситуация.

Пусть для каждого отрезка ПП заданы весовые коэффициенты (потенциалы) образцов средств и директивные суммарные потенциалы. Рассматривается состав системы, полученный с учетом указанных данных в результате решения экстремальной задачи управления закупками,

который анализируется с точки зрения оценки работоспособности. Для этого последовательно решаются экстремальные задачи использования средств для каждого отрезка ПП и вычисляется оценка работоспособности для найденного состава системы. Если эта оценка является удовлетворительной, то процедура построения плана закупок считается законченной. В противном случае производится корректировка потенциалов средств и директивных значений суммарных потенциалов, после чего осуществляется переход к следующему шагу процедуры.

Модель управления закупками

Эта модель занимает центральное место в подсистеме моделей планирования закупок и является связующим звеном всех элементов подсистемы.

Сформулируем основные допущения, используемые при построении модели, и введем необходимые обозначения.

При расчетах количественного состава системы на начало каждого единичного отрезка ПП будем исходить из того, что «естественная» убыль средств определяется через так называемый *срок годности (время жизни)* средств. Каждое конкретное средство не может находиться в составе системы дольше, чем определено сроком годности, и должно быть выведено из состава системы (утилизировано) по истечении этого срока.

Что касается ограничений на состав системы, связанных с ее функционированием в рамках соответствующей организационной структуры, то считаем, что таких ограничений два: во-первых, на взвешенный состав системы в целом и, во-вторых, на количество средств каждого образца в составе системы. Аналогично выглядят требования на объемы средств, пополняющих систему (производственные ограничения), и на объемы утилизируемых средств.

В качестве критерия, как уже отмечалось, используется обобщенная оценка работоспособности, позволяющая существенно упростить оптимизационную задачу по сравнению со случаем применения оценки работоспособности, принятой в качестве основного критерия.

Как и выше, обозначим через $T = \{1, \dots, T\}$ множество единичных отрезков, составляющих ПП, а через $I = \{1, \dots, m\}$ — множество образцов, образующих перспективный ряд.

Используем следующие обозначения:

t_i — срок годности средств i -го образца, величина t_i равняется количеству полных единичных отрезков, в течение которых каждое конкретное средство i -го образца может находиться в составе системы;

u_{i0} — количество средств i -го образца в начальном составе системы;

a_{it} — доля средств i -го образца из начального состава, которые в силу своего срока годности не могут находиться в составе системы на t -м единичном отрезке;

f_{it} — коэффициент, определяющий «потенциал» единичного средства i -го образца на t -м единичном отрезке;

F_t — директивное значение суммарного потенциала системы на t -м единичном отрезке;

a_{it} — удельный «вес» средства i -го образца, определяющий взвешенное суммарное число средств в составе системы на t -м единичном отрезке;

U_t — ограничение сверху на допустимое взвешенное число средств в составе системы на t -м единичном отрезке;

β_{it} — удельный «вес» средства i -го образца, определяющий взвешенное суммарное число средств, пополняющих систему на t -м единичном отрезке;

V_t — ограничение сверху на допустимое взвешенное число средств, пополняющих систему на t -м единичном отрезке;

γ_{it} — удельный «вес» средства i -го образца, определяющий взвешенное суммарное число средств, утилизируемых на t -м единичном отрезке;

W_t — ограничение сверху на допустимое взвешенное число средств, выводимых из системы на t -м единичном отрезке;

U'_{it}, U''_{it} — ограничения снизу и сверху на допустимое число средств i -го образца в составе системы на t -м единичном отрезке;

V'_{it}, V''_{it} — ограничения снизу и сверху на допустимое число средств i -го образца, пополняющих систему на t -м единичном отрезке;

W'_{it}, W''_{it} — ограничения снизу и сверху на допустимое число средств i -го образца, выводимых из системы (утилизируемых) на t -м единичном отрезке;

g_{it} — затраты на производство (закупку) единичного средства i -го образца на t -м отрезке;

h_{it} — затраты на эксплуатацию (хранение) единичного средства i -го образца в течение t -го отрезка;

d_{it} — затраты на утилизацию (уничтожение) единичного средства i -го образца, устранимого из состава системы на t -м отрезке;

b_t — объем ресурсов, выделенных на развитие системы на t -м отрезке.

Введем также следующие переменные.

Переменные состава $u_{it} \geq 0$, $i \in I$, $t \in T$. Величина u_{it} равняется количеству средств i -го образца в составе системы на t -м единичном отрезке ПП.

Переменные пополнения состава $v_{it} \geq 0$, $i \in I$, $t \in T$. Величина v_{it} равняется количеству средств i -го образца, пополняющих состав системы на t -м единичном отрезке.

Переменные уменьшения состава $w_{it} \geq 0$, $i \in I$, $t \in T$. Величина w_{it} равняется количеству средств i -го образца, изымаемых из состава системы на t -м единичном отрезке.

С использованием введенных обозначений и переменных задача оптимального управления закупками записывается следующим образом.

Максимизировать

$$\min_{t \in T} \left\{ \sum_{i \in I} f_{it} u_{it} - F_t \right\} \quad (3.1)$$

при ограничениях

$$u_{it} = u_{it-1} + v_{it} - w_{it}, \quad i \in I, \quad t \in T; \quad (3.2)$$

$$\sum_{\tau=1}^t w_{i\tau} \geq a_{it} u_{i0} + \sum_{\tau=1}^{t-l_i} v_{i\tau}, \quad i \in I, \quad t \in T; \quad (3.3)$$

$$\sum_{i \in I} a_{it} u_{it} \leq U_t, \quad t \in T; \quad (3.4)$$

$$\sum_{i \in I} \beta_{it} v_{it} \leq V_t, \quad t \in T; \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \in I} \gamma_{it} w_{it} \leq W_t, \quad t \in T; \quad (3.6)$$

$$U'_{it} \leq u_{it} \leq U''_{it}, \quad i \in I, \quad t \in T; \quad (3.7)$$

$$V'_{it} \leq v_{it} \leq V''_{it}, \quad i \in I, \quad t \in T; \quad (3.8)$$

$$W'_{it} \leq w_{it} \leq W''_{it}, \quad i \in I, \quad t \in T; \quad (3.9)$$

$$\sum_{i \in I} \{g_{it} v_{it} + h_{it} u_{it} + d_{it} w_{it}\} \leq b_t, \quad t \in T; \quad (3.10)$$

$$u_{it}, v_{it}, w_{it} \geq 0, \quad i \in I, \quad t \in T. \quad (3.11)$$

Здесь равенства (3.2) связывают состав системы на данном отрезке с составом системы на предыдущем отрезке. Неравенства (3.3) реализуют требования обязательного вывода из состава системы изделий, отслуживших срок годности. Неравенства (3.4)–(3.9) ограничивают количества средств, находящихся в составе системы, пополняющих систему и выводимых из системы для каждого единичного отрезка, а неравенства (3.10) — расход ресурсов на пополнение, эксплуатацию (хранение) и утилизацию средств.

Модель использования средств

Эта модель является важнейшей составной частью системы моделей планирования закупок, поскольку с ее помощью, во-первых, проверяется выполнение основного требования к составу системы и, во-вторых, вычисляется значение оценки работоспособности, являющейся критерием качества состава системы.

Разумеется, процессы выполнения работ для разных видов техники могут быть существенно различными и в рамках одной модели невозможно пытаться отразить все особенности таких процессов. Тем не менее ниже предлагается достаточно универсальная модель, в которой рассматривается так называемый *многоэтапный процесс* выполнения работ. Представляется, что по такой схеме протекает большое число реальных процессов, поэтому предлагаемая модель пригодна в качестве «заготовки» для разных видов ТС.

Многоэтапный процесс выполнения работ считаем состоящим из некоторого числа следующих друг за другом этапов (эпизодов), на каждом из которых выполняется лишь часть от общего объема работ. При этом на каждом этапе работы выполняются независимо и одновременно и для их выполнения могут использоваться все средства, за исключением безвозмездно потерянных при выполнении работ на предыдущих этапах.

Для работы каждой разновидности предполагается возможным указать один или несколько вариантов нарядов (наборов, комплектов) средств, вообще говоря, разных образцов, потенциально пригодных для выполнения данной работы с допустимым уровнем эффективности. При этом считаем, что средства объединяются в комплект «нежестко», т. е. всякое конкретное средство на разных этапах может быть использовано в составе разных комплектов.

Наконец, потери средств в ходе выполнения работ будем задавать соответствующей долей от числа используемых средств, зависящей от выполняемой работы и комплекта, в составе которого они используются.

Примем следующие обозначения:

$I = \{1, \dots, m\}$ — множество рассматриваемых образцов средств.

$J = \{1, \dots, n\}$ — множество разновидностей работ; $J_0, J_0 \subset J$ — подмножество разновидностей работ, которые в соответствии с основным требованием непременно должны быть выполнены в заданном объеме.

$L = \{1, \dots, L\}$ — множество этапов (эпизодов) процесса выполнения работ. Этап, соответствующий номеру l , $l \in L$, назовем l -м этапом.

$K = \{1, \dots, K\}$ — множество видов комплектов средств, потенциально пригодных для выполнения работ рассматриваемых разновидностей. Комплект, соответствующий номеру k , $k \in K$, будем называть комплектом k -го вида.

Пусть

u_i — количество средств i -го образца в составе системы;

φ_{jl} — максимальный объем единичных работ j -й разновидности, который может быть выполнен на l -м этапе;

p_{kj} — число нарядов k -го вида, в совокупности необходимых для выполнения единичной работы j -й разновидности; если наряды k -го вида не могут выполнять работы j -й разновидности, то считаем, что $p_{kj} = \infty$;

q_{ik} — количество средств i -го образца в составе комплекта k -го вида; если средства i -го образца не входят в состав комплекта k -го вида, то считаем, что $q_{ik} = 0$;

f_j — коэффициент, характеризующий важность выполнения работ j -й разновидности;

a_{ikj} — коэффициент, задающий долю потерь средств i -го образца, выполняющих в составе комплекта k -го вида работу j -й разновидности.

Введем переменные назначения $x_{kjl} \geq 0$, $k \in K$, $j \in J$, $l \in L$. Величина x_{kjl} равняется доле единичных задач j -й разновидности, выполняемых комплектами k -го вида на l -м этапе.

Задача оптимального использования средств записывается следующим образом.

Максимизировать

$$\sum_{j \in J} f_j \sum_{l \in L} \varphi_{jl} \sum_{k \in K} x_{kjl} \quad (4.1)$$

при ограничениях

$$\sum_{k \in K} x_{kjl} \leq 1, \quad j \in J, \quad l \in L; \quad (4.2)$$

$$\sum_{k \in K} x_{kjl} = 1, \quad j \in J_0, \quad l \in L; \quad (4.3)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in J} \varphi_{jl} p_{kj} q_{ik} x_{kjl} \leq u_i - \sum_{l' < l} \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} a_{ikj} \varphi_{jl'} p_{kj} q_{ik} x_{kjl'}, \quad i \in I; \quad (4.4)$$

$$x_{kjl} \geq 0, \quad k \in K, \quad j \in J, \quad l \in L. \quad (4.5)$$

Целевая функция (4.1) выражает суммарный взвешенный объем выполненных работ. Неравенства (4.2) означают, что объем выполненных работ не может превышать заданного, а равенства (4.3) показывают, что некоторые разновидности работ должны быть выполнены в полном объеме. Ограничения (4.4) означают, что количество средств, используемых для выполнения работ на данном этапе, не может превышать имеющегося в составе системы количества с учетом потерь средств на предыдущих этапах.

Таким образом, окончательно получаем, что рассмотренный способ построения решения задачи планирования закупок заключается в последовательном решении ряда задач (3.1)–(3.11) с различными параметрами целевой функции. При этом всякий раз для каждого единичного отрезка решается задача (4.1)–(4.5). Обе упомянутые задачи являются задачами линейного программирования, поэтому принципиальных трудностей при их решении не возникает. Вместе с тем для решения этих задач могут быть предложены и специальные быстрые алгоритмы [3, 4] построения «хороших» допустимых решений.

В заключение в качестве общего замечания относительно рассмотренной концепции управления развитием системы технических средств отметим, что ее центральным элементом является экстремальная задача планирования развития, играющая роль основного инструмента построения сбалансированной системы. Первым шагом в направлении практического использования этого инструмента является формализация данной задачи, открывающая возможность получения количественных данных о составе системы.

Предложены два пути реализации этого шага. Первый состоит в построении единой математической модели и формулировке задачи планирования в виде стандартной задачи математического программирования. Второй подход связан с декомпозицией модели развития системы, формулировкой ряда частных задач и построением итогового решения с использованием процедур согласования решений частных задач.

Недостатки и преимущества обоих подходов очевидны. Однако, имея в виду в конечном счете построение компьютерных систем поддержки решений, второй подход представляется более перспективным. Он позволяет заменить трудоемкие вычисления экспертными решениями. При этом не может быть достигнута оптимальность итогового решения, но появится возможность в режиме реального времени провести ряд вариантов расчетов, перспективных на построение хорошего решения.

Что касается самих предложенных математических моделей, то следует подчеркнуть их универсальность и возможность детализации в различных направлениях. При исследованиях конкретных систем технических средств эти модели могут рассматриваться как базисные варианты, которые требуют конкретизации и уточнения с учетом специфики рассматриваемых систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Береснев В. Л., Гимади Э. Х., Дементьев В. Т. Экстремальные задачи стандартизации. Новосибирск: Наука, 1978.
2. Брыскин В. В., Яковлев В. М. Математические модели программно-целевого планирования технических средств. Новосибирск: Наука, 1989.

3. Кочетов Ю. А., Пащенко М. Г. Лагранжевы релаксации в задаче выбора оптимального состава систем технических средств // Управляемые системы: Сб. науч. тр. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики СО РАН, 1993. Вып. 31. С. 26–40.
4. Кочетов Ю. А., Пащенко М. Г. Динамические задачи выбора оптимального состава системы технических средств // Дискрет. анализ и исслед. операций. 1995. Т. 2, № 1. С. 36–49.
5. Проблемы программно-целевого планирования / Г. С. Поспелов, В. Л. Вен, В. М. Солодов и др. М: Наука, 1981.

Адрес автора:

Институт математики
им. С. Л. Соболева СО РАН,
пр. Академика Коптюга, 4,
630090 Новосибирск,
Россия

Статья поступила

29 мая 1997 г.