ДИСКРЕТНЫЙ АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ
Июль—декабрь 2001. Серия 2. Том 8, № 2, 31–41

УДК 519.87

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ВНУТРЕННИХ ТОЧЕК ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ ДЕФИЦИТА МОЩНОСТИ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ*)

В. И. Зоркальцев, Л. М. Лебедева

Исследуются варианты упрощенных моделей оценки дефицита мощности электроэнергетических систем, используемых в программно-вычислительном комплексе анализа надежности таких систем, разработанном в Институте систем энергетики им. Л. А. Мелентьева СО РАН. Обосновывается возможность совмещения в едином предлагаемом критерии ранее применявшихся процедур последовательной оптимизации — определения минимального суммарного дефицита мощности по системе, а затем его распределения пропорционально нагрузкам узлов. Приводятся результаты экспериментальных расчетов модели методом внутренних точек, иллюстрирующих эффективность такого совмещения с позиций минимизации времени расчетов модели.

В программно-вычислительном комплексе анализа надежности электроэнергетических систем (ЭЭС) [4], разработанном в Институте систем энергетики им. Л. А. Мелентьева, базовым расчетным средством оптимизации режимов, сформированных в результате статистических испытаний, является модель оценки дефицита мощности (ОДМ). Осуществляя анализ надежности по методике, используемой в этом комплексе, необходимо многократно просчитывать модель ОДМ в формируемых случайным образом ситуациях функционирования ЭЭС. К модели ОДМ предъявляются противоречивые требования. Например, важно, чтобы модель наиболее адекватно отражала сложные физико-технические процессы, протекающие в энергосистемах в разных ситуациях. При этом модель ОДМ должна быть агрегированной, чтобы можно было легко осуществлять информационное наполнение, и достаточно простой, чтобы можно было быстро анализировать большое количество конкретных

*) Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 00–01–00530).

ситуаций. Последняя из указанных задач — минимизация времени расчетов конкретных ситуаций — является первостепенной для выбора алгоритмов расчетов модели ОДМ. В статье приведены результаты исследования двух вариантов модели ОДМ и применяемых алгоритмов метода внутренних точек для их реализации [1].

1. Исходная модель оценки дефицита мощности ЭЭС

Заданы: неотрицательные числа $\bar{x}_i$, $\bar{y}_i$ — располагаемая мощность и нагрузка в узлах ЭЭС, $1 \leqslant i \leqslant n$, и величина $\bar{z}_{ij}$ — максимальная пропускная способность линий электропередач (ЛЭП) из узла i в узел j;

искомые величины x_i, y_i — используемая мощность и покрываемая нагрузка в узле i, $1 \leqslant i \leqslant n$, и z_{ij} — перетоки мощности из узла i в узел j;

ограничения: балансы мощности в узлах

$$x_i - y_i + \sum_{j=1}^{n} z_{ji} - \sum_{j=1}^{n} z_{ij} = 0, i = 1, \dots, n \tag{1}$$

и условия неравенства на переменные

$$\bar{x}_i \geqslant x_i \geqslant 0, \quad 1 \leqslant i \leqslant n, \tag{2}$$

$$\bar{y}_i \geqslant y_i \geqslant 0, \quad 1 \leqslant i \leqslant n, \tag{3}$$

$$\bar{z}_{ij} \geqslant z_{ij} \geqslant 0, \quad 1 \leqslant i, j \leqslant n, \quad i \neq j. \tag{4}$$

Критерии выбора решения. Сначала задача формулировалась следующим образом [5]: найти

$$\min \sum_{i=1}^{n} (\bar{y}_i - y_i), \tag{5}$$

т. е. такие значения переменных x_i, y_i, z_{ij}, удовлетворяющие условиям (1)–(4), при которых достигается минимальное значение суммарного дефицита мощности по системе в целом.

Если ввести дополнительные переменные

$$d_i = \bar{y}_i - y_i, \quad 1 \leqslant i \leqslant n, \tag{6}$$

характеризующие дефицит мощности по узлам, то задача приобретает вид: найти

$$\min \sum d_i \tag{7}$$

при условиях (1)–(4), (6). Задачу (7) сводим к классической задаче о максимальном потоке. Для ее решения первоначально использовали известный алгоритм Форда–Фалкерсона. С накоплением опыта расчетов стал проявляться такой странный факт — показатели надежности электроснабжения отдельных узлов (вероятность и математическое ожидание дефицита мощности в каждом из них) зависят от порядка нумерации узлов.

Это происходило из-за частого возникновения неединственного оптимального решения задачи (7), т. е. ситуации, когда минимальный суммарный дефицит мощности при условиях (2)–(4) по-разному мог распределяться между узлами ЭЭС. В силу особенностей алгоритма Форда–Фалкерсона из множества оптимальных решений выбиралось одно из крайних с минимальным числом дефицитных узлов. Номера таких узлов зависели от порядка нумерации узлов при описании модели.

В связи с этим возникла идея дополнить изложенную модель ОДМ условиями, при которых в конкретных ситуациях в качестве дефицитных должны присутствовать все узлы, потенциально дефицитные в постановке задачи (7); при этом суммарный дефицит по всем таким узлам должен распределяться примерно пропорционально нагрузкам этих узлов. Идея была реализована в виде двухэтапного алгоритма на базе метода внутренних точек [2]. В этом алгоритме существенно используется свойство метода внутренних точек вырабатывать относительно внутреннюю точку множества оптимальных решений задачи линейного программирования [1]. Это свойство означает, что граничные значения при выполнении условий (2)–(4) достигаются только для тех переменных, которые принимают эти значения при любом другом оптимальном решении, а при варьировании оставшихся переменных при условиях (1)–(4) значение целевой функции (5) не меняется.

Обозначим через L множество номеров узлов, в которых для относительно внутренней точки оптимальных решений задачи (1)–(5) есть дефицит мощности. Если $L = \oslash$, то дефицита мощности у системы нет, и поэтому задача со вторым приводимым ниже критерием не решается.

Итак, пусть решена задача (1)–(5) первого этапа и определено непустое множество L. Задача второго этапа формулируется следующим образом.

При условиях (1)–(4), (6) и фиксированных переменных, оказавшихся на границе неравенств (2)–(4), найти

$$\min \sum_{i \in L} (\hat{d}_i - d_i)^2, \tag{8}$$

где

$$\hat{d}_i = Dy_i \Big/ \sum_{i \in L} y_i, \tag{9}$$

D — оптимальное значение целевой функции (7), равное минимальному суммарному дефициту по всем узлам.

Заметим, что в тех случаях, когда для оптимального решения задачи (8) выполняются равенства $d_i = \hat{d}_i$, $i \in L$, используемый в этой задаче критерий точно отражает его содержательную формулировку. В иных ситуациях, связанных с ограничениями по потокам z_{ij}, этот критерий только частично отражает задачу пропорционального нагрузкам распределения дефицита по узлам.

Определение 1. Допустимое решение x_i, y_i, z_{ij} и $d_i = \bar{y}_i - y_i$ системы (1)–(4) не является решением с распределением дефицита пропорционально нагрузкам, если существуют такие узлы l, k, что $\hat{y}_l > 0$, $\hat{y}_k > 0$ и

$$d_l / y_l > d_k / y_k, \tag{10}$$

и существует другое допустимое решение $\tilde{x}_i, \tilde{y}_i, \tilde{z}_{ij}, \tilde{d}_i$ такое, что

$$\tilde{d}_l = d_l - \varepsilon, \quad \tilde{d}_k = d_k + \varepsilon \tag{11}$$

при некотором $\varepsilon > 0$ и

$$\tilde{d}_i = d_i, \quad i \neq l, k. \tag{12}$$

Согласно этому определению дефициты распределены не пропорционально нагрузкам, если для двух узлов выполняется неравенство (10), означающее указанную непропорциональность, которую при этом можно уменьшить, перебросив хотя бы малую часть мощности из узла k в узел l.

Определение 2. Допустимое решение системы (1)–(4) называется решением с распределением дефицита пропорционально нагрузкам, если либо отсутствуют узлы l, k такие, что выполняется неравенство (10), либо из (10) следует, что не существует другого допустимого решения, для которого выполняются условия (11), (12).

2. Однокритериальная модель оценки дефицита мощности

Некоторые из параметров $\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_{ij}$ могут быть нулевыми. Это означает, что соответствующие переменные x_i, y_i, z_{ij} тождественно равны нулю. При расчетах они сразу исключаются из рассмотрения, т. е. при формулировке модели можно ограничиться только теми переменными x_i, y_i, z_{ij}, для которых $\bar{x}_i > 0$, $\bar{y}_i > 0$, $\bar{z}_{ij} > 0$. При реализации модели перетоки из узла i в узел j и обратно обычно представляются в виде одной переменной, а не двух, как это было представлено выше. Все эти условия, сокращающие число переменных, не учитываются здесь только по той причине, чтобы не усложнять математическую запись модели.

Множество номеров узлов с ненулевыми нагрузками обозначим через

$$I = \{i \in \{1, \dots, n\} \mid \bar{y}_i > 0\}.$$

Рассмотрим задачу: найти

$$\min \sum_{i \in I} (\bar{y}_i - y_i)^2 / \bar{y}_i \tag{13}$$

при условиях (1), (3), (4) и ограничении

$$y_i = 0, \quad i \in I. \tag{14}$$

Подчеркнем, что исходные ограничения (1)–(4) сформулированной задачи учитываются не в полном виде. А именно не учитываются ограничения-неравенства на покрываемые нагрузки $\bar{y}_i$ для узлов с номерами из множества I. Формулировка модели ОДМ в виде задачи (13), (14) вместо изложенной ранее двухэтапной постановки была предложена в [3].

Заменив переменные покрываемых нагрузок на объемы дефицита $d_i = \bar{y}_i - y_i$, получим эквивалентную задачу: найти

$$\min \sum_{i \in I} (d_i)^2 / \bar{y}_i \tag{15}$$

при условиях

$$x_i - d_i + \sum_{j=1}^{n} z_{ji} - \sum_{j=1}^{n} z_{ij} = \bar{y}_i, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{16}$$

ограничениях (12), (14) и условии

$$d_i = 0, \quad i \notin I. \tag{17}$$

Если исключить условия (3) при $i \in I$, то ограничения (1)–(4) позволят легко формировать допустимое решение. Пусть x_i^0, z_{ij}^0 — некоторые удовлетворяющие условиям (1), (2), (4) переменные при $y_i^0 = 0$, $i \notin I$. Тогда положим

$$y_i^0 = x_i^0 + \sum_j z_{ji}^0 - \sum_j z_{ij}^0, \quad i \in I. \tag{18}$$

Получим допустимые решения задачи (13), (14).

Все ограничения задач (13), (14) и (15)–(17) линейные. Следовательно, множество допустимых решений выпукло. Это множество, как показано выше, не пусто. Целевая функция является выпуклой. Ее значение ограничено снизу нулем. Поэтому имеется оптимальное решение. Пусть оно состоит из значений переменных $\hat{x}_i, \hat{z}_{ij}, \hat{y}_i$ и $\hat{d}_i$. В [3] доказана

Теорема 1. *Для оптимального решения задачи* (13), (14) *выполняется ограничение*

$$\bar{y}_i \geqslant \hat{y}_i \geqslant 0, \quad i \in I. \tag{19}$$

Это решение находится среди множества оптимальных решений задачи минимизации суммарного дефицита (1)–(5) *и дает пропорциональное нагрузкам распределение этого дефицита.*

Замечание по реализации модели. При использовании метода внутренних точек исходное приближение должно быть относительно внутренней точкой множества допустимых решений. Несложно сформировать и такое допустимое решение задачи (13), (14), если $I = \{1, \dots, n\}$. В этом случае считаем, что x_i может принимать любое значение из интервала $(\bar{x}_i, 0)$, если $\bar{x}_i > 0$, и в качестве z_{ij}^0 берем любое значение из интервала $(\bar{z}_{ij}, 0)$, если $\bar{z}_{ij} > 0$. При $\bar{x}_i = 0$ считаем $x_i^0 = 0$, и при $\bar{z}_{ij} = 0$ считаем $z_{ij} = 0$. Затем по правилу (18) вычисляем y_i^0 при каждом $i = 1, \dots, n$.

Изложенная здесь однокритериальная модель ОДМ обладает рядом преимуществ по сравнению с рассмотренной ранее двухкритериальной моделью. Модель (13), (14) или эквивалентная ей (15)–(17) во всех случаях, в отличие от исходной модели, распределяет дефицит мощности строго пропорционально нагрузкам узлов. Для реализации модели (13), (14) методом внутренних точек в типичных случаях, когда нагрузки имеются у всех рассматриваемых узлов, используется более простая одноэтапная схема вычислений.

При реализации модели ОДМ в исходной двухкритериальной постановке используется более сложная трехэтапная схема вычислений: 1) ввод в область допустимых по условиям (1)–(4) решений; 2) минимизация суммарного дефицита в области допустимых решений; 3) равномерное распределение дефицита по узлам в результате решения задачи (8).

Наконец, результаты экспериментальных расчетов показывают, что при реализации модели (13), (14), как правило, затрачивается меньше машинного времени, чем при реализации модели ОДМ в исходной постановке.

3. Алгоритмы метода внутренних точек

Рассмотрим задачу минимизации функции при линейных ограничениях, когда целевая функция $f(x)$ является выпуклой, квадратичной сепарабельной. В этом случае требуется минимизировать

$$f(x) = \sum_{j=1}^{n} \left(c_j x_j + \frac{1}{2} h_j (x_j)^2 \right) \tag{20}$$

при ограничениях

$$Ax = b, \quad \alpha \geqslant x \geqslant \beta. \tag{21}$$

Переменные задачи образуют вектор $x \in R^n$. Заданными являются матрица A размера $m < n$, векторы $c \in R^n, h \in R^n, b \in R^n, \alpha \in R^n, \beta \in R^n$. Предполагается, что $h_j \geqslant 0$ при любом $j = 1, \dots, n$, что гарантирует выпуклость целевой функции. Считаем также, что $\alpha_j > \beta_j$ при каждом

$j = 1, \ldots, n$. При этом не исключаются случаи, когда $\alpha_j = \infty$ или $\beta_j = -\infty$ для некоторых j, что означает отсутствие ограничения сверху или снизу для некоторых из переменных.

Предполагаем известным исходное приближение $x^0 \in R^n$, удовлетворяющее следующим условиям:

$$Ax^0 = b, \quad \alpha_j > x^0 > \beta_j, \quad j = 1, \ldots, n. \tag{22}$$

Учитывая особенности целевой функции, для решения задачи (20)–(21) можно предложить следующую модификацию метода внутренних точек [1].

На k-й итерации алгоритма, $k = 0, 1, 2, \ldots$, сначала находится вектор направления корректировки $s^k \in R^n$, который является решением задачи: минимизировать

$$f(x+s) + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}(s_j)^2/d_j^k \tag{23}$$

при условии

$$As = 0, \tag{24}$$

где

$$d_j^k = \min\{N, (\alpha_j - x_j^k)^2, (x_j^k - \beta_j)^2\}$$

при заданном $N > 0$.

Для рассматриваемой целевой функции f вспомогательная задача (23), (24) сводится к задаче минимизации квадратичной строго выпуклой, сепарабельной функции

$$\sum_{j=1}^{n}(c_j^k s_j + (s_j)^2/d_j^k)$$

при условии (24). Здесь

$$c_j^k = c_j + h_j x_j^k, \quad \hat{d}_j^k = d_j^k/(1 + d_j^k h_j), \quad j = 1, \ldots, n.$$

На основе метода множителей Лагранжа получаем следующие правила решения вспомогательной задачи (23), (24). Сначала находим вектор множителей Лагранжа для ограничений (24) как результат решения задачи безусловной оптимизации квадратичной строго выпуклой функции. Пусть

$$u^k = \arg\min_{u \in R^m} \Phi_k(u), \tag{25}$$

где

$$\Phi_k(u) = (A^T u - \hat{c}^k)^T \widehat{D}_k (A^T u - \hat{c}^k).$$

Здесь $\hat{c}^k$ — вектор из R^n, составленный из величин c_j^k, $\widehat{D}_k$ — диагональная матрица с положительными элементами $\hat{d}_j^k$ на диагонали.

Затем вычисляется вектор направления корректировки по правилам

$$s^k = \widehat{D}_k(A^T u^k - \hat{c}^k).$$

Ясно, что вектор u^k является решением системы линейных уравнений с симметричной неотрицательно-определенной матрицей, которая образуется в результате приравнивания градиента функции Φ_k нулевому вектору. Для решения системы линейных уравнений

$$\nabla\Phi_k(u) = 0$$

может использоваться метод квадратного корня.

После нахождения направления корректировки вычисляется шаг корректировки по правилу

$$\lambda_k = \min\{\lambda_k^1, \lambda_k^2\}, \tag{26}$$

где

$$\lambda_k^1 = \arg\min_{\lambda \geqslant 0} f(x^k + \lambda s^k), \tag{27}$$

$$\lambda_k^2 = \gamma \min\{\lambda_k^3, \lambda_k^4\} \tag{28}$$

при заданном $\gamma \in (0,1)$ и

$$\lambda_k^3 = \min_{j: s_j^k < 0} (\beta_j - x_j^k)/s_j^k, \tag{29}$$

$$\lambda_k^4 = \min_{j: s_j^k > 0} (\alpha_j - x_j^k)/s_j^k. \tag{30}$$

Если $s^k \geqslant 0$ при любом j или $\beta = -\infty$, то полагаем $\lambda_k^3 = \infty$; если же $s_j^k \leqslant 0$ при любом j или $\alpha_j = \infty$, то полагаем $\lambda_k^4 = \infty$.

Осуществляется итеративный переход по формуле

$$x^{k+1} = x^k + \lambda_k s^k, \quad k = 0, 1, 2, \ldots \tag{31}$$

В качестве критерия останова можно использовать выполнение условия

$$\Phi_k(u^k) \leqslant \varepsilon \tag{32}$$

при заданном достаточно малом $\varepsilon > 0$.

Вырабатываемые алгоритмом итерационные приближения на всех итерациях являются допустимыми

$$Ax^k = b, \quad \alpha_j > x_j^k > \beta_j, \quad j = 1, \ldots, n.$$

Действительно, из (22) и условия (24) следует, что на всех итерациях выполняется (21). Из правил вычисления шага (26)–(30) следует, что

$$(x^{k+1} - \beta) \geqslant (1-\gamma)(x^k - \beta), \quad (\alpha - x^{k+1}) \geqslant (1-\gamma)(\alpha - x^k).$$

Из (22) и условия $\gamma \in (0,1)$ следует выполнение строгих неравенств (21) для вектора x^{k+1}.

Из формулировки вспомогательной задачи (23), (24) следует, что если вектор x^k не является оптимальным решением исходной задачи (20), (21), то

$$f(x^k + s^k) < f(x^k).$$

Из правил (26), (27) следует, что значение целевой функции уменьшится:

$$f(x^{k+1}) < f(x^k).$$

Если же x^k — оптимальное решение задачи (20), (21), то будет выполнено равенство $\Phi_k(u^k) = 0$, что согласно критерию (32) означает необходимость прекращения расчетов.

Варианты алгоритмов. Если целевая функция f линейная, т. е. $h_j = 0$ при всех $j = 1, 2, \ldots, n$, то изложенный алгоритм совпадает с исходным методом внутренних точек для решения задач линейного программирования. В этом случае $\hat{d}_j^k = d_j^k$ и шаг λ_k^1 и правило его вычисления (27) можно исключить из описания алгоритма.

Для определения исходного приближения, удовлетворяющего условиям (22), можно воспользоваться следующим приемом [1]. Возьмем произвольный вектор $x^0 \in R^n$ такой, что $\alpha_j > x_j^0 > \beta_j, \quad j = 1, \ldots, n$. Положим $r = b - Ax^0$.

Рассмотрим задачу линейного программирования

$$x_{n+1} \to \min \tag{33}$$

при условиях

$$Ax + rx_{n+1} = b, \tag{34}$$

$$\alpha \geqslant x \geqslant \beta, x_{n+1} \geqslant 0. \tag{35}$$

Можно убедиться, что исходные значения x_j^0, $1 \leqslant j \leqslant n$, и $x_{n+1}^0 = 1$ являются допустимым решением данной задачи, с которого можно начать процесс оптимизации методом внутренних точек. Если для оптимального решения выполняется неравенство $x_{n+1} > 0$, то исходная система условий (21) несовместна. В противном случае для оптимального решения величины x_j, $1 \leqslant j \leqslant n$, и $x_{n+1} = 0$ являются допустимым решением задачи (20), (21).

Метод внутренних точек обладает свойством вырабатывать относительно внутреннюю точку множества оптимальных решений. Пусть вектор $(\bar{x}, \bar{x}_{n+1})$, где $\bar{x} \in R^n$ и $\bar{x}_{n+1} = 0$, является относительно внутренней точкой оптимальных решений задачи (33)–(35). Тогда если $\bar{x}_j = \alpha_j$ или $\bar{x}_j = \beta_j$, то для любого вектора x, удовлетворяющего условиям (21), будут выполняться соотношения $x_j = \alpha_j$ либо $x_j = \beta_j$. Данную переменную следует зафиксировать и исключить из дальнейшего рассмотрения. Для оставшихся переменных ограничения неравенства (21) будут выполняться в строгой форме.

При реализации метода внутренних точек для исходной модели ОДМ, изложенной в п. 1, производится три этапа вычислений. Сначала при соблюдении условий (1)–(9) осуществляется ввод в область допустимых решений по изложенным выше правилам. Затем решается задача минимизации суммарного дефицита — минимизация линейной функции (5) при соблюдении условий (1)–(4). Наконец, на третьем этапе решается задача распределения дефицита по узлам — минимизация сепарабельной, квадратичной выпуклой функции (8).

При реализации модели ОДМ из п. 2 будет только один этап вычислений, представленный в виде алгоритма минимизации сепарабельной, квадратичной выпуклой функции при линейных ограничениях.

4. Результаты экспериментальных расчетов

Расчеты по нескольким вариантам схем ЭЭС исходной (приведенной в предыдущем разделе) и изложенной моделям ОДМ методом внутренних точек приведены в таблице. Поскольку объем вычислений на одной итерации по обеим моделям примерно одинаков, можно считать, что соотношение количества итераций характеризует соотношение времени расчетов. Число 31 означает, что в данных случаях окончание расчетов произошло не по критерию получения оптимального решения, а по заданному числу итераций.

Исходная постановка	Номер схемы						
	1	2	3	4	5	6	7
	Число узлов m						
	2	5	8	6	10	11	23
	Число межузловых связей						
	1	6	4	6	4	13	39
Ввод в область допустимого решения	2	1	2	2	1	1	2
Минимизация дефицита	6	8	2	7	12	13	10
Распределение дефицита по узлам	1	2	31	31	31	31	31
Всего	9	11	35	40	44	45	43
Количество итераций для решения задачи (13), (14)	11	9	7	12	23	19	10

Приведенные результаты показывают, что есть смысл переходить от исходной модели ОДМ к модели, рассмотренной выше. Она обычно требует меньшего объема вычислений, несколько проще в программной реализации (одна итеративная процедура вычислений вместо трех) и, в отличие от исходной постановки, во всех случаях находит решение, соответствующее требованиям электроэнергетических систем.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Дикин И. И., Зоркальцев В. И.** Итеративное решение задач математического программирования (алгоритмы метода внутренних точек). Новосибирск: Наука, 1980.
2. **Зоркальцев В. И.** Относительно внутренняя точка оптимальных решений. Сыктывкар: Коми филиал АН СССР, 1984.
3. **Зоркальцев В. И., Ковалев Г. Ф., Лебедева Л. М.** Модели оценки дефицита мощности электроэнергетических систем. Иркутск, 2000. 26 с. (Препринт / РАН. Сиб. отд-ние. Ин-т систем энергетики; № 9).
4. **Ковалев Г. Ф.** Модель оценки надежности сложных ЭЭС при долгосрочном планировании их работы // Электронное моделирование. 1987, № 5. С. 65–72.
5. **Трошина Г. М.** Об одном подходе к решению задачи минимизации дефицита мощности в электроэнергетических системах (ЭЭС) // Методические вопросы исследования надежности больших систем энергетики. Вып. 15. Иркутск: СЭИ СО АН СССР, 1978. С. 34–43.

Адрес авторов:

Институт систем энергетики
им. Л. А. Мелентьева СО РАН,
ул. Лермонтова, 130,
664033 Иркутск, Россия.
E-mail: lebedeva@isem.sei.irk.ru

Статья поступила
21 ноября 2000 г.,
переработанный вариант —
19 марта 2001 г.