ДИСКРЕТНЫЙ АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ
Ноябрь—декабрь 2014. Том 21, № 6. С. 11–20

УДК 519.172.2

2/3-ПРИБЛИЖЁННЫЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ НЕСИММЕТРИЧНОЙ ЗАДАЧИ О ДВУХ КОММИВОЯЖЁРАХ НА МАКСИМУМ *)

А. Н. Глебов, Д. Ж. Замбалаева, А. А. Скретнева

Аннотация. Получен приближённый алгоритм с оценкой точности 2/3 и кубической оценкой временнóй сложности для несимметричной задачи о двух коммивояжёрах на максимум, состоящей в поиске двух рёберно непересекающихся гамильтоновых циклов с максимальным суммарным весом рёбер в полном ориентированном графе.

Ключевые слова: задача коммивояжёра, задача о двух коммивояжёрах, полиномиальный алгоритм, гарантированная оценка точности, ориентированный граф.

Введение

Предметом исследования является частный случай (при $m = 2$) несимметричной задачи об m коммивояжёрах на максимум (m-APSP-max), заключающейся в поиске m рёберно непересекающихся ориентированных гамильтоновых циклов максимального суммарного веса в полном ориентированном графе. Данная задача является также модификацией симметричного случая задачи о двух коммивояжёрах на максимум (2-PSP-max), который активно исследуется в последнее время.

Известно, что задача коммивояжёра (как на минимум, так и на максимум) и все содержательные варианты задачи о двух коммивояжёрах NP-полны [3–5]. Поэтому представляет интерес вопрос о выделении полиномиально разрешимых подклассов этих задач и о построении эффективных приближённых алгоритмов их решения с гарантированными оценками точности. Например, для симметричной задачи одного коммивояжёра на максимум (TSP-max) наилучший известный алгоритм имеет

*) Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 12–01–00090, 12–01–00093, 12–01–00448 и 12–01–00631) и гранта Президента России для ведущих научных школ НШ–1939.2014.1.

гарантированную оценку точности $\frac{7}{9}$ [7]. Такая же оценка точности получена для задачи 2-PSP-max в [1].

Для несимметричной задачи коммивояжёра на максимум (ATSP-max) в [2] построен эффективный алгоритм с гарантированной оценкой точности $\frac{2}{3}$. Нами получен аналогичный результат для задачи 2-APSP-max. А именно, для несимметричной задачи о двух коммивояжёрах на максимум построен алгоритм, имеющий оценку точности $2/3$ и оценку временно́й сложности $O(n^3)$, где n — число вершин графа. Как и алгоритм в [1], данный алгоритм основан на построении специальной раскраски рёбер графа и на последующем выделении пары рёберно непересекающихся частичных туров достаточно большого веса.

1. Обозначения и постановка задачи

Пусть $G = G(V, E)$ — полный ориентированный n-вершинный граф с множествами вершин $V = V(G)$ и дуг $E = E(G)$, $w : E \to \mathbb{R}_+$ — функция весов дуг, принимающая произвольные неотрицательные значения.

Для вершины $v \in V$ орграфа H будем использовать следующие обозначения:

$d^+(v)$ — *полустепень захода* (количество входящих дуг);

$d^-(v)$ — *полустепень исхода* (количество исходящих дуг);

$d(v) = d^+(v) + d^-(v)$ — *степень* вершины v.

Ориентированный 2*-фактор* орграфа H — набор рёберно непересекающихся контуров, покрывающих все вершины графа H.

Частичный тур в орграфе H — набор вершинно непересекающихся ориентированных цепей, покрывающих все вершины орграфа (среди цепей могут быть так называемые *синглы*, т. е. цепи, состоящие из одной вершины). Через $|T|$ и $p(T)$ будем обозначать число рёбер и число цепей в частичном туре T соответственно. Ясно, что $|T| + p(T) = |V(H)|$ для любого частичного тура T в ографе H.

Двудольная модель орграфа H — это двудольный неориентированный граф D с долями $V = V(H)$ и V', где V' — множество дубликатов всех вершин орграфа H, и $\{X, Y'\} \in E(D) \Leftrightarrow (X, Y) \in E(H)$.

Несимметричная задача об m коммивояжёрах (m-APSP) заключается в нахождении m не пересекающихся по дугам ориентированных гамильтоновых циклов в орграфе G, для которых суммарный вес составляющих их дуг минимален или максимален (при этом допускается, что цикл H_i содержит дугу (X, Y), а цикл H_j — встречную дугу (Y, X)). Через w^* будем обозначать вес оптимального решения задачи m-APSP. Ясно, что задача m-APSP является обобщением несимметричной задачи одного коммивояжёра (ATSP). Для ATSP на максимум (ATSP-max)

в [2] разработан алгоритм с гарантированной оценкой точности 2/3. Нами получен аналогичный результат для задачи 2-APSP на максимум (2-APSP-max).

2. Алгоритм $A_{2/3}$ для задачи 2-APSP-max

При $n \leqslant 15$ полным перебором находим в орграфе G пару не пересекающихся по дугам гамильтоновых циклов H_1, H_2, являющуюся оптимальным решением рассматриваемой задачи. Предположим, что $n \geqslant 16$.

2.1. Фаза 1. Находим в G подграф G_4 с максимальным суммарным весом дуг такой, что в G_4 для любой вершины $v \in V$ выполняются равенства $d^+(v) = d^-(v) = 2$. Для поиска G_4 используем двудольную модель D орграфа G, для которой с помощью алгоритма Габова [6] за время $O(n^3)$ находим цикловое покрытие максимального веса. Этому покрытию соответствует искомый подграф G_4 максимального веса в G.

Поскольку задача о поиске подграфа G_4 максимального веса с указанными свойствами является релаксацией задачи о поиске двух рёберно непересекающихся гамильтоновых циклов максимального веса, для веса орграфа G_4 выполняется оценка $w(G_4) \geqslant w^*$.

2.2. Фаза 2. Выделим в G_4 два рёберно непересекающихся частичных тура T_1 и T_2 со следующими свойствами:

$$w(T_1) + w(T_2) \geqslant \frac{2}{3} w(G_4), \quad p(T_2) \geqslant \frac{n}{5}.$$

Построение туров производим отдельно для каждой компоненты связности H орграфа G_4. Возможны следующие случаи.

Случай 1. Компонента H изоморфна «сдвоенному треугольнику», т. е. орграфу с множествами вершин $\{A, B, C\}$ и дуг $\{(A, B), (B, A), (B, C), (C, B), (C, A), (A, C)\}$ (рис. 1).

В орграфе H имеется три пары туров с множествами дуг:
1) $\{(A, B), (B, C)\}$, $\{(B, A), (A, C)\}$,
2) $\{(B, C), (C, A)\}$, $\{(C, B), (B, A)\}$,
3) $\{(C, A), (A, B)\}$, $\{(A, C), (C, B)\}$.

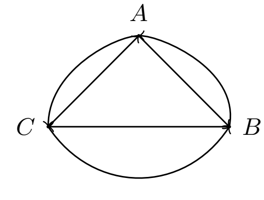

Рис. 1. Сдвоенный треугольник

Через (T_1, T_2) обозначим пару указанных туров с наибольшим рёберным весом. Так как все три пары туров дважды покрывают множество $E(H)$, имеем $w(T_1) + w(T_2) \geqslant \frac{2}{3} w(H)$ и $p(T_2) = 1 > \frac{3}{5} = \frac{|V(H)|}{5}$.

Случай 2. Компонента H не изоморфна сдвоенному треугольнику. Этот случай разбивается на два подслучая.

Подслучай 2.1. В орграфе H нет цикла длины 2, т. е. H не содержит встречных дуг.

Тогда разбиваем дуги $E(H)$ на два ориентированных 2-фактора F_1 и F_2. Для этого достаточно разбить соответствующее H цикловое покрытие (см. фазу 1) в двудольном графе D на два паросочетания. После этого строим частичные туры T_1, T_2, удаляя $\lfloor |C|/3 \rfloor \geqslant |C|/5$ самых лёгких рёбер из каждого цикла C в каждом 2-факторе. В результате получаем пару частичных туров (T_1, T_2) с суммарным весом рёбер не менее $\frac{2}{3}w(H)$ (так как длина каждого цикла C не менее 3), удовлетворяющих условиям

$$|T_i| \leqslant \frac{4}{5}|V(H)|, \quad p(T_i) = |V(H)| - |T_i| \geqslant |V(H)|/5, \quad i = 1, 2.$$

Подслучай 2.2. H содержит цикл длины 2.

Разобьём множество дуг $E(H)$ на три частичных тура, что эквивалентно рёберной раскраске $\varphi : E(H) \to \{1, 2, 3\}$ орграфа H такой, что каждый цветовой класс индуцирует тур. Рекурсивная процедура «Ациклическая 3-раскраска», описанная ниже, в качестве входных данных использует связный орграф $K(V, E)$ со следующими свойствами:

(i) K не изоморфен сдвоенному треугольнику;

(ii) $(\forall v \in V)$ $d^+(v) \leqslant 2$ и $d^-(v) \leqslant 2$;

(iii) K содержит либо вершину степени не более 3, либо 2-цикл.

Ациклическая 3-раскраска(K).

Если K содержит не более трёх дуг, то красим их в попарно различные цвета. Иначе рассмотрим следующие два случая.

Случай A1. K содержит 2-цикл (A, B, A). Обозначим другие дуги, инцидентные вершинам A и B, через (C, A), (A, D), (E, B), (B, F) (некоторых из них может не существовать). Удалим дуги (A, B) и (B, A) из орграфа K. Применяя «Ациклическую 3-раскраску» к полученному орграфу (или к его компонентам связности), получаем 3-раскраску φ всех дуг орграфа K за исключением дуг (A, B) и (B, A). Заметим, что обращение к этой процедуре корректно, так как условия (i) и (ii) очевидным образом выполняются, а вершины A и B имеют степень не более 2, т. е. (iii) также выполняется.

Продолжим раскраску φ на дуги (A, B) и (B, A). С точностью до переобозначения цветов, симметрии между вершинами A и B и замены

ориентации всех дуг орграфа на противоположную возможны следующие случаи раскраски дуг, инцидентных вершинам A и B.

Подслучай A1.1. $\varphi(C,A) = \varphi(A,D) = 1$, $\varphi(E,B) \in \{1,2\}$, $\varphi(B,F) \in \{1,3\}$. Полагаем $\varphi(A,B) := 3$ и $\varphi(B,A) := 2$.

Подслучай A1.2. $\varphi(C,A) = \varphi(A,D) = 1$, $\varphi(E,B) = \varphi(B,F) = 2$. Имеется цвет $\alpha \in \{2,3\}$ такой, что при вершине C нет исходящей дуги, окрашенной в α (рис. 2). Полагаем $\varphi(A,B) := 3$, $\varphi(B,A) := 1$, затем перекрашиваем дугу (C,A) в цвет α.

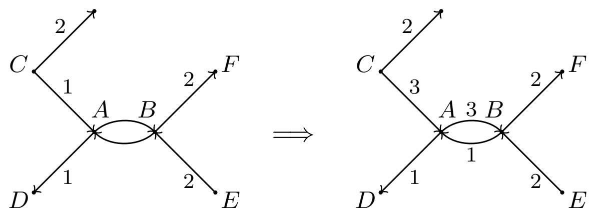

Рис. 2. Подслучай A1.2, $\alpha = 3$

Подслучай A1.3. $\varphi(C,A) = \varphi(E,B) = 1$, $\varphi(A,D) = \varphi(B,F) = 2$. Если это возможно, то перекрашиваем дугу (C,A) и полагаем $\varphi(A,B) := 3$, $\varphi(B,A) := 1$. Допустим, что перекрасить дугу (C,A) невозможно. Тогда имеются исходящая из вершины C дуга, окрашенная в цвет 3, и цепь $(A,D,\dots,C)$, окрашенная в 2 (в частности, возможно, $C = D$). Рассмотрим дугу (A,D). Если возможно, то перекрашиваем её и полагаем $\varphi(A,B) := 2$, $\varphi(B,A) := 3$. В противном случае существует входящая в вершину D дуга, окрашенная в цвет 3, и цепь $(D,\dots,C,A)$, окрашенная в 1. Положим $\varphi(A,B) := 3$, $\varphi(B,A) := 1$, $\varphi(C,A) := 2$, $\varphi(A,D) := 1$ (рис. 3). Цикла цвета 1 при этом не образуется, так как цепь $(\dots,E,B,A,D,\dots)$ цвета 1 оканчивается в вершине C.

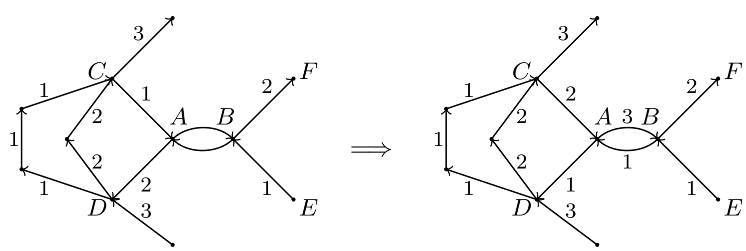

Рис. 3. Подслучай A1.3

Подслучай A1.4. $\varphi(C,A) = \varphi(B,F) = 1$, $\varphi(A,D) = \varphi(E,B) = 2$. При возможности полагаем $\varphi(A,B) := 1$, $\varphi(B,A) := 3$ или $\varphi(A,B) := 3$,

$\varphi(B, A) := 2$. Если оба варианта невозможны, то орграф K содержит цепь $P_1 = (B, F, \ldots, C, A)$, окрашенную в 1, и цепь $P_2 = (A, D, \ldots, E, B)$, окрашенную в 2. Если при вершине C нет исходящей дуги, окрашенной в цвет 2, то полагаем $\varphi(A, B) := 1$, $\varphi(B, A) := 3$, $\varphi(C, A) := 2$. Предположим, что из вершины C исходит дуга цвета 2 и по симметрии из вершины E исходит дуга цвета 1. Если $C \neq E$, то перекрашиваем обе дуги (C, A) и (E, B) в цвет 3 и полагаем $\varphi(A, B) := 1$, $\varphi(B, A) := 2$ (рис. 4).

Пусть $C = E$. Ввиду симметрии можно считать, что $D = F$. Так как орграф K не изоморфен сдвоенному треугольнику, $C \neq D$, и ввиду существования цепей P_1 и P_2 при вершинах C и D нет дуг цвета 3. Следовательно, можем окрасить дуги (C, A) и (A, D) в цвет 3, после чего положим $\varphi(A, B) := 1$, $\varphi(B, A) := 2$ (рис. 5).

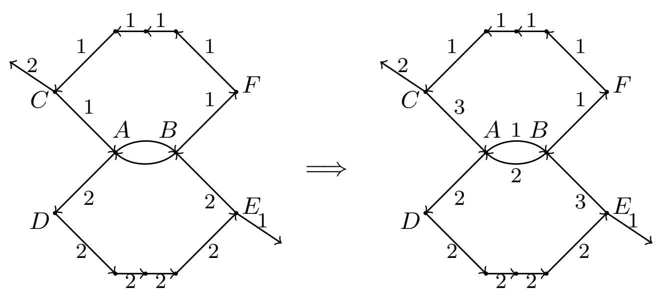

Рис. 4. Подслучай А1.4, $C \neq E$

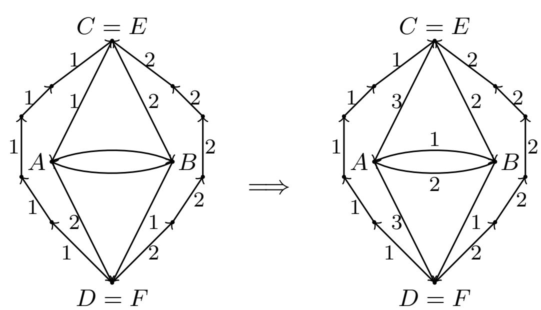

Рис. 5. Подслучай А1.4, $C = E$, $D = F$

Подслучай А1.5. $\varphi(C, A) = \varphi(B, F) = 1$, $\varphi(A, D) = 2$, $\varphi(E, B) = 3$. Предположим, что существует цепь $(B, F, \ldots, C, A)$, окрашенная в цвет 1, иначе положим $\varphi(A, B) := 1$, $\varphi(B, A) := 2$. Если при вершине E нет исходящей дуги цвета 1, то $\varphi(A, B) := 3$, $\varphi(B, A) := 2$, $\varphi(E, B) := 1$. Иначе

при вершине E нет исходящей дуги цвета 2. В таком случае перекрасим дугу (E, B) в цвет 2 и перейдем к случаю А1.4.

Подслучай А1.6. $\varphi(C, A) = \varphi(E, B) = 1$, $\varphi(A, D) = 2$, $\varphi(B, F) = 3$. Полагаем $\varphi(A, B) := 3$, $\varphi(B, A) := 2$.

Случай А2. K не содержит 2-циклов, но содержит вершину A степени не более 3.

Удалим одну из дуг при вершине A из орграфа K. Очевидно, что компоненты связности полученного орграфа K' будут удовлетворять условиям (i)–(iii) из описания процедуры «Ациклическая 3-раскраска». Применим эту процедуру к орграфу K' или его компонентам связности. После этого требуется докрасить только удалённую дугу e. Это можно сделать без предварительных перекрасок, за исключением случая, когда $d(A) = 3$. Тогда вершина A инцидентна дугам (A, B), (C, A) и какой-то из дуг (A, D) или (D, A). Без потери общности можем считать, что $e = (A, B)$. Обозначим дуги, инцидентные вершине B и отличные от (A, B), через $(E, B), (B, F)$ и (B, H). При окрашивании дуги (A, B) возникают следующие нетривиальные случаи (в остальных случаях докраска производится без предварительных перекрасок).

Подслучай А2.1. Существует цепь $P = (B, F, \dots, C, A)$, окрашенная в цвет 1, $\varphi(A, D) = 2$, $\varphi(E, B) = 3$.

Если при вершине D нет входящих рёбер цвета 3, то полагаем $\varphi(A, B)$ равным 2, $\varphi(A, D) = 3$. Иначе, так как орграф K содержит цепь P, можем перекрасить дугу (A, D) в цвет 1 и окрасить дугу (A, B) в цвет 2.

Подслучай А2.2. Существуют цепи $P_1 = (B, F, \dots, C, A)$ цвета 1 и $P_2 = (B, H, \dots, D, A)$ цвета 2, $\varphi(E, B) = 3$.

Существует цвет $\alpha \in \{1, 2\}$ такой, что из вершины E не исходит дуги цвета α. Ввиду наличия в орграфе K цепей P_1, P_2 можем перекрасить дугу (E, B) в цвет α, после чего окрасим дугу (A, B) в цвет 3.

Ясно, что трудоёмкость процедуры «Ациклическая 3-раскраска» составляет $O(n^2)$, где $n = |V(K)|$, так как осуществляется последовательная раскраска $2n$ дуг орграфа K и на раскраску каждой дуги затрачивается время $O(n)$, определяемое трудоёмкостью проверки на зацикливание для дуг каждого цвета.

Через T_1', T_2', T_3' обозначим три тура в орграфе H, построенные с помощью процедуры «Ациклическая 3-раскраска(H)», где T_i' состоит из дуг цвета $i = 1, 2, 3$. Без потери общности предположим, что $p(T_1') \geqslant p(T_2') \geqslant p(T_3')$. Описанная ниже процедура перестраивает тройку туров (T_1', T_2', T_3') в H в другую тройку туров (T_1'', T_2'', T_3'') с дополнительным

свойством
$$p(T_1'') \geqslant p(T_2'') \geqslant |V(H)|/5.$$

Уравнивание(T_1', T_2', T_3').

Если $p(T_2') \geqslant |V(H)|/5$, то полагаем $T_i'' := T_i'$, $i = 1,2,3$. В противном случае из равенств $|T_1'| + |T_2'| + |T_3'| = |E(H)| = 2|V(H)|$ и $p(T_i') + |T_i'| = |V(H)|$, $i = 1,2,3$, заключаем, что
$$|T_3'| \geqslant |T_2'| > \frac{4}{5}|V(H)|, \quad |T_1'| < 2|V(H)| - 2 \cdot \frac{4}{5}|V(H)| = \frac{2}{5}|V(H)|,$$
$$p(T_1') > |V(H)| - \frac{2}{5}|V(H)| = \frac{3}{5}|V(H)|.$$

Пока $p(T_1') > \frac{3}{5}|V(H)|$, повторяем следующую операцию: находим и перемещаем «подходящую» дугу из $T_2' \cup T_3' = E(H) \setminus T_1'$ в T_1', где под «подходящей» понимается дуга, добавление которой к T_1' оставляет T_1' частичным туром.

Для того чтобы доказать, что такая дуга найдётся пока $p(T_1') > \frac{3}{5}|V(H)|$, заметим, что $(X, Y) \in E(H) \setminus T_1'$ является подходящей дугой, если X — концевая вершина цепи тура T_1', в то время как Y — начало некоторой другой цепи этого тура. Для каждой цепи P тура T_1' существуют две дуги из $E(H) \setminus T_1'$, исходящие из её концевой вершины. По крайней мере одна из этих дуг не ведёт в начальную вершину цепи P. Таким образом, в $E(H) \setminus T_1'$ имеется не менее $p(T_1') > \frac{3}{5}|V(H)|$ дуг-кандидатов. Заметим, что не все эти дуги ведут в неначальные вершины цепей из T_1', так как T_1' содержит $|V(H)| - p(T_1') < \frac{2}{5}|V(H)|$ неначальных вершин, и каждая неначальная вершина цепи из T_1 может быть концевой только для одной дуги-кандидата. Следовательно, среди дуг-кандидатов имеется более чем $|V(H)|/5$ подходящих.

Ясно, что трудоёмкость процедуры «Уравнивание(T_1', T_2', T_3')» равна $O(n^2)$. После применения процедуры «Уравнивание(T_1', T_2', T_3')» выберем в качестве T_1, T_2 пару туров с максимальным суммарным весом дуг среди T_1'', T_2'', T_3'', где $p(T_1) \leqslant p(T_2)$. По её основному свойству $p(T_2) \geqslant |V(H)|/5$.

2.3. Фаза 3. Пришло время представить финальную процедуру «Построение(H_1, H_2)», которая конструирует два рёберно непересекающихся гамильтоновых цикла H_1, H_2 в орграфе G на основе туров T_1, T_2, полученных на фазе 2 таким образом, что $H_1 \cup H_2 \supset T_1 \cup T_2$ и, следовательно,
$$w(H_1) + w(H_2) \geqslant w(T_1) + w(T_2) \geqslant \frac{2}{3}w(G_4) \geqslant \frac{2}{3}w^*.$$

В результате фазы 2 для каждой компоненты связности H орграфа G_4 выполняется неравенство $p\big(T_2^H\big) \geqslant \lceil |V(H)|/5 \rceil$, где T_2^H — множество цепей тура T_2, содержащихся в компоненте связности H. Таким образом, $p(T_2) \geqslant \lceil |V|/5 \rceil = \lceil n/5 \rceil \geqslant 4$, так как $n \geqslant 16$.

Построение(H_1, H_2).

Соединим тур T_1 в гамильтонов цикл H_1 с помощью любых подходящих дуг. Если при этом добавленные дуги принадлежали туру T_2, то переносим их из T_2 в H_1. После этого, если $p(T_2) > 4$, то добавим подходящие дуги из $E \setminus H_1$ к T_2, пока не уменьшим количество цепей до четырёх.

Пусть T_2 состоит из четырёх цепей: $P_1 = (A, \ldots, B)$, $P_2 = (C, \ldots, D)$, $P_3 = (F, \ldots, K)$, $P_4 = (M, \ldots, L)$. Так как одна из дуг (B, C) или (B, F), скажем (B, C), не принадлежит H_1, можем добавить (B, C) к туру T_2, таким образом соединив цепи P_1 и P_2 в одну цепь $(A, \ldots, D)$. Далее по такому же принципу соединяем цепь $(A, \ldots, D)$ с P_3, образуя цепь $(A, \ldots, K)$.

Если обе дуги (K, M) и (L, A) не принадлежат H_1, то, добавляя их к T_2, получим искомый цикл H_2. Иначе дуга (K, A) не принадлежит $E(H_1)$; добавляя её к T_2, получаем цикл S, который содержит цепи P_1, P_2 и P_3. Заметим, что хотя бы две из дуг $(B, M), (D, M), (K, M)$, для определённости (B, M) и (D, M), не принадлежат H_1. Кроме того, либо (L, C), либо (L, F), для определённости (L, C), не принадлежит H_1. Добавляя к T_2 дуги (B, M) и (L, C) (и удаляя дугу (B, C)), вставляем цепь P_4 между P_1 и P_2. В итоге получаем искомый гамильтонов цикл H_2.

Нетрудно заметить, что трудоёмкость процедуры «Построение(H_1, H_2)» равна $O(n)$. Таким образом, временна́я сложность всего алгоритма $A_{2/3}$ определяется алгоритмом Габова, который применяется на фазе 1, и равна $O(n^3)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Глебов А. Н., Замбалаева Д. Ж.** Полиномиальный алгоритм с оценкой точности 7/9 для задачи о двух коммивояжерах на максимум // Дискрет. анализ и исслед. операций. — 2011. — Т. 18, № 4. — С. 17–48.
   Glebov A. N., Zambalaeva D. Zh. A polynomial algorithm with approximation ratio 7/9 for the maximum two peripatetic salesmen problem // J. Appl. Industr. Math. — 2012. — Vol. 6, N 1. — P. 69–89.
2. **Kaplan H., Lewenstein M., Shafrir N., Sviridenko M.** Approximation algorithms for asymmetric TSP by decomposing directed regular multigraphs // JACM. — 2005. — Vol. 52, N 4. — P. 602–626.

3. **De Kort J. B. J. M.** Lower bounds for symmetric K-peripatetic salesman problems // Optimization. — 1991. — Vol. 22, N 1. — P. 113–122.
4. **De Kort J. B. J. M.** Upper bounds for the symmetric 2-peripatetic salesman problems // Optimization. — 1992. — Vol. 23, N 4. — P. 357–367.
5. **De Kort J. B. J. M.** A branch and bound algorithm for symmetric 2-peripatetic salesman problems // Eur. J. Oper. Res. — 1993. — Vol. 10, N 2. — P. 229–243.
6. **Gabow H. N.** An efficient reduction technique for degree-restricted subgraph and bidirected network flow problems // Proc. 15th Ann. ACM Symp. Theory of Computing (Boston, April 25–27, 1983). — New York: ACM, 1983. — P. 448–456.
7. **Paluch K., Mucha M., Madry A.** A 7/9-approximation algorithm for the maximum traveling salesman problem // APPROX-RANDOM. — 2009. — P. 298–311.

Глебов Алексей Николаевич,
e-mail: angle@math.nsc.ru
Замбалаева Долгор Жамьяновна,
e-mail: dolgorzam@gmail.com
Скретнева Анастасия Андреевна,
e-mail: skretneva@gmail.com

Статья поступила
2 декабря 2013 г.

Переработанный вариант —
11 июля 2014 г.