ДИСКРЕТНЫЙ АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ
Июль—сентябрь 2016. Том 23, № 3. С. 35–60

УДК 519.87+519.854 DOI: 10.17377/daio.2016.23.527

СРАВНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ ПЛАНИРОВАНИЯ ГОСУДАРСТВЕННО-ЧАСТНОГО ПАРТНЁРСТВА *)

С. М. Лавлинский[1], *А. А. Панин*[1,2], *А. В. Плясунов*[1,2]
[1]Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН,
пр. Акад. Коптюга, 4, 630090 Новосибирск, Россия,
[2]Новосибирский гос. университет,
ул. Пирогова, 2, 630090 Новосибирск, Россия

e-mail: lavlin@math.nsc.ru, arteam1897@gmail.com, apljas@math.nsc.ru

Аннотация. Приводятся новые математические постановки двухуровневой и одноуровневой моделей планирования государственно-частного партнёрства, а также оценки их вычислительной сложности и алгоритмы решения. Для проведения вычислительного эксперимента строится специальный модельный полигон, учитывающий специфику исходной информационной базы. На основе численных результатов проводится сравнительный анализ свойств решений в различных постановках и оценивается адекватность исходных предположений моделей сегодняшнему состоянию дел в сфере управления проектами государственно-частного партнёрства. Ил. 13, библиогр. 16.

Ключевые слова: государственно-частное партнёрство, двухуровневая задача, аппроксимационная иерархия, NPO-трудная задача, класс $\Sigma_2^P O$, гибридный алгоритм, локальный поиск.

Введение

В [6–8] предложен новый подход к разработке программы освоения минерально-сырьевой базы на основе механизмов государственно-частного партнёрства (ГЧП), согласующих долгосрочные интересы государства, частного инвестора и населения в процессе социально-экономического развития и обеспечивающих инвестиционную привлекательность, бюджетные поступления, соблюдение экологических ограничений

*)Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 16–06–00046, 16–07–00319), Российского гуманитарного научного Фонда (проект 16–02–00049), Минобрнауки (госзадание 2598).

и рост индикаторов уровня жизни населения. В рамках такого подхода в процессе освоения ресурсной территории государство берёт на себя не только инфраструктурные проекты общего назначения, но и часть затрат, связанных с компенсацией экологических потерь, вызванных реализацией инвестиционных проектов освоения месторождений. Соответствующий экономико-математический инструментарий основан на игре Штакельберга и представляет собой модель планирования, формулируемую в виде задачи двухуровневого булева программирования.

Насколько оправданны такие двухуровневые постановки с точки зрения возможностей практического применения предлагаемого подхода? Установленная в [8] и в настоящей статье высокая вычислительная сложность данных постановок говорит о том, что для решения задачи реальной размерности любым точным алгоритмом потребуются слишком большие вычислительные ресурсы, несмотря на все достижения в области разработки вычислительных систем. Можно ли в таком случае обойтись существенно более простыми одноуровневыми моделями? Насколько корректно с экономической точки зрения такие модели описывают процесс освоения минерально-сырьевой базы территории с неразвитой производственной инфраструктурой, и могут ли они быть использованы для поддержки процесса принятия управленческих решений в природноресурсной сфере? Эти вопросы находятся в центре внимания настоящей работы, основной целью которой является сравнительный анализ свойств решений двухуровневой и одноуровневой моделей формирования механизма ГЧП.

Содержательно близкие проблемы рассматривались в [10], где исследовались свойства земельной ренты для централизованной и многоукладной экономик на основе анализа равновесных по Нэшу решений. Здесь, учитывая особенности иерархии взаимодействия государства и частного инвестора в минерально-сырьевом секторе, используем равновесие Штакельберга. Для изучения его свойств строится модельный пример с размерностью, близкой к реальной, и используются новые методы решения двухуровневых задач на основе локального поиска с рандомизированной окрестностью.

В разд. 1 даны математические постановки моделей, в разд. 2 установлена вычислительная сложность новой двухуровневой постановки задачи планирования и описан приближённый алгоритм её решения. В разд. 3 описан специальный модельный полигон, учитывающий природу информационной базы, порождённую спецификой моделируемого объекта. Разд. 4 посвящён анализу чувствительности решений моделей различного типа, а в разд. 5 обсуждены численные результаты и адекватность исходных предположений состоянию дел в сфере управления проектами ГЧП.

1. Математическая модель

Рассмотрим следующие исходные данные:

T — множество рассматриваемых периодов времени;

I — множество производственных проектов освоения месторождений, реализуемых частным инвестором, конкретную конфигурацию которых инвестор выбирает в зависимости от того, что предлагает государство в области инфраструктурного строительства;

J — множество инфраструктурных проектов, реализуемых государством, конкретный перечень которых государство выбирает, исходя из своих оценок эффективности с точки зрения перспектив долгосрочного развития территории;

K — множество экологических проектов, необходимых для компенсации экологических потерь, вызванных реализацией производственных проектов.

Производственный проект i в году t характеризуется потоком наличности CP_{it} (разность полученных доходов и расходов всех видов), стоимостной оценкой экологических потерь EP_{it}, бюджетными доходами DP_{it} и зарплатой ZP_{it}, получаемыми государством и населением в ходе реализации проекта.

Описание инфраструктурного проекта j содержит график инвестиционных затрат CI_{jt}, стоимостную оценку экологических потерь EI_{jt}, прогноз внепроектных доходов бюджета DI_{jt}, связанных с общим развитием экономики территории, и данные о зарплате ZI_{jt}, выплачиваемой в ходе реализации проекта в году t.

Экологические проекты характеризуются графиком затрат CE_{kt}, стоимостной оценкой экологического дохода DE_{kt} и зарплатой ZE_{kt}.

Взаимосвязь проектов задаётся булевыми матрицами μ и ν, где μ_{ij} — индикатор технологической связности производственных и инфраструктурных проектов, который равен 1, если для реализации производственного проекта i требуется реализация инфраструктурного проекта j, и 0 в противном случае. Индикатор связности производственных и экологических проектов ν_{ij} равен 1, если для реализации производственного проекта i требуется реализация экологического проекта k, иначе — 0.

Обозначим через Θ и θ дисконты государства и инвестора, а через B_t и b_t — их бюджеты в году t.

Для описания выбора конкретного механизма партнёрства будем использовать следующие булевы переменные:

$x_j = 1$, если государство запускает j-й инфраструктурный проект, и 0 в противном случае;

$y_k = 1$, если государство запускает k-й экологический проект, иначе 0;

$z_i = 1$, $u_k = 1$, если инвестор запускает i-й производственный, k-й экологический проект, и 0 в противном случае.

Поскольку в рамках исходных предположений государство берёт на себя не только инфраструктурные, но и часть экологических проектов, в процедуре взаимодействия «лидер-ведомый» инвестор должен получить данные об объёме потенциально возможной помощи в части экологии. Для этой цели в модели используется переменная $\overline{y}_k$, равная 1, если государство объявляет о своей готовности взять на себя k-й экологический проект, и 0 в противном случае[1)].

Уточнённая по сравнению с [8] двухуровневая модель формирования механизма государственно-частного партнёрства формулируется следующим образом.

Задача государства $\mathcal{PS}$:

$$\sum_{t\in T}\Big(\sum_{i\in I}(DP_{it}+ZP_{it}-EP_{it})z_i+\sum_{j\in J}(DI_{jt}+ZI_{jt}-EI_{jt}-CI_{jt})x_j \\ +\sum_{k\in K}(DE_{kt}+ZE_{kt}-CE_{kt})y_k+\sum_{k\in K}(DE_{kt}+ZE_{kt})u_k\Big)/(1+\Theta)^t \\ \to \max_{x,\overline{y},y,z,u} \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j\in J}CI_{jt}x_j+\sum_{k\in K}CE_{kt}\overline{y}_k\leqslant B_t,\quad t\in T, \quad (2)$$

$$(y,z,u)\in\mathcal{F}^*(x,\overline{y}), \quad (3)$$

$$x_j,\overline{y}_k\in\{0,1\},\quad j\in J,\ k\in K. \quad (4)$$

Целевая функция (1) реализует компромисс интересов государства и населения и определяет чистый дисконтированный доход этой пары

[1)]Такие экологические проекты государство отбирает на основе анализа бюджетных возможностей и исходя из соображений, например, величины получаемого населением экологического дохода. При этом «объявленный» государством экологический проект не обязательно будет им реализован — он может не быть востребован в рамках производственной программы, выбранной инвестором.

в рамках бюджетных ограничений (2), которые определяют планируемые государством затраты на реализацию выбранных инфраструктурных и экологических проектов. Первое слагаемое отражает бюджетные доходы государства[2)] в результате реализации выбранной инвестором производственной программы и доходы населения в виде полученной заработной платы[3)], уменьшенные с учётом экологических потерь, вызываемых освоением месторождений. Второе слагаемое включает дополнительные доходы бюджета от реализации выбранной программы инфраструктурного строительства за вычетом соответствующих затрат и доходы населения в виде фиксированной зарплаты, полученной в этой программе, уменьшенные с учётом экологических потерь. В третьем слагаемом сгруппированы доходы и расходы, относящиеся к экологическим проектам и отражающие баланс экологических доходов, заработной платы, полученной населением, и затрат государства на помощь инвестору в реализации экологических проектов.

Выполнение ограничения (3) приводит к тому, что механизм раздела затрат в процессе реализации экологических проектов между государством и инвестором учитывает оптимальную реакцию инвестора. Именно это ограничение и превращает данную постановку в задачу двухуровневого программирования. Ограничения (4) отражают тот факт, что x_j и $\overline{y}_k$ являются переменными выбора и принимают значения 0 и 1. Множество $\mathcal{F}^*(x,\overline{y})$ является множеством оптимальных решений параметрической задачи инвестора. В качестве параметров выступает множество выбранных государством инфраструктурных проектов x и экологических проектов $\overline{y}$.

Задача инвестора $\mathcal{PI}(x,\overline{y})$:

$$\sum_{t\in T}\Big(\sum_{i\in I} CP_{it}z_i - \sum_{k\in K} CE_{kt}u_k\Big)/(1+\theta)^t \to \max_{z,u} \tag{5}$$

при ограничениях

$$x_j \geqslant \mu_{ij} z_i, \quad i\in I,\ j\in J, \tag{6}$$

$$y_k + u_k \leqslant 1, \quad k\in K, \tag{7}$$

$$y_k + u_k \geqslant \nu_{ik} z_i, \quad i\in I,\ k\in K, \tag{8}$$

$$z_i \geqslant \nu_{ik}(y_k+u_k), \quad i\in I,\ k\in K, \tag{9}$$

$$y_k \leqslant \overline{y}_k, \quad k\in K, \tag{10}$$

[2)]Это часть рентных доходов, получаемых государством.

[3)]График объёмов зарплаты фиксирован для каждого проекта.

$$\sum_{k\in K} CE_{kt}u_k - \sum_{i\in I} CP_{it}z_i \leqslant b_t, \quad t \in T, \tag{11}$$

$$\sum_{t\in T}\Big(\sum_{i\in I}(ZP_{it} - EP_{it})z_i + \sum_{j\in J}(ZI_{jt} - EI_{jt})x_j + \sum_{k\in K}(DE_{kt} + ZE_{kt})(y_k + u_k)\Big)/(1+\Theta)^t \geqslant 0, \tag{12}$$

$$\sum_{t\in T}\Big(\sum_{i\in I} CP_{it}z_i - \sum_{k\in K} CE_{kt}u_k\Big)/(1+\theta)^t \geqslant 0, \tag{13}$$

$$y_k, z_i, u_k \in \{0,1\}, \quad i \in I,\ k \in K. \tag{14}$$

Инвестор максимизирует свой чистый дисконтированный доход (5) в рамках бюджетных ограничений (11) и с учётом интересов населения (12). Ограничения (6), (8) фиксируют технологическую связь производственных, экологических и инфраструктурных проектов. Каждый экологический проект может быть запущен либо государством, либо инвестором (7) с учётом квоты государства (10) и должен быть необходим для реализации какого-либо из производственных проектов (9).

Кооперативный характер постановки (1)–(4) закрепляет правило выбора инвестором его конкретного решения из множества оптимальных решений — он выбирает наилучшее для государства. Это соглашение вполне естественно, поскольку государство берёт только на себя выполнение затратных инфраструктурных проектов с большими сроками окупаемости. Поэтому инвестор, работающий на долгосрочном горизонте и избегающий репутационных потерь, будет заинтересован в выборе решения, не наносящего ущерб интересам государства. Отметим, что задача инвестора в данной постановке служит для согласования интересов не только инвестора и населения, как в [8], но и государства. Выход модели — программа развития территории (набор запускаемых инфраструктурных и производственных проектов) и механизм раздела затрат в процессе реализации экологических проектов между государством и инвестором.

При некоторых предположениях относительно возможностей государства исходная постановка задачи планирования $\mathcal{PS}$ может быть существенно упрощена и сведена к одноуровневой задаче математического программирования. Это возможно, если государство в той или иной форме получает контроль за ресурсами инвестора. Тогда модель трансформируется в задачу булева программирования $\mathcal{PSI}$ с переменными

$x_j, y_k, z_i, u_k \in \{0,1\},\ j \in J,\ i \in I,\ k \in K$, целевой функцией государства (1) и ограничениями (2), (6)–(9), (11)–(13).

Наша цель — провести сравнительный анализ свойств решений задач $\mathcal{PS}$ и $\mathcal{PSI}$.

В дальнейшем будем предполагать, что все исходные данные задач рациональны.

2. Вычислительная сложность и алгоритмы решения

На сегодняшний день имеется значительное количество работ по задачам двухуровневого программирования [2, 3, 8, 9, 11, 13–16], в которых предложены быстрые приближённые алгоритмы решения, основанные на эвристиках [2, 4, 13], и точные методы решения двухуровневых задач со смешанными переменными, основанные на методах отсечений [11, 16]. Самые последние результаты в области изучения вычислительной сложности таких задач содержатся в [9, 14].

Информация о сложностном статусе рассматриваемых моделей ГЧП позволяет уточнить класс реализуемых практически эффективных алгоритмов. Полученные результаты объясняют, почему в работе не делается попыток построить для задачи государства точные или приближённые полиномиальные алгоритмы с теми или иными оценками уклонения полученного решения от оптимального. Далее, как и в [8], доказывается только NPO-трудность всех трёх задач. Поэтому для понимания полученных результатов достаточно ввести определение базового класса NPO, который можно рассматривать как оптимизационный аналог класса NP.

Пусть A — некоторая оптимизационная задача на максимум (минимум). Сопоставим ей стандартную задачу распознавания $D(A)$, в которой входом является вход задачи A и произвольное рациональное число k. В задаче $D(A)$ надо решить, существует или нет допустимое решение со значением целевой функции, большим или равным k (соответственно меньшим или равным k). Тогда класс NPO можно описать как класс оптимизационных задач, у которых соответствующая стандартная задача распознавания принадлежит классу NP[4)].

Для того чтобы говорить о NPO-полноте или NPO-трудности какой-либо задачи, необходимо уточнить, относительно какой сводимости, сохраняющей аппроксимацию, вводятся эти понятия. В данной работе, как и в [8], используется AP-сводимость. Известно [8, 12], что если оптимизационная задача A является NPO-полной или NPO-трудной от-

[4)] Формальные определения можно найти в [12].

носительно AP-сводимости, то при выполнении условия P$\neq$NP для неё не может существовать полиномиальных точных или полиномиальных приближённых алгоритмов с константной, логарифмической, полиномиальной и экспоненциальной гарантированными оценками относительного уклонения от оптимума, а также вполне полиномиальных приближённых схем решения или полиномиальных приближённых схем решения.

Теорема 1. *Задача $\mathcal{PS}$ NPO-трудна.*

Теорема 2. *Задачи $\mathcal{PI}(x,y)$ и $\mathcal{PSI}$ NPO-полны.*

Так как строгое доказательство любого из этих утверждений довольно просто с технической точки зрения, но всё же достаточно громоздко, приведём схему обоснования этих двух утверждений. В каждом из них показывается, что можно найти подходящее тождественное вложение известной NPO-полной задачи — задачи линейного булева программирования на максимум [8, 12] — в любую из трёх задач. Эти вложения конструируются таким образом, чтобы каждое из них оказалось AP-сводимостью. Последнее свойство достигается посредством подбора подходящих исходных данных — таких, что множество допустимых решений задачи линейного булевого программирования на максимум находилось бы во взаимно однозначном соответствии с некоторым подмножеством допустимых решений соответствующей задачи. В каждом случае вложение устроено так, чтобы на соответствующих решениях значения целевых функций совпадали, что и гарантирует соответствующее свойство вложений — сохранение аппроксимации.

Несмотря на изменения, возникшие в постановках $\mathcal{PS}$, $\mathcal{PI}(x,y)$, доказательства из [8] сохраняют свою актуальность и для приведённых выше постановок, данный факт легко проверяется непосредственно. Для задачи $\mathcal{PSI}$ соответствующее формальное доказательство непосредственно получается из доказательства для задачи $\mathcal{PS}$ с минимальными изменениями, которые учитывают, что задача $\mathcal{PSI}$ принадлежит классу NPO.

Эти результаты определяют точное положение задач $\mathcal{PI}(x,y)$ и $\mathcal{PSI}$ в аппроксимационной иерархии. Однако для задачи государства имеется лишь оценка снизу на её положение в иерархии. Следующее утверждение позволяет ограничить её положение сверху. В нём используется базовый класс $\Sigma_2^P O$ аппроксимационной иерархии второго уровня, являющийся классом оптимизационных задач, у которых соответствующая стандартная задача распознавания принадлежит классу Σ_2^P[5].

Теорема 3. *Задача $\mathcal{PS}$ принадлежит классу $\Sigma_2^P O$.*

[5] Формальные определения можно найти в [9].

Понятно, что требуемое по определению стандартной задачи распознавания государства $D(\mathcal{PS})$ допустимое решение $(x, \overline{y}, y, z, u)$ можно найти за недетерминированное полиномиальное время. Необходимо только убедиться, что проверка ограничений (2)–(4) требует полиномиального времени с учётом числа обращений к необходимому NP-оракулу. Проверка ограничений (2) и (4) тривиальна. Покажем, что, используя подходящий NP-оракул, за полиномиальное время можно проверить выполнимость ограничения (3), считая, что каждое обращение к оракулу реализуется за один шаг работы алгоритма. Действительно, стандартная задача распознавания для задачи инвестора лежит в классе NP — это легко проверить. Ввиду соглашения о рациональности данных можно считать, что целевая функция задачи инвестора принимает целые значения. Нетрудно также получить целочисленные оценки снизу и сверху на значения целевой функции инвестора. Используя эти оценки, стандартную задачу распознавания задачи инвестора как оракул и двоичный поиск, найдём оптимальное значение целевой функции инвестора для заданных значений переменных государства $(x, \overline{y})$. Если переменные y, z, u удовлетворяют ограничениям задачи инвестора, а значение целевой функции на этом допустимом решении совпадает с найденным оптимальным значением, то ограничение (3) выполнено. Так как число обращений к оракулу ограничено логарифмом от длины интервала, ограничивающего значение целевой функции, отсюда следует полиномиальная оценка времени, необходимого для проверки ограничений (2)–(4).

Учитывая полученные результаты, для решения задачи планирования государственно-частного партнёрства предлагается использовать приближённый гибридный алгоритм, основанный на методе локального поиска. Этот метод использует решение одноуровневой задачи в качестве верхней границы. Таким образом, для решения задачи $\mathcal{PSI}$ необходимо использовать точный алгоритм, поскольку только оптимальное решение приводит к требуемой верхней границе. В случае задачи инвестора необходимость в точном алгоритме связана с тем, что это единственный путь порождения допустимых решений задачи государства. Для задач $\mathcal{PI}(x, y)$ и $\mathcal{PSI}$ используются точные алгоритмы из библиотеки CPLEX.

Так как исследуемая задача двухуровневая и произвольное допустимое решение $(x, \overline{y}, y^*, z^*, u^*)$ включает в себя оптимальное решение (y^*, z^*, u^*) параметрической задачи инвестора с параметрами x и $\overline{y}$, будем называть $(x, \overline{y})$ *почти допустимым решением*, если оно удовлетворяет ограничениям (2) и (4), а задача инвестора $\mathcal{PI}(x, \overline{y})$ разрешима.

Введём в качестве параметров алгоритма следующие обозначения:

mIter — максимальное число итераций алгоритма нахождения начального решения (шаг 2), cfBound — коэффициент ослабления ограничения на значение целевой функции (1) при решении вспомогательной задачи на шаге 2.3.

Гибридный приближённый алгоритм

Шаг 1. Вычислить верхнюю границу Bound для задачи государства, решив задачу $\mathcal{PSI}$.

Шаг 2. Найти почти допустимое решение $(x, \overline{y})$ (которое далее будет использоваться как начальное решение алгоритма локального поиска):

Шаг 2.1. Положим iter := 1.

Шаг 2.2. Если iter $\leqslant$ mIter, то решить модифицированную задачу инвестора с переменными $x_j, y_k, z_i, u_k \in \{0, 1\}$, $j \in J$, $i \in I$, $k \in K$, и ограничениями (2), (6)–(9), (11)–(13), а также с дополнительным ограничением, что целевая функция верхнего уровня не меньше величины (Bound − 1)/iter. Иначе перейти на шаг 3.

Шаг 2.3. Если задача на шаге 2.2 разрешима, а (x^*, y^*, z^*, u^*) — оптимальное решение, то вычислить значение f целевой функции (1), решив задачу $\mathcal{PI}(x^*, \overline{y}^*)$, где $\overline{y}^* = y^*$. Если $f <$ (Bound − 1)/iter $*$ cfBound или задача на шаге 2.2 неразрешима, то положить iter := iter + 1 и перейти на шаг 2.2, иначе положить $x^0 := x^*$, $\overline{y}^0 := \overline{y}^*$, $f^0 := f$ и перейти на шаг 3.

Шаг 3. Если на шаге 2 не удалось найти допустимое решение, то в качестве него использовать нулевое решение, т. е. положить $x^0 := 0$, $\overline{y}^0 := 0$ и вычислить значение f^0 целевой функции (1), решив задачу $\mathcal{PI}(x^0, \overline{y}^0)$. Далее применить алгоритм локального поиска.

Шаг 3.1. Положить стартовое решение $(x^*, \overline{y}^*)$ равным $(x^0, \overline{y}^0)$, а рекорд $f^* := f^0$.

Шаг 3.2. Найти наилучшего соседа $(x, \overline{y})$ в окрестности решения $(x^*, \overline{y}^*)$.

Шаг 3.3. Если значение целевой функции $f(x, \overline{y})$ больше f^*, то положить $x^* := x$, $\overline{y}^* := \overline{y}$, $f^* := f(x, \overline{y})$ и перейти на шаг 3.2, иначе стоп.

В качестве окрестности в алгоритме локального поиска использовалась следующая рандомизированная окрестность, которая имеет ровно одного соседа $(\widetilde{x}, \widetilde{y})$. Каждая компонента вектора $\widetilde{x}$ является случайной величиной, которая с вероятностью $1 - 1/|J|$ равна соответствующей компоненте вектора x, а с вероятностью $1/|J|$ — вектора $1 - x$. Аналогично и для векторов $\widetilde{y}$ и $\overline{y}$, только вероятности соответственно равны $1 - 1/|K|$ и $1/|K|$. В процессе работы алгоритма локального поиска с рандомизированной окрестностью в качестве критерия остановки бралось ограничение на число итераций. Время работы локального спуска в алгоритме ограничивалось 5000 итераций, а параметры mIter и cfBound равнялись 30 и 3 соответственно.

3. Модельный полигон

Вычислительные характеристики алгоритма, близкого к вышеописанному, анализировались в [8] на примерах со случайными исходными данными. Если же хотим численно изучать свойства оптимальных решений, то, вообще говоря, необходимо учитывать природу информационной базы, порождённую спецификой моделируемого объекта. Практика управления минерально-сырьевым комплексом позволяет выделить в качестве ключевого фактора, определяющего результаты освоения месторождения, нестационарный характер сырьевых рынков (рис. 1). Волнообразный характер динамики цен и большая амплитуда создают существенные трудности в процессе принятия инвестиционного решения.

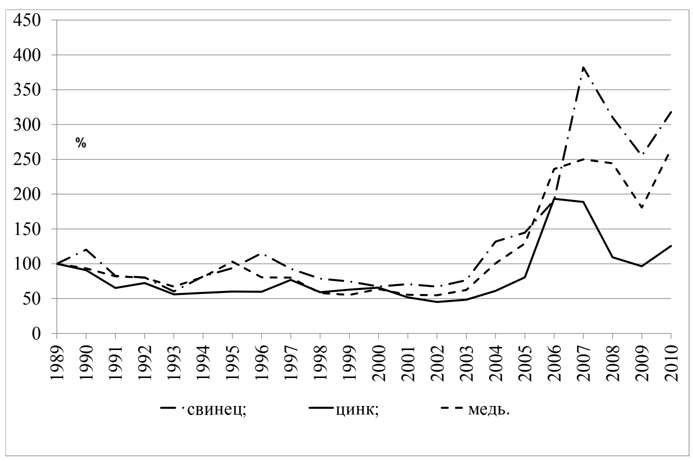

Рис. 1. Динамика относительных цен на некоторые металлы (мировой рынок, цена 1989 г. — 100)

Выбор момента «запуска» процесса освоения месторождения определяет, на какой фрагмент волны приходится момент выхода рудника на проектную мощность. В идеальном случае разработку месторождения следует начинать таким образом, чтобы «попасть» в среднюю часть подъёма ценовой волны и максимальное время продавать продукцию по высоким ценам.

Для нашей задачи, когда в общем случае имеем дело с набором разнородных месторождений и ограничениями различного толка, для анализа свойств оптимальных решений был построен специальный модельный полигон, прообразом которого служила минерально-сырьевая база Забайкальского края. Для каждого из 11 добываемых металлов были построены прогнозные ценовые гармоники, амплитуда и трендовые характеристики которых отражали тенденции, сложившиеся в ретроспективном периоде. Для каждого из 50 месторождений полиметаллических руд с известными оценками запасов и ресурсов по категориям был построен производственный проект, учитывающий условия привязки и фиксирующий выбор годовой производительности предприятия. Локализация месторождений, представленная на рис. 2, позволяет разбить весь набор месторождений на 10 кластеров с учётом рельефа местности, природных водоразделов и особенностей имеющейся инфраструктуры.

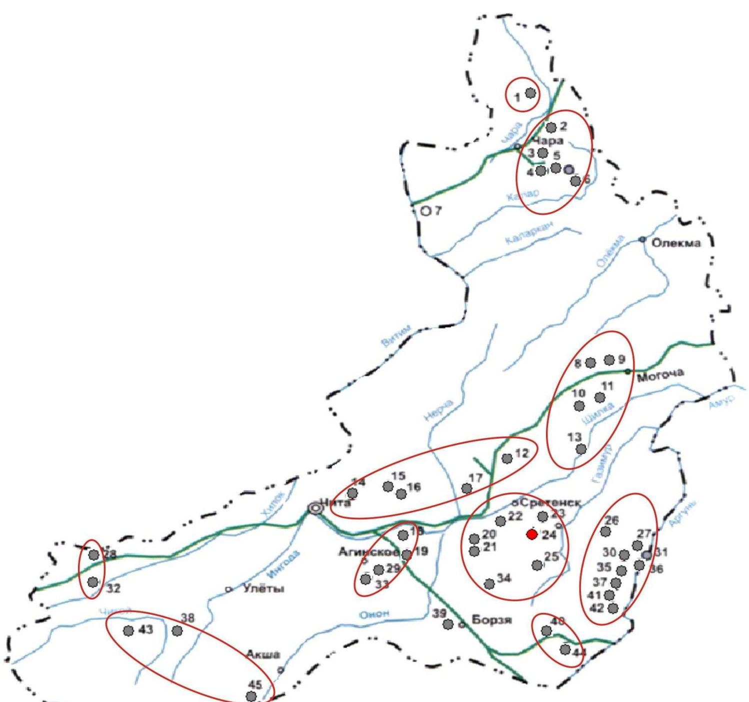

Рис. 2. Схема кластеризации основных объектов
минерально–сырьевой базы Забайкальского края
(1–50 — полиметаллические месторождения)

Для всей системы кластеров было построено 10 инфраструктурных проектов, часть из которых уже реализуется (железная дорога, ЛЭП), а другие восполняют отсутствующую на сегодня, но необходимую с учётом проектов освоения месторождений инфраструктуру для рассматриваемых кластеров (ЛЭП, автомобильные дороги). Для каждого из месторождений набор компенсирующих природоохранных мероприятий интегрировался в соответствующий комплексный экологический проект.

Построенный таким образом модельный полигон во многом условен и не является точной копией ресурсной базы Забайкальского края. Однако он отражает специфику минерально-сырьевого сектора, способ формализации взаимосвязей между инфраструктурными, экологическими и производственными проектами, а также форму представления объекта территориального планирования, содержательно укладывающуюся в исходную постановку задач $\mathcal{PS}$ и $\mathcal{PSI}$. Количественные параметры полигона — 50 проектов освоения месторождений, 10 инфраструктурных и 50 экологических проектов, временной горизонт 20 лет — вплотную приближаются к характеристикам реальных задач управления и порождают задачи булева математического программирования достаточно большой размерности[6)]. Это позволяет использовать его и для тестирования практической пригодности предлагаемых методов решения, и для анализа свойств оптимальных решений.

Большая часть необходимых данных для моделей может быть получена из проектов освоения месторождений и технико-экономического обоснования (ТЭО) производственно-инфраструктурных проектов ГЧП, информация по которым разрозненна, но достижима. Однако в постановках задач используются и данные, выходящие за рамки обычного перечня информации, используемой в хозяйственной практике. К этой категории данных относятся стоимостные оценки экологического ущерба EP_{it}, EI_{jt} , экологического дохода DE_{kt} , потока наличности производственного проекта CP_{it}, проектных и внепроектных доходов бюджета DP_{it}, DI_{jt}. Экспертные оценки этих параметров могут быть использованы только в первом приближении, поскольку большая часть из них сложным образом зависит от внешних факторов. Такие данные могут быть получены из моделей прогнозирования, включённых в состав модельного полигона и подробно описывающих основные аспекты регионального воспроизводственного процесса [5].

Таким способом разработанный модельный полигон позволяет учесть специфику моделируемого объекта и создаёт информационную базу для

[6)]Так, число ограничений в задаче инвестора превышает 5000.

изучения свойств оптимальных решений задач $\mathcal{PS}$ и $\mathcal{PSI}$. То обстоятельство, что предлагаемый приближённый метод решения задачи в двухуровневой постановке использует решение одноуровневой задачи в качестве верхней границы, позволило сопоставить решения этих задач при одних и тех же исходных данных, и уже на этой основе провести сравнительный анализ зависимости оптимальных решений от основных параметров, использованных в постановках.

4. Численный анализ свойств решений

Такого рода анализ принципиально важен для поддержки реального процесса принятия решения, поскольку для значительной части параметров модели известны лишь рабочие диапазоны значений. Так, в процессе формирования программы освоения минерально-сырьевой базы эксперт располагает лишь данными ТЭО проектов, а дисконты участников партнёрства, бюджетные ограничения и экологические потери могут

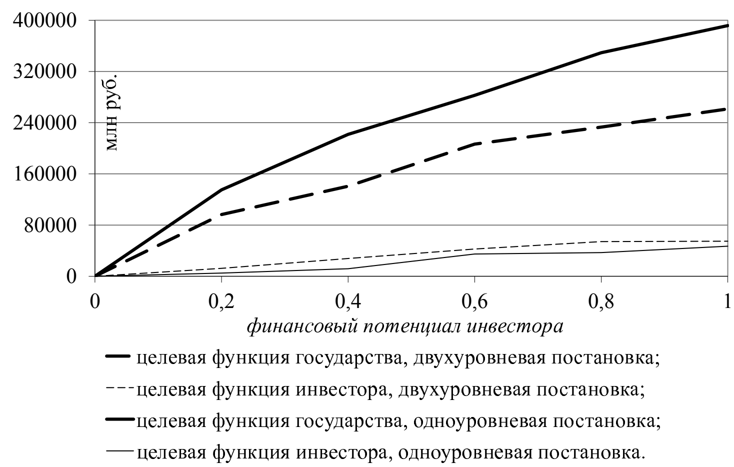

Рис. 3. Значения целевых функций и финансовый потенциал инвестора (финансовый потенциал государства равен 1)

быть оценены им лишь приближённо. Результаты численных экспериментов показывают высокий уровень чувствительности решения задач к изменению основных параметров планирования. Как правило, в дискретных оптимизационных задачах такого рода решение наиболее чувствительно к изменению бюджетных ограничений. Для задач $\mathcal{PS}$ и $\mathcal{PSI}$ имеет место аналогичный факт — дискретная природа бинарных переменных, фиксирующих включение каждого из инфраструктурных, инвестиционных и экологических проектов в программу освоения минерально-сырьевой базы, линейность целевой функции и вид бюджетных ограничений обеспечивают интуитивно понятную высокую степень зависимости результатов от финансовых ресурсов, которыми располагают государство и инвестор.

На рис. 3 и 4 приведены результаты анализа зависимости значения целевых функций от финансового потенциала участников с фиксированными дисконтами — 5 и 15% у государства и инвестора соответственно. Единичный финансовый потенциал государства соответствует наличию средств у государства, достаточных для финансирования полного комплекса инфраструктурных и экологических проектов. Единичный финансовый потенциал инвестора соответствует наличию средств у инвестора, достаточных для финансирования полного комплекса производственных и экологических проектов.

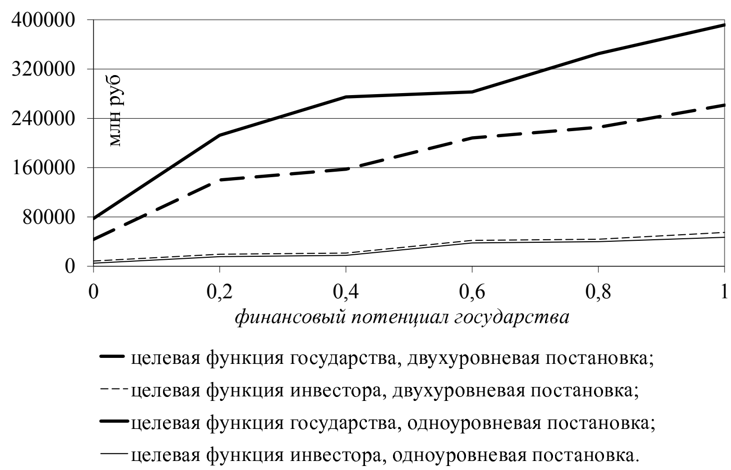

Рис. 4. Значения целевых функций и финансовый потенциал государства (финансовый потенциал инвестора равен 1)

Результаты экспериментов показывают, как решение одноуровневой задачи соотносится с решением двухуровневой. Наибольшая чувствительность к изменению финансового потенциала партнёра обнаруживается в случае государства, располагающего средствами для реализации полной инфраструктурной и экологической программ. Соответствующим образом себя ведёт и время решения двухуровневой задачи (рис. 5) — основным фактором здесь является потенциал государства, с увеличением которого открывается всё большее количество инфраструктурных проектов, создающих предпосылки для запуска производственных.

Каким образом меняются результаты ГЧП в зависимости от соотношения требований к минимальному уровню рентабельности своего участия у партнёров, обладающих полным финансовым потенциалом? Для случая одноуровневой постановки (рис. 6) целевая функция государства ведёт себя предсказуемо в соответствии с собственным дисконтом и видом функционала для инвестора с дисконтом не более 15%.

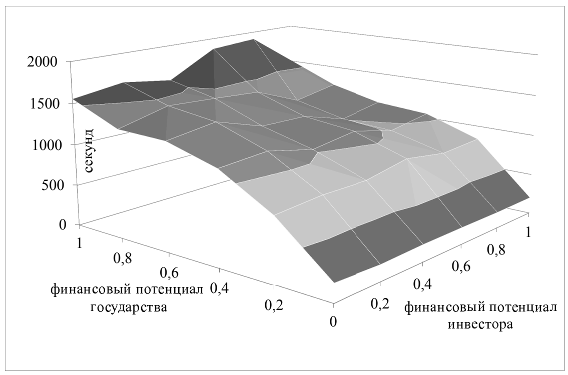

Рис. 5. Время расчётов двухуровневой задачи и финансовые потенциалы партнёров

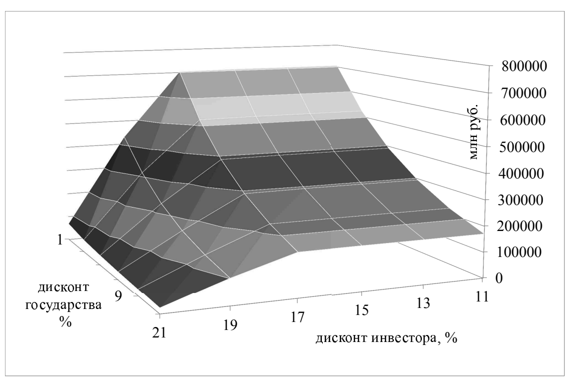

Рис. 6. Целевая функция государства (одноуровневая постановка)

Для инвестора с большим дисконтом, отбрасывающего недостаточно, с его точки зрения, прибыльные месторождения, государство начинает резко терять значение целевого функционала. Для двухуровневой постановки характер изменения оценок эффективности государства (рис. 7) становится существенно более динамичным и предсказуемым для государства лишь в случае инвестора с невысоким дисконтом.

Целевая функция инвестора в двухуровневой постановке очень мало зависит от дисконта государства и практически полностью определяется собственным дисконтом (рис. 8). Это придаёт инвестору дополнительную устойчивость по сравнению с инвестором в одноуровневой постановке, целевая функция которого существенно более резко реагирует на рост обоих дисконтов (рис. 9).

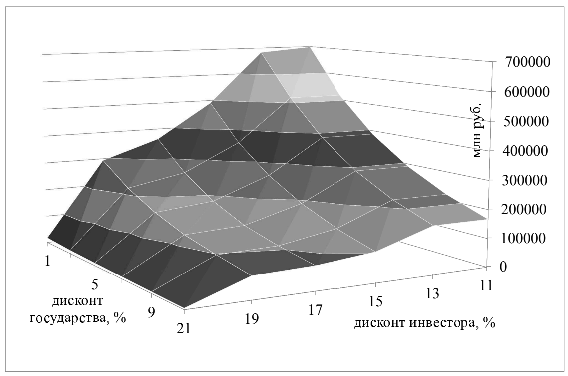

Рис. 7. Целевая функция государства (двухуровневая постановка)

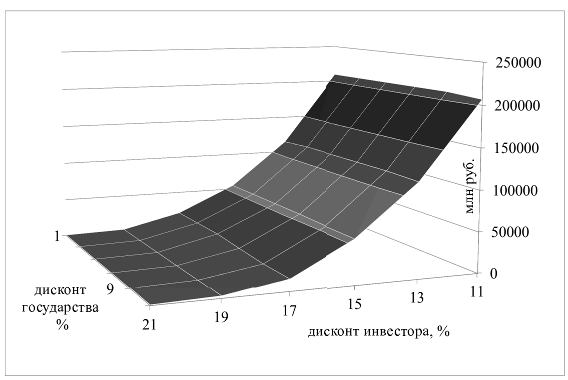

Рис. 8. Целевая функция инвестора (двухуровневая постановка)

Исходная посылка формулировки исходной модели — предположение о том, что государству целесообразно брать на себя не только инфраструктурные проекты общего назначения, но и часть затрат, связанных с компенсацией экологических потерь. Результаты расчётов подтверждают рациональность такого поведения для государства. Так, в одноуровневой постановке государство начинает помогать инвестору в реализации экологических проектов в области высоких дисконтов партнёра (рис. 10)[7]. В двухуровневой постановке государство оказывает помощь существенно более избирательно, финансируя экологические проекты с учётом и чужого, и собственного дисконтов (рис. 11). При этом средняя интенсивность такой помощи на полном диапазоне дисконтов примерно в два раза ниже, чем в одноуровневой постановке задачи.

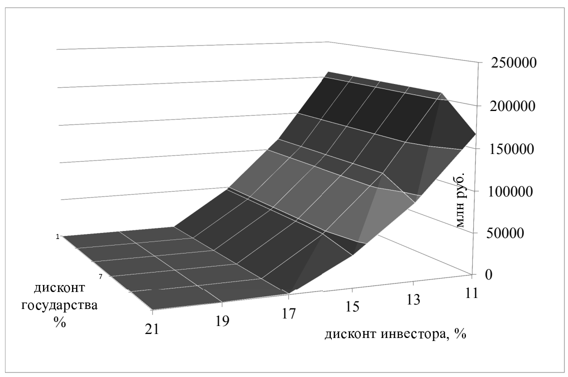

Рис. 9. Целевая функция инвестора (одноуровневая постановка)

Каким образом на решения задач оказывают влияние уровень затрат на экологические проекты и масштаб экологических потерь? В модели этим факторам соответствуют параметры CE_{kt}, EI_{jt}, EP_{it}, для которых на входе, как правило, известны лишь диапазоны значений, и вопрос о степени влияния этих параметров на результаты раздела затрат на экологию между государством и инвестором является актуальным. Для ответа на этот вопрос предположим, что финансовый потенциал каждого из участников партнёрства равен единице, зафиксируем дисконты на уровне 5 и 15% у государства и инвестора соответственно и будем кратно увеличивать уровни экологических затрат и потерь от начального экспертно заданного уровня (рис. 12 и 13).

[7]Именно этим объясняется излом поверхности для дисконта инвестора, равного 17, на рис. 6.

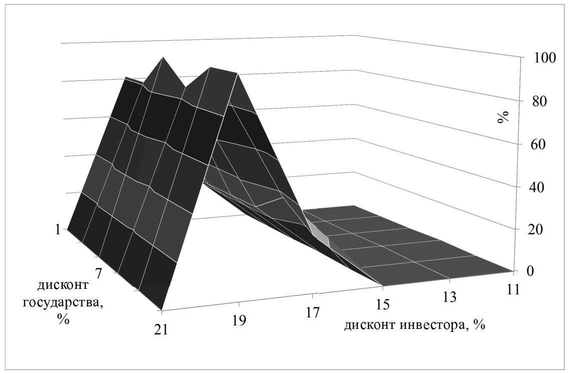

Рис. 10. Удельный вес затрат государства на экологию в общем финансировании экологических проектов (одноуровневая постановка)

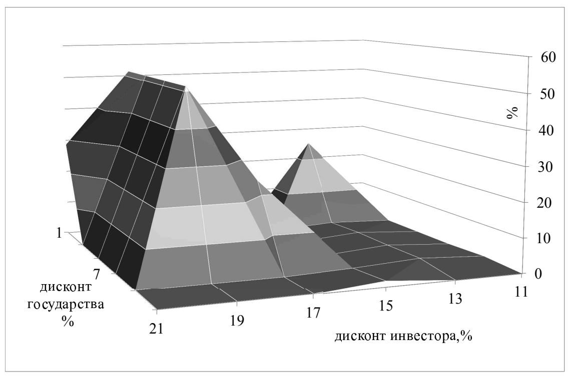

Рис. 11. Удельный вес затрат государства на экологию в общем финансировании экологических проектов (двухуровневая постановка)

Результаты расчётов показывают, что значение целевой функции государства практически монотонно падает с ростом затрат и потерь, что вполне согласуется с её видом (1). Характер зависимости значения функционала инвестора от уровня затрат на экологию оказывается также ожидаем — чем больше затраты, тем хуже результат (см. рис. 12 и 13).

Существенно более сложным образом целевая функция инвестора зависит от уровня экологических потерь — здесь важную роль играет и конкретный вид постановки задачи. Так, в двухуровневой постановке инвестор, целевая функция которого напрямую не зависит от чистоты используемых технологий, сохраняет уровень доходов на значительной части спектра экологических потерь и лишь для совсем «грязных» технологий начинает терять значение целевого функционала. В одноуровневой постановке государство, единолично конструирующее архитектуру партнёрства, более оперативно реагирует на переход от «зелёных»

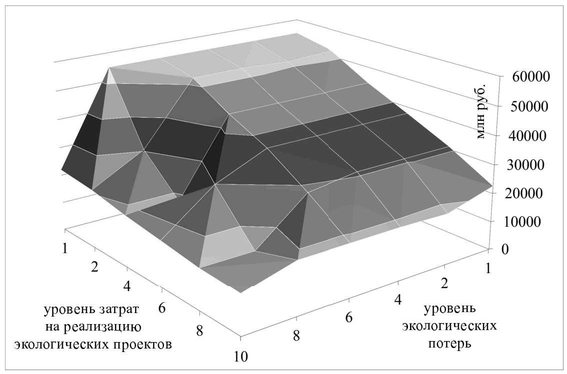

Рис. 12. Целевая функция инвестора, затраты на реализацию экологических проектов и экологические потери (двухуровневая постановка)

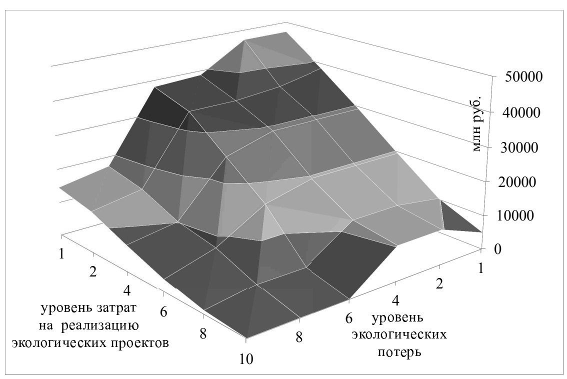

Рис. 13. Целевая функция инвестора, затраты на реализацию экологических проектов и экологические потери (одноуровневая остановка)

к «грязным» технологиям, сокращая объём инфраструктурного строительства и перекладывая на инвестора большую часть экологических проектов, в результате чего выигрыш инвестора сокращается до нуля[8)].

[8)] В итоге средний удельный вес затрат государства в совокупном финансировании экологических проектов на исследуемом диапазоне потерь и затрат в одноуровневой постановке оказывается в 2,5 раза меньше аналогичного показателя в двухуровневой.

5. Заключение

Практика показывает, что ГЧП в минерально-сырьевом секторе не является простым и универсальным инструментом, гарантированно обеспечивающим положительные результаты. Это тонкий механизм, требующий соответствующей настройки и индивидуального подхода [1]. Полученные результаты подтверждают правомерность исходных посылок концепции государственно-частного партнёрства в минерально-сырьевом секторе, в рамках которой государству, действующему рационально на малоосвоенной территории, целесообразно использовать полный арсенал рычагов партнёрства, включающий не только помощь инвестору в создании необходимой инфраструктуры, но и реализацию части необходимых природоохранных мероприятий.

Результаты численных экспериментов говорят о том, что при прочих равных условиях для государства предпочтительна одноуровневая постановка задачи. В её рамках государство может эффективно работать с инвестором, дисконт которого укладывается в традиционный диапазон, характерный для минерально-сырьевого комплекса, не теряя значения своей целевой функции, в которой, вообще говоря, учтены и интересы населения территории. Более адекватной здесь оказывается и реакция на негативные экологические характеристики используемых технологий освоения месторождений — сокращение объёма инфраструктурного строительства и помощи в реализации экологических проектов и, как следствие, минимально возможный уровень рентабельности инвестора.

Двухуровневая постановка, напротив, даёт определённые преимущества инвестору, обеспечивая ему, как правило, больший чем в одноуровневой постановке функционал. Расчёты показывают, что значение его целевой функции в двухуровневой постановке практически не зависит от дисконта государства и остаётся стабильным даже при использовании технологий со значительным воздействием на окружающую среду.

Какая из моделей — двухуровневая $\mathcal{PS}$ или одноуровневая $\mathcal{PSI}$ — обеспечивает наилучший компромисс долгосрочных интересов населения, государства, частного инвестора и в большей степени соответствует сегодняшнему положению дел в российском минерально-сырьевом комплексе?

Несмотря на то, что значительная часть внимания российского правительства сконцентрирована на проблемах развития минерально-сырьевого комплекса, предположение о полной информированности государства о технологиях и возможностях инвестора, лежащее в основе одноуровневой модели, в полной мере справедливо лишь для централизованной экономики и представляется не вполне корректным в условиях затянувшегося переходного периода в России. Об этом свидетельствует анализ поданных в Инвестиционный фонд РФ технико-экономических обоснований российских проектов государственно-частного партнёрства в минерально-сырьевых комплексах Нижнего Приангарья и Забайкалья, а также ход реализации этих проектов, говорящий о приоритете политических аргументов в процессе принятия управленческого решения.

Двухуровневая постановка модели более адекватно отражает сегодняшние реалии и особенности процесса нахождения компромисса интересов государства и инвестора. Процедура взаимодействия «лидер-ведомый», положенная в основу модели Штакельберга, в наибольшей степени подходит для условий рыночной экономики и малоосвоенной ресурсной территории, где главенствующую роль в партнёрстве должно играть государство — именно оно должно сделать первые шаги, создающие достаточные стимулы для прихода недропользователей. В соответствии с этим и строится задача лидера $\mathcal{PS}$, в которой государство принимает решение, основываясь на своих бюджетных ограничениях и оценках эффективности инфраструктурного строительства. Рациональный ответ частного инвестора на выбор государством инфраструктурных и экологических проектов также вполне укладывается в логику предпринимателя, стремящегося максимизировать свой чистый дисконтированный доход, не удовлетворяясь его положительностью, гарантированной в одноуровневой модели.

Постановка двухуровневой модели, дающая определённые преимущества инвестору в условиях малоосвоенной территории, содержательно близка к реальной процедуре разработки плана освоения минерально-сырьевой базы ресурсного региона на основе механизмов государственно-частного партнёрства. Результаты численного анализа свойств решений согласуются со здравым смыслом и реальной экономической практикой. Всё это позволяет использовать описанную двухуровневую модель формирования механизма государственно-частного партнёрства в качестве основы специального экономико-математического инструментария стратегического планирования, обеспечивающего поддержку процесса принятия управленческих решений в деле нахождения компромисса долгосрочных интересов государства, частного инвестора и населения значительной части ресурсных регионов в России.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Глазырина И. П., Лавлинский С. М., Калгина И. С.** Государственно-частное партнёрство в минерально-сырьевом комплексе Забай-

кальского края: проблемы и перспективы // География и природ. ресурсы. 2014. № 4. С. 99–105.

2. **Давыдов И. А.** Локальный поиск с запретами для дискретной задачи о $(r|p)$-центроиде // Дискрет. анализ и исслед. операций. 2012. Т. 19, № 2. С. 19–40.
3. **Кибзун А. И., Наумов А. В., Иванов С. В.** Двухуровневая задача оптимизации деятельности железнодорожного транспортного узла // Упр. большими системами. 2012. Т. 38. С. 140–160.
4. **Кочетов Ю. А.** Вычислительные возможности локального поиска в комбинаторной оптимизации // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 2008. Т. 48, № 5. С. 788–807.
5. **Лавлинский С. М.** Модели индикативного планирования социально-экономического развития ресурсного региона. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2008. 245 с.
6. **Лавлинский С. М.** Государственно-частное партнёрство на сырьевой территории — экологические проблемы, модели и перспективы // Пробл. прогнозирования. 2010. № 1. С. 99–111.
7. **Лавлинский С. М., Калгина И. С.** О методах оценки механизма государственно-частного партнёрства в минерально-сырьевой сфере Забайкальского края // Вестн. ЗабГУ. 2012. № 9. С. 96–102.
8. **Лавлинский С. М., Панин А. А., Плясунов А. В.** Двухуровневая модель планирования государственно-частного партнёрства // Автоматика и телемеханика. 2015. № 11. С. 89–103.
9. **Панин А. А., Пащенко М. Г., Плясунов А. В.** Двухуровневые модели конкурентного размещения производства и ценообразования // Автоматика и телемеханика. 2014. № 4. С. 153–169.
10. **Рапопорт Э. О.** О некоторых проблемах моделирования земельной ренты в условиях многоукладной экономики // Сиб. журн. индустр. математики. 2011. Т. 14, № 2. С. 95–105.
11. **Audet C., Savard G., Zghal W.** New branch-and-cut algorithm for bilevel linear programming // J. Optim. Theory Appl. 2007. Vol. 134, No. 2. P. 353–370.
12. **Ausiello G., Crescenzi P., Gambosi G., Kann V., Marchetti-Spaccamela A., Protasi M.** Complexity and approximation: combinatorial optimization problems and their aproximability properties. Berlin; Heidelberg: Springer-Verl., 1999. 524 p.
13. **Davydov I., Kochetov Yu., Carrizosa E.** VNS heuristic for the $(r|p)$-centroid problem on the plane // Electron. Notes Discrete Math. 2012. Vol. 39. P. 5–12.
14. **Davydov I. A., Kochetov Yu. V., Plyasunov A. V.** On the complexity of the $(r|p)$-centroid problem in the plane // TOP. 2014. Vol. 22, No. 2. P. 614–623.

15. Dempe S. J. Foundations of bilevel programming. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2002. 320 p.

16. DeNegre S. T., Ralphs T. K. A branch-and-cut algorithm for integer bilevel linear programs // Operations research and cyber-infrastructure. Dordrecht: Kluwer Acad. Publ., 2009. P. 65–78. (Oper.Res./Comput. Sci. Interfaces; Vol. 47).

Лавлинский Сергей Михайлович,
Панин Артём Александрович,
Плясунов Александр Владимирович

Статья поступила
11 апреля 2016 г.

Исправленный вариант —
10 мая 2016 г.

DISKRETNYI ANALIZ I ISSLEDOVANIE OPERATSII
July–August 2016. Volume 23, No. 3. P. 35–60

UDC 519.87+519.854 DOI: 10.17377/daio.2016.23.527

COMPARISON OF MODELS OF PLANNING PUBLIC-PRIVATE PARTNERSHIP

S. M. Lavlinskii[1], *A. A. Panin*[1,2], *A. V. Plyasunov*[1,2]
[1]Sobolev Institute of Mathematics,
4 Acad. Koptyug Ave., 630090 Novosibirsk, Russia
[2]Novosibirsk State University,
2 Pirogov St., 630090 Novosibirsk, Russia
e-mail: lavlin@math.nsc.ru, arteam1897@gmail.com, apljas@math.nsc.ru

Abstract. We propose two new mathematical formulation of the planning problem of public-private partnership. One of the models is bilevel and the other is one-level. The results that characterize the computational complexity of these models are shown. We develop some exact and approximate algorithms for solving these problems. A special model polygon is built to carry out a computational experiment. The polygon takes into account the specificity of the original information base. On the basis of the numerical results of the experiment, we compare the properties of optimal solutions in different models. This allows us to assess the adequacy of the underlying assumptions of the models with the current state of affairs in the field of project management of public-private partnership. Ill. 13, bibliogr. 16.

Keywords: public-private partnership, bilevel problem, approximation hierarchy, NPO-hard problem, class $\Sigma_2^P O$, hybrid algorithm, local search.

REFERENCES

1. **I. P. Glazyrina, S. M. Lavlinskii,** and **I. A. Kalgina,** Public and private partnership in the mineral resources sector of Zabaikalskii krai: Problems and perspectives, *Geogr. Prir. Resur.,* No. 4, 89–95, 2014.
2. **I. A. Davydov,** Tabu search for the discrete $(r|p)$-centroid problem, *Diskretn. Anal. Issled. Oper.,* **19**, No. 2, 19–40, 2012.
3. **A. I. Kibzun, A. V. Naumov,** and **S. V. Ivanov,** A bilevel optimization problem for railway transport hub planning, in *Upravlenie bol'shimi sistemami* (Large-Scale Systems Control), Vol. 38, pp. 140–160, Inst. Probl. Upr., Moscow, 2012.
4. **Yu. A. Kochetov,** Computational bounds for local search in combinatorial optimization, *Zh. Vychisl. Mat. Mat. Fiz.,* **48**, No. 5, 788–807, 2008. Translated in *Comput. Math. Math. Phys.,* **48**, No. 5, 747–763, 2008.

5. **S. M. Lavlinskii,** *Modeli indikativnogo planirovaniya sotsial'no-ekonomicheskogo razvitiya resursnogo regiona* (Indicator-planning models for social and economy development of a resource region), Izd. SO RAN, Novosibirsk, 2008.
6. **S. M. Lavlinskii,** Public and private partnership in a resource territory: Ecological problems, models, and perspectives, *Probl. Progn.,* No. 1, 99–111, 2010.
7. **S. M. Lavlinskii** and **I. A. Kalgina,** Methods to estimate public and private partnership in the mineral and raw material sector of Zabaikalskii krai. *Vestn. ZabGU,* No. 9, 96–102, 2012.
8. **S. M. Lavlinskii, A. A. Panin,** and **A. V. Plyasunov,** A bilevel planning model for public-private partnership, *Avtom. Telemekh.,* No. 11, 89–103, 2015. Translated in *Autom. Remote Control,* **76**, No. 11, 1976–1987, 2015.
9. **A. A. Panin, M. G. Pashchenko,** and **A. V. Plyasunov,** Bilevel competitive facility location and pricing problems, *Avtom. Telemekh.,* No. 4, 153–169, 2014. Translated in *Autom. Remote Control,* **75**, No. 4, 715–727, 2014.
10. **E. O. Rapoport** On some problems of ground rent modeling in a mixed economy, *Sib. Zh. Ind. Mat.,* **14**, No. 2, 95–105, 2011.
11. **C. Audet, G. Savard,** and **W. Zghal,** New branch-and-cut algorithm for bilevel linear programming, *J. Optim. Theory Appl.,* **134**, No. 2, 353–370, 2007.
12. **G. Ausiello, P. Crescenzi, G. Gambosi, V. Kann, A. Marchetti-Spaccamela,** and **M. Protasi,** *Complexity and Approximation: Combinatorial Optimization Problems and Their Approximability Properties,* Springer, Berlin; Heidelberg, 1999.
13. **I. A. Davydov, Yu. A. Kochetov** and **E. Carrizosa,** VNS heuristic for the $(r|p)$-centroid problem on the plane, *Electron. Notes Discrete Math.,* **39**, 5–12, 2012.
14. **I. A. Davydov, Yu. A. Kochetov** and **A. V. Plyasunov,** On the complexity of the $(r|p)$-centroid problem in the plane, *TOP,* **22**, No. 2, 614–623, 2014.
15. **S. Dempe,** *Foundations of Bilevel Programming,* Kluwer Acad. Publ., Dordrecht, 2002.
16. **S. T. DeNegre** and **T. K. Ralphs,** A branch-and-cut algorithm for integer bilevel linear programs, in *Operations Research and Cyber-Infrastructure,* pp. 65–78, Springer, New York, 2009 (Oper. Res./Comput. Sci. Interfaces, Vol. 47).

Sergey M. Lavlinskii,
Artem A. Panin,
Alexander V. Plyasunov

Received
11 April 2016

Revised
10 May 2016