ДИСКРЕТНЫЙ АНАЛИЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ
Апрель–июнь 2022. Т. 29, № 2. С. 5–23

УДК 519.8+518.25 DOI 10.33048/daio.2022.29.720

ЗАДАЧА ПОДГОТОВКИ И ТРАНСПОРТИРОВКИ ГАЗА

Ю. А. Кочетов[1,a], *В. А. Легкоконец*[2,b], *А. А. Панин*[1,c], *А. В. Плясунов*[1,d], *Л. В. Сом*[1,e]

[1] Институт математики им. С. Л. Соболева,
пр. Акад. Коптюга, 4, 630090 Новосибирск, Россия

[2] ООО «Газпромнефть НТЦ»,
наб. р. Мойки, 75–79 лит. Д, 190000 Санкт-Петербург, Россия

E-mail: [a] jkochet@math.nsc.ru, [b] legkokonets.va@gazpromneft-ntc.ru, [c] aapanin1988@gmail.com, [d] apljas@math.nsc.ru, [e] milisom@mail.ru

Аннотация. Рассматривается новая задача подготовки и транспортировки газа. Особенность задачи заключается в совмещении процессов размещения и маршрутизации. На месторождениях известны скорости добычи газа. Известны расстояния как между месторождениями, так и до пунктов сдачи газа. Требуется разместить установки предварительной и комплексной подготовки газа на месторождениях и построить систему трубопроводов при наименьших финансовых затратах так, чтобы весь добытый газ был подготовлен (доведён) до состояния сухого очищенного газа (СОГ) и доставлен до пунктов сдачи газа.

Для задачи построена математическая модель в терминах частично целочисленного линейного программирования. Для решения задачи разработан приближённый гибридный алгоритм, основанный на эвристических подходах. Эффективность алгоритма подтверждается сравнением с точными алгоритмами решения, реализованными в пакетах программ Gurobi, Cplex и Pulp на прикладных примерах с реальными месторождениями. Табл. 5, библиогр. 14.

Ключевые слова: подготовка и транспортировка газа, локальный поиск, жадный алгоритм, частично целочисленное линейное программирование, NP-трудность.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИМ СО РАН (проект № FWNF–2022–0019).

Введение

В исследуемой задаче газодобывающая компания стремится минимизировать расходы по освоению кластера газовых месторождений. На каждом из месторождений производится добыча газа и осуществляется его предварительная или комплексная подготовка (с помощью установок предварительной или комплексной подготовки газа — УППГ и УКПГ соответственно). При комплексной подготовке газ обрабатывается до состояния сухого очищенного газа (СОГ) с последующей отправкой этого газа по трубопроводу СОГ (ТП СОГ) в пункты сдачи в магистральные трубопроводы напрямую либо транзитом через одно или несколько месторождений. При предварительной подготовке газ с месторождения добычи по мультифазному трубопроводу (МФТП) направляется сначала для комплексной подготовки на месторождение с УКПГ напрямую или транзитом через одно или несколько месторождений, после чего также отправляется в пункт сдачи по ТП СОГ напрямую или транзитом. При этом в пункт сдачи может поступать только СОГ.

В литературе выделяются три основные группы газопроводных систем, а именно, системы сбора, передачи и распределения газа [1]. За последние годы было проведено огромное количество исследований по анализу процессов принятия решений в газовой промышленности и, в частности, по оптимизации трубопроводных сетей [2–4]. Математические модели планирования для задачи линейной упаковки были рассмотрены в [5–9]. В [9] на основе работы [8] предложены модель частично целочисленного нелинейного программирования и алгоритм для решения крупномасштабных задач для газотранспортных сетей в стационарных условиях. В [10] исследовалась сеть распределения промышленных жидких продуктов (азот, кислород, аргон, двуокись углерода, гелий и водород), состоящая из заводов и клиентов, а также складских помещений, грузовиков и трейлеров. В частности, товарные запасы клиентов в этой распределительной сети управляются поставщиком промышленных газов, т. е. поставщик устанавливает резервуары для хранения в местах расположения клиентов с соответствующими размерами и управляет их пополнением, чтобы удовлетворить потребности клиентов, координируя поставки. Решения по краткосрочному планированию распределения включают решение о том, какие клиенты будут получать поставки каждый день, когда доставить, сколько доставить, как объединить поставки в маршруты, как объединить маршруты в ежедневные графики водителей и определить грузовик или прицеп для каждой доставки и вместимость каждого грузовика для доставки. При принятии долгосрочных решений по инвентаризации необходимо решить, сколько резервуаров установить в каждом месте клиента, определить размер каждого резервуара и решить, когда и как устанавливать новые резервуары в местах расположения клиентов, а также когда и как обновлять и понижать уровень существующих резервуаров. Чтобы минимизировать общие капитальные и операционные затраты, решения по краткосрочному планированию распределения должны быть интегрированы с решениями по долгосрочным запасам. При этой интеграции требуется учитывать взаимодействия между клиентами, принимая во внимание их расположения. Проблема заключается в том, как эффективно решить полученную крупномасштабную модель частично целочисленного программирования, чтобы оптимизировать распределение капитальных активов в промышленной газораспределительной сети за счёт включения операционных решений.

Аналогичная ситуация возникает в [11], где исследуются проблемы, возникающие в процессе координации производства, инвентаризации и доставки для удовлетворения потребительского спроса с целью минимизации затрат. В задаче рассматриваются разнотипные транспортные средства и несколько центров обслуживания клиентов (каждый со своей собственной производственной мощностью). Поиск оптимального решения такой комплексной проблемы, как правило, затруднён из-за её комбинаторной природы, особенно когда задействована маршрутизация транспорта. Поэтому авторами была предложена двухфазная схема синтеза приближённого решения. На этапе I решается частично целочисленная задача, которая включает в себя все ограничения исходной модели, но с маршрутизацией транспортных средств, ограниченной прямыми перевозками между клиентами и центрами обслуживания клиентов. На этом этапе всегда существует оптимальное решение для упрощённой модели в рамках исходной постановки. На этапе II решается задача, которая нацелена на то, чтобы справиться с потенциальной неэффективностью прямых поставок. Она формулируется как задача маршрутизации с ограниченными пропускными способностями (capacitated) с дополнительными ограничениями и решается эвристически. Главное преимущество данного подхода заключается в его способности одновременно координировать производственные, складские и транспортные операции на всём горизонте планирования без необходимости агрегировать спрос или ослаблять ограничения на транспортные мощности. Это позволяет быстро найти качественное решение исходной сложной проблемы.

Для решения исследуемой задачи оптимизации маршрута поставок и выбора типов установок подготовки газа был использован аналогичный подход. Алгоритм состоит из трёх фаз. На каждой из фаз определяется часть решения. На первой фазе определяется первая часть решения и передаётся как входной параметр на фазу 2, на которой определяется вторая часть решения. Наконец, на третьей фазе алгоритма решение достраивается до полного. С содержательной точки зрения на первой фазе решается оптимизационная задача выбора типов установок подготовки газа, которая использует как приближённое решение систему трубопроводов, полученных на основе алгоритма фазы 2. Цель третьей фазы сначала минимизировать расходы на прокладку трубопроводов от полученной системы УКПГ до пунктов сдачи газа, а затем перестроить всю систему трубопроводов на основе алгоритмов фазы 2, чтобы получить близкое к оптимальному приближённое решение задачи оптимизации маршрута поставок и выбора типов установок подготовки газа.

Статья организована следующим образом. В разд. 1 описана содержательная постановка задачи и предложена её математическая модель. В разд. 2 изложены примеры, входные данные задачи. Разд. 3 содержит результаты по вычислительной сложности. В разд. 4 описан алгоритм решения, а в разд. 5 — численный эксперимент.

1. Постановка задачи и её математическая модель

В исследуемой задаче даны

1) набор месторождений и пунктов сдачи СОГ;

2) попарные расстояния между месторождениями, а также расстояния от месторождений до пунктов сдачи газа (и расстояния между пунктами сдачи), либо координаты (x, y) месторождений и пунктов сдачи (евклидова метрика);

3) (постоянные) скорости добычи газа на каждом месторождении;

4) набор труб различного диаметра (пропускной способности, одинаковой для МФТП и ТП СОГ);

5) постоянная $\left(b_1^d\right)$ и переменная $\left(k_1^d\right)$ составляющие затрат на строительство МФТП диаметра d (затраты на строительство вычисляются по формуле $k_1^d x + b_1^d$, где x — длина МФТП);

6) постоянная $\left(b_2^d\right)$ и переменная $\left(k_2^d\right)$ составляющие затрат на строительство ТП СОГ диаметра d (затраты на строительство вычисляются по формуле $k_2^d x + b_2^d$, где x — длина ТП СОГ);

7) максимальная пропускная способность для каждого пункта сдачи газа;

8) одинаковые для всех месторождений постоянная (b_3) и переменная (k_3) составляющие затрат на строительство УППГ (затраты на строительство вычисляются по формуле $k_3 x + b_3$, где x — объём перерабатываемого газа в сутки);

9) одинаковые для всех месторождений постоянная (b_4) и переменная (k_4) составляющие затрат на строительство УКПГ (затраты на строительство вычисляются по формуле $k_4 x + b_4$, где x — объём перерабатываемого газа в сутки).

Требуется построить алгоритм, минимизирующий стоимость прокладки трубопроводов и строительства установок комплексной и предварительной подготовки при получении и доставке СОГ до пунктов сдачи при следующих условиях:

1) весь добытый газ подготовлен и доставлен в пункты сдачи газа в магистральные трубопроводы;

2) выполнено условие ограниченной пропускной способности пункта сдачи;

3) между каждой парой вершин (месторождений или пунктов сдачи) можно проложить не более одного трубопровода каждого типа (МФТП или ТП СОГ).

Для описания математической модели введём следующие обозначения:

$G = (V, E)$, $E \subset V^2$ — граф, характеризующий газодобывающий регион; множество вершин $V = I \cup F$ соответствует скважинам (месторождениям) (I) и пунктам сдачи газа (F), а множество рёбер E — возможности прокладки трубопровода между парами вершин; в нашем случае граф полный, в общем случае это не так;

$E_v^{\text{in}} \subset E$ — набор всех рёбер, входящих в вершину v;

$E_v^{\text{out}} \subset E$ — набор всех рёбер, исходящих из вершины v;

J — множество труб (отметим, что в текущей постановке будем полагать, что между парой вершин можно проложить не более одного трубопровода каждого типа — ТП СОГ и МФТП, состоящего при этом только из одной трубы);

S_i — скорость (постоянная) добычи в вершине $i \in I$, т/сут;

D_e — длина ребра $e = (v_1, v_2)$, расстояние между скважинами v_1 и v_2;

WT_j — максимальная пропускная способность трубы $j \in J$, т/сут;

CTP_j — постоянная составляющая затрат на строительство МФТП для $j \in J$;

CDP_j — переменная составляющая затрат на строительство МФТП (за 1 км) для $j \in J$;

CTC_j — постоянная составляющая затрат на строительство ТП СОГ для $j \in J$;

CDC_j — переменная составляющая затрат на строительство ТП СОГ (за 1 км) для $j \in J$;

CUP — постоянная составляющая затрат на строительство УППГ;

CRP — переменная составляющая затрат на строительство УППГ (для подготовки 1 т газа в сутки);

CUC — постоянная составляющая затрат на строительство УКПГ;

CRC — переменная составляющая затрат на строительство УКПГ (для подготовки 1 т газа в сутки);

W_f — максимальная мощность приёма газа в вершине $f \in F$, т/сут.

Использованы следующие переменные:

$x_i \in \{0,1\} = 1$, если в вершине $i \in I$ УКПГ, и 0, если там УППГ;

$y^p_{jv_1v_2} \in \{0,1\} = 1$, если в МФТП труба $j \in J$ на ребре $(v_1,v_2) \in E$, и 0 иначе;

$y^c_{jv_1v_2} \in \{0,1\} = 1$, если в ТП СОГ труба $j \in J$ на ребре $(v_1,v_2) \in E$, и 0 иначе;

$z^p_{v_1v_2}$ — поток по МФТП по ребру $(v_1,v_2) \in E$;

$z^c_{v_1v_2}$ — поток по ТП СОГ по ребру $(v_1,v_2) \in E$.

Введём также достаточно большую константу BIGCONST, равную, например, суммарной скорости добычи на всех месторождениях. Используя эти обозначения, запишем задачу в терминах частично целочисленной задачи линейного программирования:

$$\sum_{i\in I}\Bigg((CUP + CRP\cdot S_i)(1-x_i) + CUC\cdot x_i + CRC\cdot\Bigg(\sum_{e\in E_i^{\text{out}}} z_e^c - \sum_{e\in E_i^{\text{in}}} z_e^c\Bigg)\Bigg) + \sum_{j\in J}\sum_{e\in E}\big((CTP_j + CDP_j)\cdot D_e\cdot y^p_{je} + (CTC_j + CDC_j)\cdot D_e\cdot y^c_{je}\big) \to \min_{x,y^p,y^c,z^p,z^c}.$$

Ограничение 1. Закон сохранения массы:

$$\sum_{e\in E_i^{\text{in}}}\big(z_e^p + z_e^c\big) + S_i = \sum_{e\in E_i^{\text{out}}}\big(z_e^p + z_e^c\big),\quad i\in I.$$

Ограничение 2. Добытый газ доставлен до магистральных трубопроводов:

$$\sum_{i\in I} S_i = \sum_{f\in F}\Bigg(\sum_{e\in E_f^{\text{in}}} z_e^c - \sum_{e\in E_f^{\text{out}}} z_e^c\Bigg).$$

Ограничение 3. Ограничение на мощность магистральных трубопроводов:

$$\sum_{e\in E_f^{\text{in}}} z_e^c - \sum_{e\in E_f^{\text{out}}} z_e^c \leqslant W_f,\quad f\in F.$$

Ограничение 4. Закон сохранения для магистральных трубопроводов:

$$\sum_{e\in E_f^{\text{in}}} z_e^p - \sum_{e\in E_f^{\text{out}}} z_e^p = 0,\quad f\in F.$$

Ограничение 5. Связь потока и МФТП:

$$\sum_{j\in J} WT_j\cdot y^p_{je} \geqslant z_e^p,\quad e\in E.$$

Ограничение 6. Связь потока и ТП СОГ:

$$\sum_{j \in J} WT_j \cdot y^c_{je} \geqslant z^c_e, \quad e \in E.$$

Ограничение 7. Связь потоков и установок:

$$\sum_{e \in E^{\text{out}}_i} z^c_e - \sum_{e \in E^{\text{in}}_i} z^c_e \leqslant \text{BIGCONST} \cdot x_i, \quad i \in I,$$
$$\sum_{e \in E^{\text{out}}_i} z^c_e - \sum_{e \in E^{\text{in}}_i} z^c_e \geqslant S_i \cdot x_i, \quad i \in I.$$

Ограничение 8. Ограничения на трубопроводы:

$$\sum_{j \in J} y^p_{je} \leqslant 1, \quad \sum_{j \in J} y^c_{je} \leqslant 1, \quad e \in E.$$

Ограничение 9:

$$x_i, y^p_{je}, y^c_{je} \in \{0, 1\}, \quad i \in I, j \in J, e \in E,$$
$$z^p_e, z^c_e \in R^+, \quad e \in E.$$

В первом слагаемом целевой функции учтены затраты на УППГ (строительство и подготовку газа). Во втором — то же самое для УКПГ. В третьем и четвёртом слагаемых — затраты на МФТП и ТП СОГ соответственно. В ограничении 1, названном нами «Закон сохранения массы», требуется, чтобы общий объём (масса) входящих потоков в сумме с объёмом добываемого газа в вершине совпадал с общим объёмом выходящих потоков для всех месторождений. В противном случае газ может протекать вне трубопроводов из месторождений в пункты сдачи в магистральные трубопроводы. В ограничении 2 требуется доставить весь добытый газ в подготовленном (СОГ) виде до пунктов сдачи. Ограничение 3 запрещает превышать максимальную пропускную способность магистральных трубопроводов (пунктов сдачи газа). Ограничение 4 по аналогии с ограничением 1 запрещает создавать и уничтожать неподготовленный газ в пунктах сдачи газа, заставляя тем самым подготавливать и доставлять весь добываемый газ. Ограничения 5 и 6 связывают потоки и трубопроводы: если есть поток газа между парой вершин, то должен быть построен соответствующий трубопровод. Ограничения 7 связывают потоки и установки подготовки газа. Эти ограничения определяют места строительства УКПГ. Ограничения 8 запрещают строить больше одной трубы для каждого типа трубопровода, соединяющего соответствующую пару вершин.

2. Примеры задачи и применение известных решателей

Исследуемая задача прикладная, поэтому и наша работа носит больше прикладной характер. Тем самым основная цель исследования — построение алгоритма решения прикладной задачи, поэтому очень важно понимать, на каких исходных данных должен работать алгоритм решения, какие примеры задачи и какой размерности он должен решать.

Таблица 1

Пример задачи

Широта	Долгота	Описание	Название	Скорость, $м^3 \times 10^6$/год
76,85008325	85,00102251	Месторождение	М1	5119,251308
76,90951459	85,81840626	Месторождение	М2	3500
77,27346418	84,03422564	Месторождение	М3	2500,048748
77,2856319	85,11088546	Месторождение	М4	2717,047448
77,59010704	85,67338593	Месторождение	М5	4157,573044
77,71218037	84,39897119	Месторождение	М6	4141,090798
78,00699195	83,59916731	Месторождение	М7	1998,221406
78,93958499	82,97514334	Месторождение	М8	2330,213795
78,63146302	83,59037838	Месторождение	М9	10357,59619
77,31075752	86,16557329	Месторождение	М10	876,433985
76,75330013	85,96322767	Пункт сдачи	ПС1	23000
79,15333089	81,3609928	Пункт сдачи	ПС2	60000

За основу возьмём набор из 10 месторождений и двух пунктов сдачи газа. Данный пример основан на реальных месторождениях и пунктах сдачи и численно достаточно близок к ним. Пример входных данных и формул для вычисления затрат на прокладку трубопроводов и строительство установок подготовки газа представлен в табл. 1–3. В табл. 1 в первых двух столбцах записаны координаты (долгота, широта) месторождений и пунктов сдачи газа. В последнем столбце записаны скорости добычи газа в миллионах кубометров в год для месторождений и пропускная способность пунктов сдачи газа. В табл. 2 представлены диаметры и пропускные способности труб. Число различных труб равно 14. В табл. 3 описаны формулы расчёта стоимости прокладки МФТП и ТП СОГ, а также стоимости строительства УППГ и УКПГ.

В разд. 1 мы предложили математическую модель в форме частично целочисленной задачи линейного программирования. Естественно возникает желание для решения задачи попробовать известные решатели (пакеты программ). Возьмём два коммерческих решателя Gurobi и Cplex и два некоммерческих — Pulp и GLPK. Все решатели, за исключением

Таблица 2

Диаметры и пропускные способности труб

Диаметр, мм	Пропускная способность	
	м^3/ч	м$^3 \times 10^6$/год
50	16915	148
80	43305	379
100	67670	593
150	152255	1334
200	270680	2371
300	609030	5335
400	1087200	9524
500	1691500	14818
600	2436746,9	21346
800	4329449,7	37926
900	5478316,1	47990
1000	6762192,5	59237
1100	8181078,9	71666
1200	9734975,3	85278

GLPK (который за час смог найти решение с погрешностью 25% от оптимума), находят оптимальное решение за приемлемое время: Gurobi и Cplex — за 13 с; Pulp — за 913 с. Оптимальное решение выглядит следующим образом.

УКПГ на месторождениях: M2, M4, M9. Стоимость: 88741,96.

УППГ на месторождениях: M1, M3, M5, M6, M7, M8, M10. Стоимость: 41716,31.

МФТП проложены следующим образом. Из M1 проложена труба в M4 диаметром 300, из M3 проложена труба в M4 диаметром 200, из M3 проложена труба в M7 диаметром 50, из M5 проложена труба в M2 диаметром 300, из M6 проложена труба в M4 диаметром 300, из M7 проложена

Таблица 3

Формулы расчёта затрат на строительство трубопроводов и установок подготовки газа

Объект	Формула для расчёта инвестиций, млн руб.			
	Формула	x, м$^3 \times 10^6$/год	a	b
ТП СОГ	$(ax/1000 + b)l$	Объём прокачки СОГ	9,4659	14,043
МФТП	$(ax/1000 + b)l$	Объём прокачки	20,09915	52,095
	l — длина трубы, км			
УКПГ	$ax + 1000b$	Объём комплекс. ПГ	0,601445	22,023
УППГ	$ax + 1000b$	Объём предв. ПГ	0,1503612	5,50575

труба в М9 диаметром 200, из М8 проложена труба в М9 диаметром 200, из М10 проложена труба в М2 диаметром 150. Стоимость: 71315,88.

ТП СОГ проложены следующим образом. Из М2 проложена труба в ПС1 диаметром 400, из М4 проложена труба в ПС1 диаметром 500, из М9 проложена труба в ПС2 диаметром 500. Стоимость: 58951,29.

Потоки газа по МФТП направлены следующим образом. Из М1 в М4 поток 5119,25, из М3 в М4 поток 2368,54, из М3 в М7 поток 131,51, из М5 в М2 поток 4157,57, из М6 в М4 поток 4141,09, из М7 в М9 поток 2129,73, из М8 в М9 поток 2330,21, из М10 в М2 поток 876,43.

Потоки газа по трубам ТП СОГ направлены следующим образом. Из М2 в ПС1 поток 8534,01, из М4 в ПС1 поток 14345,93, из М9 в ПС2 поток 14817,54.

Итоговая стоимость: 260725,43.

Вышеописанный пример задачи относится к прикладным примерам средней размерности. Расширим его до уровня высокой размерности прикладных примеров, добавив 5 новых, случайно сгенерированных месторождений: ТЕСТ1–ТЕСТ5; и один пункт сдачи газа ТЕСТ (табл. 4). Из них образуем 12 примеров следующим способом. В примере 10×2 присутствуют первые 10 месторождений и первые два пункта сдачи, в примере 10×3 — первые 10 месторождений и все три пункта сдачи, в примере 11×2 — первые 11 месторождений и первые два пункта сдачи. Остальные образованы аналогично вплоть до примеров 15×2 и 15×3. Так пример 14×3 имеет первые 14 месторождений и все три пункта сдачи газа.

Как показал эксперимент, описанный далее, в самом сложном примере 15×2 решатель Gurobi, который на других примерах был лучше других, не смог найти даже допустимое решение.

3. Вычислительная сложность

Рассмотрим широко известную простейшую задачу размещения предприятий по производству некоторого однородного продукта, которая формулируется следующим образом. Пусть множество I задаёт набор пунктов размещения предприятий, а J — набор потребителей. Стоимость открытия предприятия в пункте $i \in I$ задаётся величиной c_i, а стоимость производства и транспортировки продукции потребителю $j \in J$ — величиной g_{ij}. Задача состоит в том, чтобы найти такое непустое множество открываемых предприятий $S \subset I$, которое с минимальными затратами позволяет удовлетворить потребности всех потребителей:

$$\sum_{i \in S} c_i + \sum_{j \in J} \min_{i \in S} g_{ij} \to \min_{S \subset I}.$$

Таблица 4

Пример, дополненный тестовыми месторождениями и пунктом сдачи газа

Широта	Долгота	Описание	Название	Скорость, м$^3 \times 10^6$/год
76,85	85	Месторождение	М1	5119,25
76,91	85,82	Месторождение	М2	3500
77,27	84,03	Месторождение	М3	2500,05
77,29	85,11	Месторождение	М4	2717,05
77,59	85,67	Месторождение	М5	4157,57
77,71	84,4	Месторождение	М6	4141,09
78,01	83,6	Месторождение	М7	1998,22
78,94	82,98	Месторождение	М8	2330,21
78,63	83,59	Месторождение	М9	10357,6
77,31	86,17	Месторождение	М10	876,43
77,65	86,17	Месторождение	ТЕСТ1	4000
77,5	84,17	Месторождение	ТЕСТ2	1400
76,91	85,17	Месторождение	ТЕСТ3	900
78,42	87,17	Месторождение	ТЕСТ4	2000
78,71	84,49	Месторождение	ТЕСТ5	9000
76,75	85,96	Пункт сдачи	ПС1	23000
79,15	81,36	Пункт сдачи	ПС2	60000
77,48	83,78	Пункт сдачи	ТЕСТ	30000

Сведём задачу размещения предприятий к исследуемой проблеме. Возьмём полный граф на множестве мест размещения предприятий и потребителей. Вершины графа будут задавать месторождения. Расстояние (длину ребра) между предприятием и потребителем положим равным g_{ij}, а между предприятиями или между потребителями — $\max\limits_{ij} g_{ij}$. В месторождениях, соответствующих местам размещения предприятий, скорость добычи равна 0, в остальных — 1. Будем сопоставлять стоимость размещения (c_i) с прокладкой ТП СОГ, а стоимость обслуживания (g_{ij}) с прокладкой МФТП. Таким образом, прокладка ТП СОГ от месторождения до определённого пункта сдачи будет соответствовать размещению предприятия в этом месторождении, и наоборот. При этом прокладка МФТП от месторождения-потребителя до месторождения-предприятия будет соотноситься с обслуживанием соответствующего потребителя, и наоборот. Далее опишем, как этого добиться.

Число труб возьмём равным 2, пропускные способности труб — 1 и числу потребителей ($|J|$). Стоимость МФТП: 1 (за единицу расстояния) и очень большое число (например, $|J|$) для большей трубы, чтобы избежать объединения газа с нескольких месторождений. Каждому месторождению с нулевой скоростью добычи сопоставим пункт сдачи газа с единичной пропускной способностью так, чтобы расстояние до данного месторождения было крайне мало (например, $\min\limits_{ij} g_{ij}/(|I| \cdot |J|)$), а до других — $\max\limits_{ij} g_{ij}$. Стоимость ТП СОГ одинакова и равна c_i, делённому на расстояние до пункта сдачи. УКПГ и УППГ бесплатные. Так мы хотим избежать в оптимальном решении цепочек трубопроводов. Поскольку затраты на ТП СОГ до ближайшего пункта сдачи в $|I| \cdot |J|$ меньше затрат на любой МФТП, строить ТП СОГ до ближайшего пункта сдачи в каждом предприятии дороже, чем прокладывать любой МФТП. Значит, в оптимальном решении газ месторождения течёт по МФТП в УКПГ напрямую и после сразу уходит по ТП СОГ в соответствующий УКПГ пункт сдачи (кратчайшее расстояние). Последнее следует из затрат на прокладку ТП СОГ в другие пункты сдачи газа.

Таким образом, в оптимальном решении затраты на прокладку труб МФТП совпадают с затратами на обслуживание потребителей, а затраты на ТП СОГ — с затратами на открытие предприятий. Фактически, с точки зрения поиска оптимального решения мы полиномиально погрузили задачу размещения предприятий в исследуемую задачу: где в оптимальном решении ТП СОГ, там и надо разместить предприятия. Задача размещения предприятий NP-трудна в сильном смысле [12]. Тогда имеет место

Теорема 1. *Задача подготовки и транспортировки газа* NP-*трудна в сильном смысле.*

4. Гибридный алгоритм решения

В рамках исследуемой постановки задачи мы полагаем, что скорость добычи — постоянная величина, но на самом деле это не так. На каждом месторождении есть свой график добычи газа. Скорость добычи сначала растёт, доходит до пика, держится примерно на одном уровне достаточно продолжительное время, затем падает. При этом время начала, выхода на пик или завершения добычи на каждом месторождении своё. Это значительно усложняет задачу. Поэтому в данной работе, первой, посвящённой исследуемой проблеме, мы ограничиваемся рассмотрением постоянных скоростей добычи с прицелом обобщения задачи в дальнейших исследованиях. Тем самым и разрабатываемый в рамках текущей работы алгоритм должен обладать возможностью эффективного переноса на более общую постановку задачи.

Исследуемая задача NP-трудна. Если гипотеза P $\neq$ NP верна, то отсюда следует, что для этой задачи не существует эффективного (полиномиального от длины исходных данных задачи) алгоритма решения. Стало быть, трудоёмкость любого точного алгоритма решения задачи будет существенно (экспоненциально) возрастать с увеличением размерности (числа месторождений, пунктов сдачи газа, труб и т. д.).

Всё, что изложено двумя абзацами ранее, а также эксперимент с применением решателей Gurobi и CPLEX приводит нас к заключению, что точные методы решения (в том числе основанные на методе ветвей и границ) будут неэффективными, поэтому для решения задачи оптимизации маршрута поставок и выбора типов установок подготовки газа был разработан приближённый алгоритм решения.

Разработанный приближённый алгоритм основан на эвристических методах и подходах: в частности, на жадном алгоритме, локальном поиске и поиске с чередующимися окрестностями (VNS) [13]. Такой алгоритм (назовём его Hybrid) относится к классу гибридных алгоритмов. Он состоит из трёх уровней. На каждом из уровней определяется часть решения: на первом уровне определяется первая часть решения и передаётся как входной параметр на второй уровень, на втором уровне определяется вторая часть решения, а на третьем уровне решение достраивается до полного. Схема алгоритма такова.

Уровень 1. Будем использовать алгоритм локального поиска для размещения установок. Достаточно определить расположение УКПГ. На тех месторождениях, где нет УКПГ, автоматически размещаются УППГ. В качестве окрестности решения возьмём окрестность flip + swap, когда мы либо открываем (закрываем) одну УКПГ, либо в одном месте закрываем, а в другом открываем. При просмотре элементов окрестности для вычисления (прокладки) трубопроводов и значения целевой функции будем использовать алгоритм уровня 2.

Уровень 2, шаг 1. Для определения МФТП до размещённых УКПГ будем использовать следующий жадный алгоритм. Упорядочим месторождения по убыванию расстояния до ближайшего УКПГ. Теперь поочерёдно будем их присоединять трубопроводами к УКПГ напрямую или к месторождению, уже присоединённому к УКПГ (не обязательно напрямую). При этом для определения того, как именно будем присоединять данное месторождение к тому или иному УКПГ, минимизируем суммарные расходы на все трубопроводы до УКПГ и от УКПГ до ближайшего пункта сдачи газа. Если пункт сдачи газа уже не может принять весь подготовленный газ в данном УКПГ, то перераспределяем на другой пункт сдачи излишки напрямую. После того как присоединили все месторождения к УКПГ, переходим на уровень 3.

Уровень 3. На этом этапе известно, сколько газа поступит на каждую УКПГ. Убираем все трубы от УКПГ до пунктов сдачи газа и алгоритмом полного перебора (это целесообразно делать по причине относительно небольшого числа УКПГ и пунктов сдачи) минимизируем расходы на прокладку трубопроводов от УКПГ до пунктов сдачи газа, после чего переходим на уровень 2, шаг 2.

Результат работы алгоритма на шаге 1 зависит от того, в каком порядке мы будем присоединять месторождения к УКПГ: если изменим порядок месторождений на шаге 1, то можем получить лучшее решение. На этом соображении базируется второй шаг второго уровня.

Уровень 2, шаг 2. С помощью поиска с чередующимися окрестностями (VNS) [13] локальными улучшениями перестраиваем текущую сеть трубопроводов. В качестве решения возьмём упорядоченный набор месторождений. С помощью классических окрестностей k-(flip + swap) [13, 14] будем локально улучшать текущий порядок месторождений. Окрестность k-(flip + swap) устроена следующим образом. Применяем к текущему решению k раз следующее действие: либо переставляем одну компоненту вектора решения на другое место, либо меняем две компоненты местами. Опишем схему алгоритма VNS: 1) применить к текущему решению алгоритм локального поиска, использующего окрестность 1-(flip + swap) (или просто flip + swap), найти локальный оптимум; 2) для улучшения текущего локального оптимума последовательно просмотреть окрестности 2-(flip + swap) и 3-(flip + swap) до первого улучшения и вернуться назад к алгоритму локального поиска. Критерий остановки: число итераций или отсутствие улучшений после просмотра всей окрестности 3-(flip + swap).

5. Численный эксперимент

Алгоритм Hybrid позволяет находить решение на всех примерах задачи, описанных в разд. 2, за доли секунды. Результаты представлены в табл. 5. В первом столбце приводится номер примера (примеры описаны в разд. 2), во втором — значение целевой функции и время счёта для Gurobi, в третьем — то же для Pulp, в четвёртом — для алгоритма Hybrid. Для всех алгоритмов время счёта было ограничено 3600 с. Выводилось наилучшее найденное решение (там, где итоговое время счёта меньше 3600 с, выводилось оптимальное решение).

То, что алгоритму Hybrid не удаётся найти оптимального решения, с одной стороны, связано с тем, что мы пошли на некоторые упрощения задачи, чтобы существенно сократить время работы алгоритма. В алгоритме Hybrid запрещено переправлять газ с месторождения по разным трубопроводам. С другой стороны (всё с той же целью значительного сокращения времени работы алгоритма), мы существенно сокращаем просмотр допустимой области (это одна из главных особенностей и преимуществ эвристических алгоритмов), что также может приводить к потере качества получаемых решений. Несмотря на это, погрешность в среднем не превышает 2–3%.

Таблица 5

Результаты численного эксперимента

Пример	Gurobi	Pulp	Гибрид. алгоритм
10×2	260725 (12 с)	260725 (913 с)	271925 ($<$ 1 с)
10×3	228693 (16 с)	231183 (120 с)	229742 ($<$ 1 с)
11×2	290402 (43 с)	292681 (3600 с)	298349 ($<$ 1 с)
11×3	247955 (16 с)	247955 (406 с)	249004 ($<$ 1 с)
12×2	304643 (173 с)	314163 (3600 с)	322914 ($<$ 1 с)
12×3	255496 (19 с)	255496 (174 с)	256544 ($<$ 1 с)
13×2	312135 (139 с)	312135 (3600 с)	321796 ($<$ 1 с)
13×3	261505 (11 с)	261505 (556 с)	262494 ($<$ 1 с)
14×2	348497 (996 с)	359424 (3600 с)	357424 ($<$ 1 с)
14×3	296081 (218 с)	296081 (3600 с)	299302 ($<$ 1 с)
15×2	— (3600 с)	420034 (3600 с)	421401 ($<$ 1 с)
15×3	349275 (2006 с)	351590 (3600 с)	356008 ($<$ 1 с)

В примере 10×3, как можно заметить, Pulp нашёл неоптимальное решение в качестве оптимального. Объяснить это нельзя ничем другим, кроме как программной ошибкой. В других примерах такого не наблюдается. В примере 15×2 Gurobi не смог найти оптимального решения даже за сутки. Результат в таблице отсутствует по причине того, что Gurobi упрощает задачу и в процессе счёта выдаёт только значение целевой функции упрощённой задачи.

6. Заключение

Отметим, что задача оптимизации маршрута поставок и выбора типов установок подготовки газа — трудно решаемая задача (NP-трудная). Нами предложена её формулировка в терминах ЦЛП, которая позволяет использовать для решения известные пакеты программ, такие как Gurobi, Cplex, GLPK и Pulp.

Разработанный приближённый алгоритм решения основан на идеях жадного алгоритма, локального спуска и спуска с чередующимися окрестностями. Он позволяет находить приближённые решения задачи на примерах относительно большой размерности. Поэтому мы предполагаем, что данный алгоритм можно будет эффективно перенести на более общую постановку задачи, когда скорости добычи газа не являются постоянными величинами. Кроме того, алгоритм можно достаточно легко модифицировать для улучшения качества получаемых решений, пожертвовав временем работы. В частности, можно применять точный алгоритм (Gurobi, Cplex и т. п.) для решения подзадач, возникающих на разных уровнях алгоритма. Универсальность приближённого алгоритма —

его большое преимущество. Практическая значимость алгоритма выражается в экономическом эффекте в виде сэкономленных финансов вследствие принятия эффективных управленческих решений при планировании газодобычи и газообработки, что является следствием применения алгоритма на газодобывающем предприятии.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ríos-Mercado R. Z., Borraz-Sánchez C.** Optimization problems in natural gas transportation systems: A state-of-the-art review // Appl. Energy. 2015. V. 147. P. 536–555.
2. **Zheng Q. P., Rebennack S., Iliadis N. A., Pardalos P. M.** Optimization models in the natural gas industry // Handbook of Power Systems I. Heidelberg: Springer, 2010. P. 121–148.
3. **Welch T. H., Smith J. G., Rix J. P., Reader R. D.** Meeting seasonal peak demands for natural gas // J. Oper. Res. Soc. 1971. V. 22. P. 93–106.
4. **Contesse L., Ferrer J. C., Maturana S.** A mixed-integer programming model for gas purchase and transportation // Ann. Oper. Res. 2005. V. 139, No. 1. P 39–63.
5. **De Nevers N., Day A.** Packing and drafting in natural gas pipelines // J. Pet. Technol. 1983. V. 35, No 3. P. 655–658.
6. **Carter R. G., Rachford H. H., Jr.** Optimizing line-pack management to hedge against future load uncertainty // Proc. 35th PSIG Annu. Meet. (Bern, Switzerland, Oct. 15–17, 2003). Houston: PSIG, 2003. PSIG-0306.
7. **Krishnaswami P., Chapman K. S., Abbaspour M.** Compressor station optimization for linepack maintenance // Proc. 36th PSIG Annu. Meet. (Palm Springs, CA, USA, Oct. 20–22, 2004). Houston: PSIG, 2004. PSIG-0410.
8. **Frimannslund L., Haugland D.** Line pack management for improved regularity in pipeline gas transportation networks // Safety, Reliability and Risk Analysis: Theory, Methods and Applications. V. 4. Leiden: CRC Press, 2009. P. 2963–2969.
9. **Borraz-Sánchez C.** Optimization methods for pipeline transportation of natural gas: PhD Thes. Bergen: Univ. Bergen, 2010.
10. **You F., Pinto J. M., Capon E., Grossmann I. E., Arora N., Megan L.** Optimal distribution-inventory planning of industrial gases. I. Fast computational strategies for large-scale problems // Ind. Eng. Chem. Res. 2011. V. 50, No. 5. P. 2910–2927.
11. **Lei L., Liu S., Ruszczynski A., Park S.** On the integrated production, inventory, and distribution routing problem // IIE Trans. 2006. V. 38, No. 11. P. 955–970.
12. Discrete location theory. New York: John Wiley Sons, 1990.
13. **Diakova Z., Kochetov Yu. A.** A double VNS heuristic for the facility location and pricing problem // Electron. Notes Discrete Math. 2012. V. 39. P. 29–34.

14. **Кочетов Ю. А., Панин А. А., Плясунов А. В.** Сравнение метаэвристик для решения двухуровневой задачи размещения предприятий и фабричного ценообразования // Дискрет. анализ и исслед. операций. 2015. Т. 22, № 3. С. 36–54.

Кочетов Юрий Андреевич
Легкоконец Владислав Александрович
Панин Артём Александрович
Плясунов Александр Владимирович
Сом Людмила Васильевна

Статья поступила
3 июля 2021 г.
После доработки —
7 декабря 2021 г.
Принята к публикации
9 декабря 2021 г.

DISKRETNYI ANALIZ I ISSLEDOVANIE OPERATSII
/DISCRETE ANALYSIS AND OPERATIONS RESEARCH/
April–June 2022. Vol. 29, No. 2. P. 5–23

UDC 519.8+518.25 DOI 10.33048/daio.2022.29.720

THE PROBLEM OF GAS TREATMENT AND TRANSPORTATION

Yu. A. Kochetov[1, a], *V. A. Legkokonets*[2, b], *A. A. Panin*[1, c], *A. V. Plyasunov*[1, d], and *L. V. Som*[1, e]

[1] Sobolev Institute of Mathematics,
4 Acad. Koptyug Avenue, 630090 Novosibirsk, Russia

[2] Gazpromneft Science and Technology Centre,
75–79 D Moika River Embankment, 190000 St. Petersburg, Russia

E-mail: [a] `jkochet@math.nsc.ru`, [b] `legkokonets.va@gazpromneft-ntc.ru`, [c] `aapanin1988@gmail.com`, [d] `apljas@math.nsc.ru`, [e] `milisom@mail.ru`

Abstract. The paper considers a new problem of gas treatment and transportation. The specific feature of this problem is the combination of location and routing processes. The rates of gas extraction in gas fields, as well as the distances both between gas fields and to gas delivery points are known. It is required to place preliminary and complex gas treatment units at the fields and to build a pipeline system at the lowest financial cost so that all extracted gas would be prepared (brought) to a quality of dry purified gas (DOP) and delivered to gas delivery points.

We build a mathematical model in terms of mixed integer linear programming was constructed. An approximate hybrid algorithm based on heuristic approaches was developed to solve the problem. The efficiency of the algorithm is confirmed by comparison with exact algorithms of solution implemented in Gurobi, Cplex and Pulp on applied instances with real gas fields. Tab. 5, bibliogr. 14.

Keywords: gas treatment and transportation, local search, greedy algorithm, mixed integer linear programming, NP-hardness.

The study was carried out within the framework of the state contract of the Sobolev Institute of Mathematics (Project FWNF–2022–0019).

English version: Journal of Applied and Industrial Mathematics **16** (2) (2022).

REFERENCES

1. **R. Z. Ríos-Mercado** and **C. Borraz-Sánchez,** Optimization problems in natural gas transportation systems: A state-of-the-art review, *Appl. Energy* **147**, 536–555 (2015).
2. **Q. P. Zheng, S. Rebennack, N. A. Iliadis,** and **P. M. Pardalos,** Optimization models in the natural gas industry, in *Handbook of Power Systems I* (Springer, Heidelberg, 2010), pp. 121–148.
3. **T. H. Welch, J. G. Smith, J. P. Rix,** and **R. D. Reader,** Meeting seasonal peak demands for natural gas, *J. Oper. Res. Soc.* **22**, 93–106 (1971).
4. **L. Contesse, J. C. Ferrer,** and **S. Maturana,** A mixed-integer programming model for gas purchase and transportation, *Ann. Oper. Res.* **139** (1), 39–63 (2005).
5. **N. de Nevers** and **A. Day,** Packing and drafting in natural gas pipelines, *J. Pet. Technol.* **35** (3), 655–658 (1983).
6. **R. G. Carter** and **H. H. Rachford, Jr.,** Optimizing line-pack management to hedge against future load uncertainty, in *Proc. 35th PSIG Annu. Meet., Bern, Switzerland, Oct. 15–17, 2003* (PSIG, Houston, 2003), PSIG-0306.
7. **P. Krishnaswami, K. S. Chapman,** and **M. Abbaspour,** Compressor station optimization for linepack maintenance, in *Proc. 36th PSIG Annu. Meet., Palm Springs, CA, USA, Oct. 20–22, 2004* (PSIG, Houston, 2004), PSIG-0410.
8. **L. Frimannslund** and **D. Haugland,** Line pack management for improved regularity in pipeline gas transportation networks, in *Safety, Reliability and Risk Analysis: Theory, Methods and Applications,* Vol. 4 (CRC Press, Lieden, 2009), pp. 2963–2969.
9. **C. Borraz-Sánchez,** Optimization methods for pipeline transportation of natural gas, *PhD Thesis* (Univ. Bergen, Bergen, 2010).
10. **F. You, J. M. Pinto, E. Capon, I. E. Grossmann, N. Arora,** and **L. Megan,** Optimal distribution-inventory planning of industrial gases. I. Fast computational strategies for large-scale problems, *Ind. Eng. Chem. Res.* **50** (5), 2910–2927 (2011).
11. **L. Lei, S. Liu, A. Ruszczynski,** and **S. Park,** On the integrated production, inventory, and distribution routing problem, *IIE Trans.* **38** (11), 955–970 (2006).
12. *Discrete Location Theory* (John Wiley Sons, New York, 1990).
13. **Z. Diakova** and **Yu. A. Kochetov,** A double VNS heuristic for the facility location and pricing problem, *Electron. Notes Discrete Math.* **39**, 29–34 (2012).
14. **Yu. A. Kochetov, A. A. Panin,** and **A. V. Plyasunov,** Comparison of metaheuristics for the bilevel facility location and mill pricing problem, *Diskretn. Anal. Issled. Oper.* **22** (3), 36–54 (2015) [Russian] [*J. Appl. Ind. Math.* **9** (3), 392–401 (2015)].

Yuri A. Kochetov
Vladislav A. Legkokonets
Artem A. Panin
Aleksandr V. Plyasunov
Lyudmila V. Som

Received July 3, 2021
Revised December 7, 2021
Accepted December 9, 2021