Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН   Препринт №121, октябрь 2003

СЕРГЕЙ СОБОЛЕВ И ЛОРАН ШВАРЦ: ДВЕ СУДЬБЫ, ДВЕ СЛАВЫ

С. С. Кутателадзе

10 октября 2003 г.

Аннотация. Обзор жизни и творчества С. Л. Соболева (1908–1989) и Л. Шварца (1915–2002), создателей теории распределений.

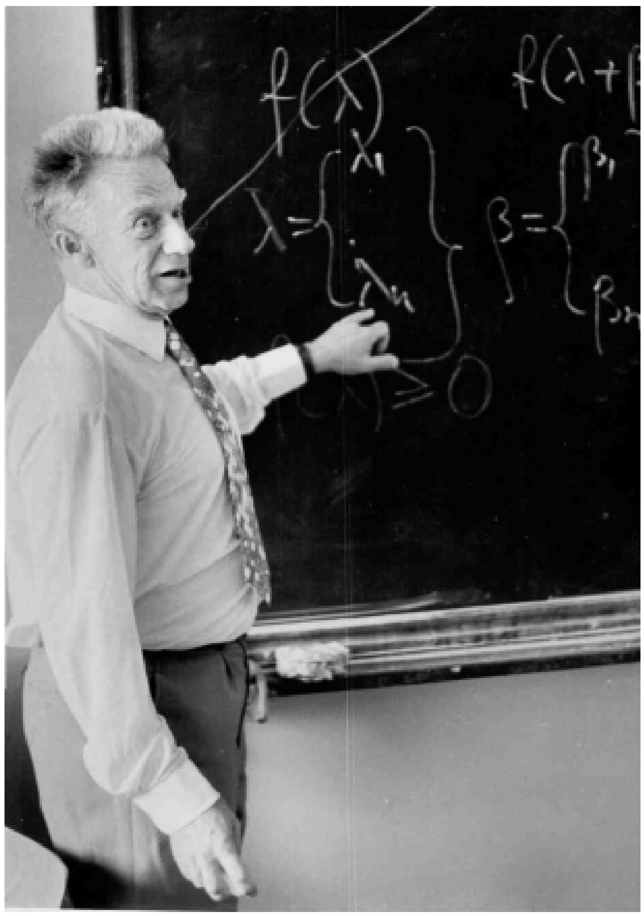
В истории математики немало людей, которых мы вспоминаем парами. Среди них Евклид и Диофант, И. Ньютон и Г. В. Лейбниц, Я. Больяи и Н. И. Лобачевский, Д. Гильберт и А. Пуанкаре, Н. Бурбаки и В. И. Арнольд. В этом ряду стоят С. Л. Соболев и Л. Шварц, имена которых неразрывно связаны с одним из самых ярких математических достижений 20 века — теорией распределений или обобщенных функций, предложившей принципиально новый подход к исследованию уравнений в частных производных.

Наиболее законченные и востребованные математические достижения воплощены в формулах и перечнях, списках объектов. Между списками и формулами есть принципиальные отличия. Перечни фиксируют то, что нам открыто. Списки платоновых тел, элементарных катастроф, простых конечных групп сродни «Альмагесту» и гербариям. Они составляют объекты восхищения, совершенные и застывшие. Предмет математического ремесла — формулы. Формула возникает как материализация математического творчества, она живет своей особой жизнью и имеет самостоятельную судьбу. Формулу редко используют только по ее прямому назначению. Отчасти формула похожа на домашний прибор, игрушку или программное обеспечение. Редко, кто читает инструкцию по применению нового телевизора или описание правил пользования новой программы — гораздо чаще эти обновки осваивают экспериментально, нажимая подходящие клавиши и кнопки. Так же принято подходить и к формулам. Их «крутят», подставляют в них новые параметры, по-своему трактуют входящие в них символы и т. п.

Благодарю В. А. Александрова и В. П. Голубятникова, которые помогли мне точнее понять французские источники. Особенную благодарность я приношу Ю. Л. Ершову за настойчивость, с которой он убеждал меня сделать доклад на Научной сессии Ученого совета Института математики им. С. Л. Соболева 14 октября 2003 г.

Математика — ремесло формул, искусство исчисления. Тем, кому эта констатация кажется слабой и неполной, можно напомнить, что в логическом плане теория множеств представляет из себя некоторую разновидность узкого исчисления предикатов.

Теория распределений стала новым дифференциальным исчислением нашего времени. Таков масштаб научного открытия, связанного с именами С. Л. Соболева и Л. Шварца.



Сергей Львович Соболев

Сергей Львович Соболев родился 6 октября 1908 г. в Петербурге в семье присяжного поверенного Льва Александровича Соболева. Дед Сергея Львовича со стороны отца был потомственным сибирским казаком.

Сергей Львович рано потерял отца и его воспитывала мать, Наталья Георгиевна, высокообразованный преподаватель литературы и истории. Наталья Георгиевна имела и вторую специальность: она окончила медицинский институт и работала доцентом 1-го Ленинградского медицинского института. Мать привила С. Л. Соболеву принципиальность, честность и целеустремленность, которые характеризовали его как ученого и человека.

Программу средней школы Сергей Львович Соболев освоил самостоятельно, особенно увлекаясь математикой. В годы гражданской войны он вместе с матерью жил в Харькове. Переехав в 1923 г. из Харькова в Петроград, Сергей Львович поступил в последний класс 190-й школы. В 1924 г. С. Л. Соболев окончил школу с отличием, но поступить в университет не смог по возрасту и стал учиться в Первой государственной художественной студии по классу фортепьяно.

В 1925 г. С. Л. Соболев поступил на физико-математический факультет Ленинградского университета, не прерывая занятий. В ЛГУ Сергей Львович слушал лекции профессоров Н. М. Гюнтера, В. И. Смирнова, Г. М. Фихтенгольца и др. Под руководством Н. М. Гюнтера он написал дипломную работу об аналитических решениях системы дифференциальных уравнений с двумя независимыми переменными.

В 1929 г. после окончания университета Сергей Львович был принят в теоретический отдел Ленинградского сейсмологического института. В этот период в тесном сотрудничестве с В. И. Смирновым им решен ряд математических задач теории распространения волн.

С 1932 г. Сергей Львович работал в Математическом институте им. В. А. Стеклова в Ленинграде, а затем с 1934 г. — в Москве. В этот период он предложил новый метод решения задачи Коши для гиперболического уравнения с переменными коэффициентами, основанный на обобщении формулы Кирхгофа. Работы, связанные с гиперболическими уравнениями, привели Сергея Львовича к пересмотру классического понятия решения дифференциального уравнения. Рассмотрение С. Л. Соболевым решений в пространствах функционалов ознаменовало начало теории обобщенных функций.

Определив понятие обобщенной производной, Сергей Львович Соболев обогатил математику пространствами функций, обобщенные производные которых интегрируемы в некоторой фиксированной степени. Эти объекты теперь называют пространствами Соболева.

Пусть f и g — локально суммируемые функции, определенные в открытом подмножестве G пространства $\mathbb{R}^n$, а α — некоторый мультииндекс. Функция g называется обобщенной производной функции f в смысле С. Л. Соболева или слабой производной порядка α и обозначается $D^\alpha f$, если для всякой пробной функции φ, т. е. такой что носитель φ компактен и лежит в G и φ непрерывно дифференцируема $|\alpha| = \alpha_1 + \ldots + \alpha_n$ раз в G, выполняется равенство

$$\int\limits_G f(x) D^\alpha \varphi(x)\, dx = (-1)^{|\alpha|} \int\limits_G g(x)\varphi(x)\, dx,$$

где $D^\alpha \varphi$ — классическая производная φ порядка α.

Векторное пространство W_p^l, составленное из (классов эквивалентных) локально суммируемых функций f на G, имеющих в G все обобщенные производные $D^\alpha f$, при $|\alpha| \le l$ суммируемые в степени p, где $p \ge 1$, становится банаховым пространством относительно следующей нормы:

$$\|f\|_{W_p^l} = \Bigg(\int\limits_G |f|^p\, dx\Bigg)^{1/p} + \sum_{|\alpha|=l} \Bigg(\int\limits_G |D^\alpha f|^p\, dx\Bigg)^{1/p}.$$

В 1933 г., в возрасте 24 лет, С. Л. Соболев избран членом-корреспондентом Академии наук, а в 1939 г. он стал ее действительным членом, долгое время оставаясь самым молодым академиком в стране.

В 1940-е годы Сергей Львович Соболев изучал системы дифференциальных уравнений, описывающие малые колебания вращающейся жидкости. Сергей Львович получил условия устойчивости вращающегося волчка с полостью, заполненной жидкостью, в зависимости от формы полости и ее параметров, разобрав подробно случаи цилиндрической полости и полости — эллипсоида вращения. Эти исследования С. Л. Соболева привели к возникновению нового направления в общей теории дифференциальных уравнений в частных производных, посвященного исследованию решений задачи Коши и краевых задач для уравнений и систем, не разрешенных относительно старших производных по времени.

Сергей Львович Соболев одним из первых понял значение вычислительной математики и кибернетики. С 1952 по 1960 гг. С. Л. Соболев возглавлял первую в стране кафедру вычислительной математики МГУ. Исследования С. Л. Соболева этого периода стали одним из истоков общей теории вычислительных алгоритмов, связанной с абстрактным изучением приемов решения больших систем уравнений.

Задачи вычислительной математики в его работах обычно ставятся в рамках функционального анализа. Стали крылатыми слова С. Л. Соболева о том, что теорию вычислений сейчас так же невозможно представить без банаховых пространств, как и без электронных вычислительных машин.

Особо стоит выделить важную роль в становлении кибернетики и других новых направлений исследований, которую в 1950-е годы сыграли публичные выступления С. Л. Соболева, открыто вставшего на защиту науки от идеологизированного мракобесия.

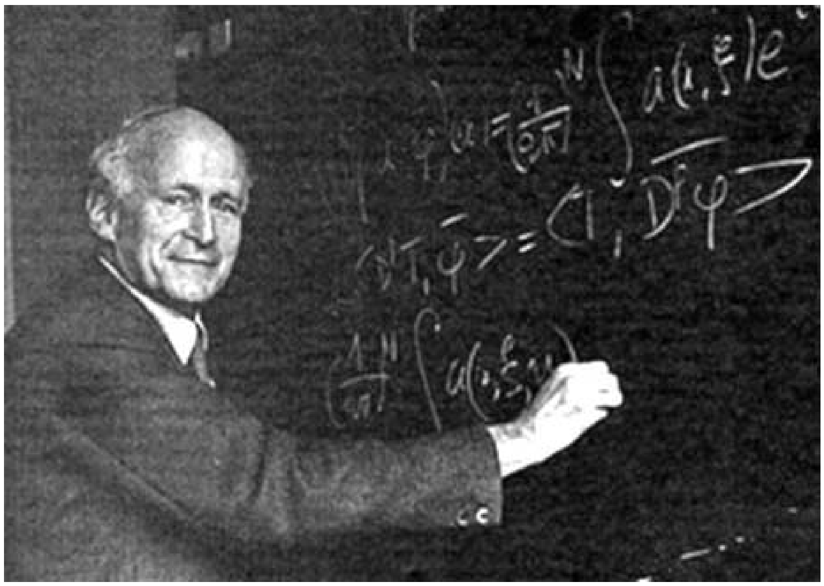
Работая много лет на посту главного заместителя директора Института атомной энергии, возглавляемого И. В. Курчатовым, Сергей Львович принимал непосредственное участие в решении важных прикладных задач, имеющих оборонное значение. В январе 1952 г. С. Л. Соболев был удостоен высшей награды страны: ему было присвоено звание Героя Социалистического Труда за исключительные заслуги перед государством.

Научная деятельность Сергея Львовича Соболева была неотделима от его организаторской работы в науке. В конце 1950-х годов академики М. А. Лаврентьев, С. Л. Соболев и С. А. Христианович выступили с инициативой организации нового крупного научного центра — Сибирского отделения Академии наук. Для многих ученых СО АН первого призыва веским аргументом в принятии решения о переезде на работу в Новосибирск был пример Сергея Львовича Соболева, привлекательность его личности и его научный авторитет.

Сибирский период научной деятельности Сергея Львовича ознаменовался большими достижениями в теории кубатурных формул. Задача о приближенном интегрировании функций многих переменных является одной из основных и наиболее трудоемких в теории вычислений. Проблема оптимизации формул интегрирования сводится к нахождению минимума нормы функционала погрешности, заданного на некотором пространстве функций. Сергей Львович Соболев предложил оригинальные подходы к названной проблематике, ввел и изучил новые типы оптимальных кубатурных формул.

В 1989 г. ему присуждена высшая награда Российской академии наук — Золотая медаль имени М. В. Ломоносова.

С. Л. Соболев скончался 3 января 1989 г. в Москве.



Лоран Шварц

Лоран Шварц родился в Париже 5 марта 1915 г. в семье хирурга. Среди его родственников было немало выдающихся людей. Ж. Адамар был братом его бабушки. Много знаменитостей было по линии его матери Клэр Дебре (к этой фамилии принадлежало и принадлежит много незаурядных политиков голлистского толка). В 1938 году Л. Шварц женился на Мари-Элен Леви, дочери выдающегося математика П. Леви, одного из основоположников функционального анализа. Мари-Элен со временем стала математиком-профессионалом и заняла позицию полного профессора в 1963 г.

Богатое дарование Л. Шварца проявилось еще в его лицейские годы. Он стал победителем по латыни в наиболее престижном соревновании лицеистов во Франции — Concours Général. Л. Шварц колебался в выборе дальнейшей специальности между «классикой» (греческим и латынью) и геометрией. Любопытно, что Адамар был не в восторге от математических интересов Л. Шварца, так как шестнадцатилетний Лоран не знал дзета-функцию Римана. Как ни удивительно, в сторону геометрии Л. Шварца подталкивали один из педагогов по классике и педиатр Робер Дебре.

Лоран поступил в Высшую Нормальную Школу после двухлетней подготовки в 1934 году вместе с Г. Шоке, победителем Concours Général по математике. Вместе с ними поступила и Мари-Элен, ставшая одной из первых слушательниц Высшей

Нормальной Школы. В те годы математическую атмосферу в Высшей Нормальной Школе определяли такие люди, как Э. Борель, Э. Картан, А. Данжуа, М. Фреше, П. Монтель. В соседнем Колледже Франции читал лекции А. Лебег и вел семинары Ж. Адамар. В студенческие годы возникла и укрепилась неистребимая любовь Л. Шварца к теории вероятностей под воздействием бесед со своим будущим тестем Полем Леви.

Вскоре после окончания Высшей Нормальной Школы Л. Шварц решил пройти обязательную военную службу (сроком 2 года) и в 1939–1940 годы он остался на службе ввиду военного времени. Военные годы были особенно тяжелыми для молодой четы Шварцев — как евреи они не могли оставаться в оккупированной зоне и вынуждены были покинуть родной север и жить на небольшие и не слишком определенные стипендии (в частности, от фонда Мишлена, всемирно известной фирмы по производству шин). В 1941 году Л. Шварц встретился в Тулузе с А. Картаном и Ж. Дельсартом, которые посоветовали молодой чете перебраться в Клемон-Ферран, где в те годы собрались вытесненные немцами профессора Страсбургского университета Ж. Дьедонне, Ш. Эресманн, А. Лихнерович, С. Мандельбройт. Там Л. Шварц написал кандидатскую диссертацию по приближению непрерывной функции на оси суммами экспонент.

К сожалению, в математическую судьбу Л. Шварца опять вмешалась война — семья вынуждена была скитаться под чужими документами. Любопытно, что при открытии распределений в ноябре 1944 г. Л. Шварц жил под фамилией Селимартин. Основы своей теории Л. Шварц опубликовал в Анналах Гренобльского университета в 1945 г. Процесс своего открытия он сам характеризовал как «церебральную перколяцию». После года работы в Гренобле Л. Шварц получает позицию в Нанси, где попадает в самый центр «бурбакизма» — как известно, Н. Бурбаки жил в Нанкаго, смеси Нанси и Чикаго. В Чикаго был Анри Вейль, а в Нанси — Ж. Дельсарт, Ж. Дьедонне. Вскоре Л. Шварц был введен в состав группы Бурбаки. В 1950 году он получил Филдсовскую медаль за теорию распределений, а затем увидел свет его знаменитый двухтомник “Théory des Distributiones”.

В 1952 г. Л. Шварц вернулся в Париж и стал работать сначала в Сорбонне, а с 1959 г. в Политехнической Школе (где работал его тесть П. Леви).

Прямыми учениками Л. Шварца были многие знаменитости, среди них А. Гротендик, Ж.-Л. Лионс, В. Мальгранж и А. Мартино.

Л. Шварц писал: «Чтобы совершить открытие в математике, надо преодолеть сдержанность и традицию. Нельзя двигаться вперед, не будучи подрывным элементом». Это высказывание хорошо коррелирует с чрезвычайно активной и разноплановой общественной деятельностью Л. Шварца. Став в юности троцкистом из протеста против капиталистических мерзостей и сталинского террора 1930-х годов, он никогда в своей жизни не мирился с тем, что воспринимал как нарушение прав человека, угнетение и несправедливость. Он был активным борцом против американской войны во Вьетнаме и советского вторжения в Афганистан. Сражался за освобождение ряда математиков, преследуемых по политическим мотивам, среди них Хосе Луи Массера, Вацлав Бенда и др.

Л. Шварц был выдающимся лепидоптеристом и обладал коллекцией, насчитывающей более 20 000 бабочек. Не случайно изображения бабочек украшают суперобложку второго издания его «Теории распределений».

Лоран Шварц скончался 4 июля 2002 года в Париже.

Успехи теории распределений

В основе теории распределений лежит стремление применить технологии функционального анализа для исследования дифференциальных уравнений в частных производных. Функциональный анализ характеризуется алгебраизацией, геометризацией и социализацией аналитических задач. Под социализацией обычно понимают включение конкретной задачи в целый класс аналогичных проблем. Социализация позволяет стереть «случайные черты» — избавиться от трудностей, привносимых чрезмерной спецификой задачи. К началу 1930-х годов достоинства функционального анализа уже были продемонстрированы в сфере интегральных уравнений. На повестке дня стояли уравнения дифференциальные.

Следует подчеркнуть, что размышления над природой интегрирования и дифференцирования лежат в основе большинства теорий современного функционального анализа. Это неудивительно ввиду особой роли этих замечательных линейных операций. Общеизвестно, что интегрирование обладает более привлекательными свойствами по сравнению с дифференцированием: эта операция монотонна и повышает гладкость. Указанные приятные свойства начисто отсутствуют у оператора дифференцирования. Всем известно, что классическое дифференцирование — это замкнутый, но не непрерывный оператор (в естественной топологии, порожденной метрикой Чебышёва). Ряды гладких функций, вообще говоря, нельзя дифференцировать почленно, что существенно затрудняет применение аналитических средств для решения дифференциальных уравнений.

В настоящее время мало кто усомнится в том, что центральным в теории распределений является понятие обобщенной производной. Производная рассматривается теперь как оператор, действующий на негладкие функции по тем же интегральным законам, которым подчиняется процедура взятия классической производной. Именно такой подход был впервые явно сформулирован С. Л. Соболевым. На предложенном пути стало возможным капитально расширить запас формул дифференцирования. В частности, оказалось, что любые распределения обладают производными любых порядков, поточечно сходящиеся ряды распределений можно сколько угодно раз дифференцировать почленно, а многие «традиционно расходящиеся» ряды Фурье допускают суммирование в виде явных формул. Математика приобрела дополнительные фантастические степени свободы, что обессмертило имя С. Л. Соболева как пионера нового исчисления.

Развернутые изложения достижений новой теории появились в свет практически одновременно. В 1950 г. в Париже вышел первый том «Теории распределений» Л. Шварца, а в Ленинграде — книга С. Л. Соболева «Некоторые применения функционального анализа в математической физике». В 1962 г. Сибирское отделение издало репринт этой книги, а в 1963 г. вышел в свет ее английский перевод в

США. Второе издание книги Л. Шварца было немного расширено (за счет включения обобщенной версии теории потоков Ж. де Рама) и опубликовано в 1966 г. Любопытно, что Л. Шварц практически не изменил историческое введение к книге.

Предложенные теорией распределений новые методы оказались столь сильными, что позволили выписать в некотором явном виде общее решение произвольного дифференциального уравнения в частных производных в случае, когда коэффициенты при производных постоянны. Дело сводится к наличию фундаментальных решений — частных решений, отвечающих случаю, когда в правой части уравнения поставлена дельта-функция П. Дирака. Существование таких решений было установлено уже в 1953–1954 гг. независимо в работах Б. Мальгранжа и Л. Эренпрайса. Но лишь в 1994 году фундаментальное решение было выписано явно сначала Н. Кёнигом, а затем несколько позже и в более элементарном виде Н. Ортнером и П. Вагнером. Сформулируем их результат.

Теорема. *Пусть* $P(\partial) \in \mathbb{C}[\partial]$, $m := \deg P$ *– степень многочлена* P, $\eta \in \mathbb{R}^n$ *и* $P_m(\eta) \neq 0$, *где* P_m *— главная часть* P. *Тогда распределение* E, *задаваемое формулой*

$$E := \frac{1}{\overline{P_m(\eta)}} \int\limits_{\mathbb{T}} \lambda^m e^{\lambda\eta x} \mathfrak{F}^{-1}_{\xi\to x} \left(\frac{\overline{P(\mathrm{i}\xi + \lambda\eta)}}{P(\mathrm{i}\xi + \lambda\eta)} \right) \frac{\mathrm{d}\lambda}{2\pi\mathrm{i}\lambda},$$

является фундаментальным решением оператора $P(\partial)$, *причем* $E/\operatorname{ch}(\eta x) \in \mathcal{S}'(\mathbb{R}^n)$.

Полезно обратить внимание на структуру этой формулы, показывающей роль преобразования Фурье для распределений $\mathfrak{F}$ и пространства Шварца $\mathcal{S}'(\mathbb{R}^n)$, составленного из умеренных распределений.

Факт существования фундаментального решения у произвольного уравнения в частных производных с постоянными коэффициентами по праву носит название *теоремы Мальгранжа — Эренпрайса.* Трудно переоценить это замечательное достижение, ставшее одним из триумфов абстрактной теории топологических векторных пространств.

Путь от обобщенных решений к классическим лежит через пространства Соболева. Исследование вложений и следов пространств Соболева и их обобщений стало одним из основных направлений современной теории функций вещественной переменной. Достаточно назвать таких математиков, как С. М. Никольский, О. В. Бесов, Г. Вейс, В. П. Ильин, В. Г. Мазья, чтобы представить масштабы этого математического направления. Десятки книг упоминают в своем названии пространства Соболева, что бывает не так уж часто в нашей науке.

Разные мнения об истории распределений

Ж. Лерэ, один из самых ярких французских математиков прошлого века, удостоенный в 1989 г. вместе с С. Л. Соболевым Золотой медали имени М. В. Ломоносова, высшей награды Российской академии наук, отмечал в своем отзыве о трудах С. Л. Соболева 1930–1955 гг., написанном при выборах С. Л. Соболева в Академию наук Института Франции в 1967 г.:

> Теория распределений получила в настоящее время большое развитие благодаря теории векторных топологических пространств и их двойственности, благодаря понятию распределения умеренного роста, представляющему собой одно из важных достижений Л. Шварца (Париж), позволившим ему построить прекрасную теорию преобразований Фурье для распределений; Ж. де Рам (G. de Rahm) ввел в дополнение к понятию распределения понятие потока, которое включает понятия дифференциальной формы и топологической цепи; Л. Хёрмандер (L. Hörmander, Лунд, Принстон), Б. Мальгранж (B. Malgrange, Париж), Ж.-Л. Лионс (J.-L. Lions, Париж) с помощью теории распределений обновили теорию уравнений с частными производными; П. Лелон (P. Lelong, Париж) установил одно из фундаментальных свойств аналитических множеств. Богатый содержанием двухтомный трактат Л. Шварца и еще более богатый пятитомный трактат Гельфанда и Шилова (Москва) — все эти достижения, столь важные, что уже один лишь французский вклад заслуживает высших наград, присужденных нашим Сообществом, приложения, которые получила теория распределений во всех областях математики, теоретической физики и численного анализа ныне подобны густому лесу, который скрывает дерево, из зерен которого он вырос. Впрочем, мы знаем, что если бы С. Л. Соболев не сделал это открытие около 1935 г. в России, оно было бы сделано во Франции незадолго до 1950 г., а несколько спустя в Польше; США также льстят себя мыслью, что они сделали бы его в ту же пору: математическая наука и различные ее технические приемы запоздали бы по сравнению с Россией лишь на 15 лет ...

Резким контрастом с этой оценкой звучит суждение Ф. Трева, который в статье, посвященной памяти Л. Шварца и вышедшей в октябре 2003, писал:

> Математиком 1930-х годов, наиболее близко подошедшим к общему определению распределения, был Соболев в его работах [Соболев, 1936] и [Соболев, 1938][1] (Лерэ имел обыкновение ссылаться на «распределения, изобретенные моим другом Соболевым»). В самом деле, Соболев действительно определяет распределения данного, но произвольного конечного порядка m как *непрерывные линейные функционалы* на пространстве C^m_{comp} финитных функций класса C^m. Он фиксирует целое число m; он никогда не рассматривает пересечение C^∞_{comp} пространств C^m_{comp} по всем m. Это тем более удивительно, что он доказывает, что C^{m+1}_{comp} плотно в C^m_{comp}, используя прием Винера свертывания функций $f \in C^m_{\mathrm{comp}}$ с последовательностью функций, принадлежащих C^∞_{comp}! В связи с этой явной слепотой по отношению к возможной роли C^∞_{comp}, любопытно, что в 1944 г. Шварц заикнулся Анри Картану о своем намерении использовать элементы C^∞_{comp} в качестве пробных функций, Картан попытался разубедить его: «Они уж чересчур страшноватенькие (trop monstrueuses)».
>
> Используя сопряжение, Соболев определяет произведение функционалов, принадлежащих $(C^m_{\mathrm{comp}})^*$, на функции из C^m и дифференцирование этих функционалов: d/dx отображает $(C^m_{\mathrm{comp}})^*$ в $(C^{m+1}_{\mathrm{comp}})^*$. Но опять нет и упоминания о дираковской $\delta(x)$, ни о свертке, нет и никакой связи с преобразованием Фурье. Он ограничивает себя применением своего нового подхода к переформулировке и решению задачи Коши для линейного гиперболического уравнения. И он и не пытается развить свои замечательные открытия. Только после войны он наконец изобретает пространства Соболева H^m и то только для целых $m \geq 0$. Надо ли говорить, что Шварц не читал этих статей Соболева ввиду военной службы и мировой войны (и

[1] Имеются в виду статьи в Мат. сборнике [2, 3].

невежества западных математиков относительно работ их советских коллег). Нет сомнений, что знакомство с этими статьями сберегло бы ему месяцы тревожной неопределенности.

К чести Ф. Трева несколько позже он отходит от оценки опубликованных работ по тому, чего в них нет, и пишет о том, что обессмертило имя Л. Шварца:

> Если допустить, что Шварца можно заменить в качестве изобретателя распределений, какие вещи тем не менее можно будет рассматривать как его важнейший вклад в их теорию? Автор этой статьи может упомянуть по крайней мере две из них, которые сохранятся: (1) решение о том, что пространство Шварца $\mathcal{S}$ функций, быстро убывающих на бесконечности, и его сопряженное $\mathcal{S}'$ являются «правильными» рамками для анализа Фурье, (2) теорема Шварца о ядре.

Мнение Ф. Трева почти полностью совпадает с суждением самого Л. Шварца, попавшим в его автобиографию, опубликованную в 1997 г. Более того, в этой автобиографии Л. Шварц написал о С. Л. Соболеве даже следующее:

> ...он не установил теорию применительно к общим приложениям, а ограничился только специальным вопросом: найти обобщенное решение уравнения в частных производных со вторым членом и с данными начальными условиями. Он превратил начальные условия во второй член и представил их в форме функционалов, записанных по границе. Он доказал также замечательную теорему о гиперболических уравнениях в частных производных второго порядка. Даже сегодня она является одним из лучших приложений теории распределений, это очень удачная находка. Но все эти вещи оставались незавершенными. Его статья 1936 года, написанная по-французски, называется «Новый метод решения проблемы Коши для линейных нормальных гиперболических уравнений». После этой статьи он не сделал ничего нового в этом направлении, по крайней мере ничего плодотворного. Другими словами, сам Соболев не увидел важности своего собственного открытия.

Мне невозможно согласиться с этими оценками. Довольно странно читать об отсутствии дельта-функции Дирака среди обобщенных функций Соболева вопреки ее очевидному присутствию во всех пространствах $(C^m_{\mathrm{comp}})^*$.

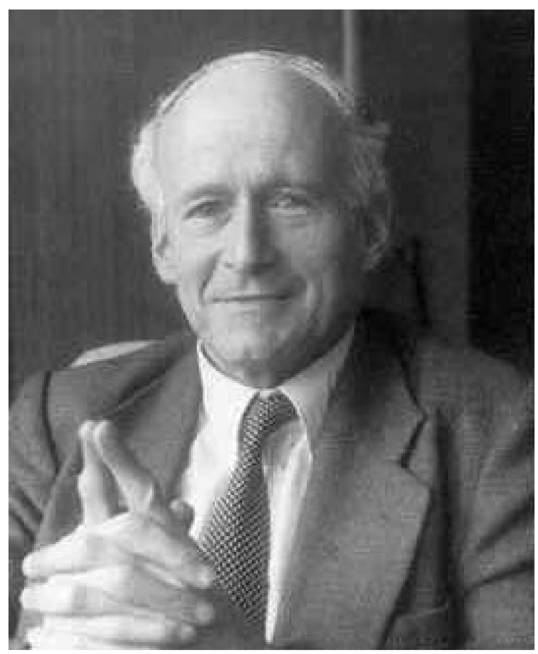
Поражает полное отсутствие каких-либо упоминаний классической книги С. Л. Соболева 1950 г., которая долгие годы была настольной у многих специалистов по функциональному анализу и уравнениям в частных производных. И наконец, в 1997 г. Л. Шварц не был на военной службе и не участвовал в мировой войне. Значит были какие-то другие причины, по которым он не упоминает о книге С. Л. Соболева «Введение в теорию кубатурных формул», где разработаны принципиально новые приложения теории распределений к вычислительной математике. Свои пионерские результаты в области численного интегрирования С. Л. Соболев основывал на развитии теории преобразования Фурье обобщенных функций, разработанной Л. Шварцем.

Сдержанный в оценках, исключительно тактичный и скромный человек, С. Л. Соболев всегда уклонялся от сколь-либо подробных экскурсов в историю теории распределений как в личных беседах, так и в своих многочисленных сочинениях. Все, что он счел необходимым оставить будущим поколениям по этому поводу, заключено в следующих указаниях об истории теории распределений, предваряющих главу VIII его книги «Введение в теорию кубатурных формул», опубликованной в 1974 г.:

> Обобщенные функции представляют собой «идеальные элементы», которые пополняют классические функциональные пространства по тому же образцу, как вещественные числа пополняют множества рациональных.
>
> В этой главе мы изложим вкратце необходимую нам в дальнейшем теорию таких функций. Мы будем придерживаться способа изложения, близкого к тому, который был впервые использован автором в 1935 году [16].[2] Теория обобщенных функций была позднее разработана Л. Шварцем [21],[3] который, в частности, рассмотрел и исследовал преобразование Фурье обобщенных функций.
>
> Исторически обобщенные функции в явном виде встречались уже в исследованиях по теоретической физике, в работах Ж. Адамара, М. Риса, С. Бохнера и других.

Поэтому можно лишь отчасти согласиться со следующей констатацией Л. Шварца [9, с. 248]:

> ...Соболев и я (и все прочие до нас) были хорошо подготовлены нашей эпохой, нашим окружением и нашими предшествующими работами. Это никому не добавляет славы, но каждый из нас развивал свой оригинальный подход (более того, каждый игнорировал работы всех остальных).



Многие согласятся, что арбитром в теории распределений следует считать И. М. Гельфанда. Написанная им с учениками многотомная серия монографий «Обоб-

[2]Ссылка на статью 1936 г. в Мат. сборнике [3].
[3]Ссылка на двухтомник Л. Шварца [7, 8].

щенные функции», начатая еще в середине 1950-х годов, остается одной из вершин мировой математической литературы, энциклопедией теории распределений. В предисловии к первому изданию первого выпуска этой серии И. М. Гельфанд писал:

> Впервые обобщенные функции в явной и теперь общепринятой форме ввел С. Л. Соболев в 1936 г. ... В 1950–1951 гг. появилась монография Л. Шварца «Теория распределений». В этой книге Л. Шварц систематизировал теорию обобщенных функций, связал воедино все прежние подходы, привлек к ее обоснованию теорию линейных топологических пространств и получил ряд существенных и далеко идущих результатов. После выхода в свет «Теории распределений» обобщенные функции необыкновенно быстро, буквально за два-три года приобрели чрезвычайно широкую популярность.

Это суждение взвешено и справедливо. Его стоит принять.

Классицизм и романтизм

Размышляя о судьбах С. Л. Соболева и Л. Шварца, невозможно обойти вопрос о причинах поляризации оценок, касающихся математического открытия, связанного с их именами. Наивно полагать, что этот вопрос когда-либо получит простой и полный ответ, убедительный для всех и каждого. Достаточно обратиться к имеющемуся опыту, касающемуся других знаменитых пар математиков, споры о судьбе и творчестве которых продолжаются иногда столетиями, вызывая резкие столкновения мнений по сей день. Думается, что истоки этого явления довольно универсальны и заключены не только в особенностях личностей этих людей, но и, не в последнюю очередь, в природе самого математического творчества.

Прибегая к несколько рискованной аналогии с искусством, можно отметить, что математике как науке присущи черты, ассоциирующиеся с теми направлениями в искусстве, которые принято называть классицизмом и романтизмом. Трудно не увидеть классические черты эллинской традиции в сочинениях Евклида, И. Ньютона, Я. Больяи, Д. Гильберта и Н. Бурбаки. Невозможно не отозваться на аккорды романтического гимна человеческому гению, звучащие со страниц сочинений Диофанта, Г. В. Лейбница, Н. И. Лобачевского, А. Пуанкаре и В. И. Арнольда.

Лучшие черты математического классицизма и романтизма нашли воплощение в творчестве С. Л. Соболева и Л. Шварца. Эти люди и их достижения навсегда останутся с нами...

Литература

1. Соболев С. Л., *Задача Коши в пространстве функционалов*, Докл. АН СССР **3** (1935), № 7, 291–294.
2. Соболев С. Л., *Methode nouvelle a resoudre le probleme de Cauchy pour les equations lineaires hyperboliques normales*, Мат. сборник **1** (1936), № 1, 39–70.
3. Соболев С. Л., *Об одной теореме функционального анализа*, Мат. сборник **4** (1938), № 3, 471–496.
4. Соболев С. Л., *Некоторые применения функционального анализа в математической физике*, Изд-во ЛГУ, Л., 1950.

5. Соболев С. Л., *Введение в теорию кубатурных формул*, Наука, М., 1974.
6. Schwartz L., *Généralisation de la notion de fonction, de dérivation, de transformation de Fourier et applications mathématiques et physiques*, Annales Univ. Grenoble **21** (1945), 57–74.
7. Schwartz L., *Théorie des Distributiones.* Tome I, Hermann, Paris, 1950.
8. Schwartz L., *Théorie des Distributiones.* Tome II, Hermann, Paris, 1951.
9. Schwartz L., *Un Mathématicien aux Prises avec le Siècle*, Editiones Odile Jacob, Février, 1997.
10. Ortner N. and Wagner P., *A Short Proof of the Malgrange–Ehrenpreis Theorem*, Functional Analysis (Trier, 1994), de Gruyter, Berlin, 1996, C. 343–352.
11. Ortner N. and Wagner P., *A Survey on Explicit Representation Formulae for Fundamental Solutions of Linear Partial Differential Operators*, Acta Appl. Math. **47** (1997), № 1, 101–124.
12. Лерэ Ж., *Отзыв о трудах С. Л. Соболева* 1930–1955 *гг.* (Публикация А. П. Юшкевича), Историко-математические исследования, Т. 34, Наука, М., 1993, С. 267–273.
13. Tréves F., Pisier G., and Yor M., *Laurent Schwartz* (1915–2002), Notices of the AMS **50** (2003), № 9, 1072–1084.
14. Гельфанд И. М., Шилов Г. Е., *Обобщенные функции и действия над ними.* Изд. 2, ГИФМЛ, М., 1959.
15. Chandrasekharan K., *The Autobibliography of Laurent Schwartz*, Notices of the AMS **45** (1998), № 9, 1141–1147.
16. Кутателадзе С. С. (Ред.), *Сергей Львович Соболев* (1908–1989)*. Биобиблиографический указатель*, Изд. Ин-та математики им. С. Л. Соболева, Новосибирск, 2003.

Сведения об авторе

Кутателадзе Семён Самсонович, доктор физико-математических наук, профессор. Родился 2 октября 1945 г. в Санкт-Петербурге. В 1968 г. окончил с отличием Новосибирский государственный университет по кафедре вычислительной математики. В 1970 г. защитил кандидатскую диссертацию «Смежные вопросы геометрии и математического программирования» в Объединённом Учёном Совете Сибирского отделения АН СССР. В 1978 г. защитил докторскую диссертацию «Линейные задачи выпуклого анализа» в Санкт-Петербургском государственном университете.

Основные научные результаты в области функционального анализа и нестандартных методов анализа, по геометрии выпуклых тел и теории экстремальных задач.

Автор учебника «Основы функционального анализа». В числе публикаций около двухсот специальных статей, ряд монографий и учебных пособий. Среди них «Булевозначный анализ»,«Упорядоченные векторные пространства», «Монады в общей топологии», «Меры Радона и обобщённые функции».

Заслуженный ветеран Сибирского отделения Российской академии наук. Заведующий лабораторией функционального анализа Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН. Заместитель заведующего кафедрой математического анализа НГУ.

Член ряда математических обществ и рабочих групп. Заместитель главного редактора «Сибирского математического журнала» и «Сибирского журнала индустриальной математики». Состоит в редколлегиях журналов: Mathematica Japonica, Positivity, Siberian Advances in Mathematics и др.