

УДК 519.4

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ГОРЕНИЯ УГЛЕРОДА В ЗАДАЧАХ СЛИЯНИЯ БЕЛЫХ КАРЛИКОВ И ВЗРЫВА СВЕРХНОВЫХ ТИПА Ia

© 2021 И. М. Куликов

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
просп. Лаврентьева, 6, г. Новосибирск 630090, Россия*

E-mail: kulikov@ssd.ssc.ru

Поступила в редакцию 11.05.2021 г.; после доработки 11.05.2021 г.;
принята к публикации 24.06.2021 г.

Сверхновые типа Ia играют ключевую роль в астрофизике, но механизмы их взрыва остаются до конца неизученными. Аппарат математического моделирования является основным для изучения известных и всех потенциально новых сценариев взрыва сверхновых типа Ia. В основе всех сценариев лежит ядерное горение материала белых карликов, прежде всего ядерное горение углерода, и последующая детонация со взрывом сверхновой. При моделировании взрыва сверхновых типа Ia используется подсеточная модель статического горения углерода. Такая модель не учитывает предшествующей эволюции и динамики белых карликов, что приводит к более низким значениям энергии горения и, следовательно, взрыву сверхновой. Предлагается математическая модель турбулентного горения углерода, которая более адекватно описывает горение материала с учётом динамики белых карликов. С помощью вычислительных экспериментов показано, что сверхзвуковое турбулентное горение позволяет в несколько раз увеличить энергию взрыва. Это достигается «перекачкой» кинетической энергии, полученной из ненулевой дисперсии скоростей, во внутреннюю энергию и более активное протекания ядерных реакций альфа-цепочки от углерода до железа и никеля. В дальнейшем построенная модель будет использоваться в качестве подсеточной модели горения материала белых карликов.

Ключевые слова: вычислительная астрофизика, вычислительная гидродинамика, сверхновые типа Ia.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2021.24.303

ВВЕДЕНИЕ

Сверхновые типа Ia играют ключевую роль в астрофизике как в качестве основного источника железа [1, 2], так и в качестве «стандартных свечей» для измерения расстояний во Вселенной [3, 4]. В настоящее время хорошо известно, что большинство сверхновых Ia — это взрывы белых карликов, достигших массы Чандрасекара $M \approx 1,39M_{\odot}$ и взорвавшихся в ходе термоядерного синтеза углерода, кислорода и неона. Однако сам механизм старта и прохождения такого синтеза остаётся неразрешённым и требует подробных исследований как со стороны наблюдений, так и в части построения и использования математических моделей [5]. Мы предлагаем математическую модель турбулентного горения углерода как главного материала белых карликов на основе прямого моделирования турбулентных течений вырожденного газа в зависимости от дисперсии скоростей. Для построения модели мы используем аппарат суперкомпьютерного моделирования. В дальнейшем построенную модель планируем использовать в качестве подсеточного процесса для моделирования слияния белых карликов и взрыва сверхновых типа Ia.

В настоящее время можно выделить 11 возможных сценариев эволюции белых карликов и взрыва сверхновых типа Ia: слияние белых карликов [6], нецентральное столкновение белых карликов [7], центральное столкновение белых карликов [8], близкое прохождение белых карликов [9], принудительное слияние белых карликов равных [10] и различных масс [11], взрыв сверхновой на основе развития спиральной неустойчивости [12, 13], приливное нагревание [14], динамическая двойная детонация пары вырожденных карликов дочандрасекаровской массы [15], приливная детонация белого карлика при близком прохождении чёрной дыры [16], слияние белого карлика со звездой главной последовательности [17], а также гипотетический сценарий столкновения белого карлика с планетой земного типа. В любом случае для всех сценариев основным механизмом взрыва является развитие турбулентности в островах высокой плотности [18] и возникновение любого сценария ядерного горения материала: детонационная модель [19], дефлаграционная модель [20] или модель отложенной детонации [21].

В первом разделе мы подробно опишем математическую модель турбулентного горения углерода. Второй раздел будет посвящён вычислительным экспериментам и построению зависимости энергии горения углерода от дисперсии скоростей. В третьем разделе рассмотрим дискуссионные вопросы и сферу применения разработанной модели. В заключении приведены основные выводы по статье.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОГО ГОРЕНИЯ УГЛЕРОДА

В настоящем разделе мы рассмотрим решаемые уравнения, подсеточный процесс горения углерода и постановку начальных данных. Для разрешения данной математической модели используются численные коды, описанные в работах [22, 23]. Математическая модель основана на использовании уравнений гравитационной гидродинамики, сформулированных для закона сохранения масс:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0,$$

закона сохранения момента импульса:

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p - \rho \nabla \Phi,$$

закона сохранения полной механической энергии:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[E + \rho \frac{\vec{u}^2}{2} \right] + \nabla \cdot \left(\left[E + \rho \frac{\vec{u}^2}{2} \right] \vec{u} \right) = -\nabla \cdot (p \vec{u}) - (\rho \nabla \Phi, \vec{u}) + Q,$$

дополненных уравнением Пуассона для относительного гравитационного потенциала:

$$\Delta \Phi = 4\pi G(\rho - \rho_0),$$

где ρ — плотность вырожденного газа; \vec{u} — скорость; p — давление; Φ — относительный гравитационный потенциал; E — внутренняя энергия газа; G — гравитационная постоянная, Q — источник энергии за счёт ядерных реакций; ρ_0 — начальная плотность газа. Для замыкания уравнений гравитационной гидродинамики используется звёздное уравнение состояния [24], состоящее из вклада вырожденного релятивистского газа и давления за счёт излучения:

$$p = \frac{4\sigma T^4}{3c} + K \left(\frac{\rho}{\mu_e} \right)^{4/3},$$

где T — температура газа; c — скорость света; σ — константа Стефана — Больцмана; $K = 10^{15}$ Эрг/г; μ_e — число нуклонов на один электрон. Внутренняя энергия в этом случае записывается в виде

$$E = \frac{4\sigma T^4}{c} + 3K \left(\frac{\rho}{\mu_e} \right)^{4/3}.$$

Из последнего уравнения определяется температура газа.

При горении углерода в белых карликах основной путь получения тяжёлых элементов типа никеля и железа лежит через прохождение α -сети ядерных реакций [25]. Так как нам в первую очередь необходима энергетика взрыва, то будем рассматривать сразу цепь реакций: $14^{12}C \rightarrow 3^{56}Ni$. Определим концентрацию водорода X_C , тогда горение углерода можно записать в виде $\frac{dX_C}{dt} = -\frac{7}{36}\rho N_A \lambda X_C^2$ (см. [26]), где ρ — плотность; N_A — число Авогадро; λ — скорость реакции, которую можно записать в виде

$$\lambda = \frac{AT_{9a}^{5/6} T_9^{-3/2} \exp(-BT_{9a}^{-1/3})}{N_A (\exp(-CT_{9a}^4) + \exp(DT_{9a}^{2/3}))},$$

где T_9 — температура в 10^9 К; $A = 1,26 \times 10^{27}$; $B = 84,165$; $C = 0,01$; $D = 1,685$ — коэффициенты; $T_{9a} = T_9/(1 + 0,067 \times T_9)$. Выделяемая энергия определяется уравнением $Q = -\varepsilon \frac{dX_C}{dt} = \frac{7\varepsilon}{36}\rho N_A \lambda X_C^2$, где $\varepsilon = 7 \times 10^7$ Эрг [27].

В качестве характерного значения плотности взяты критическая плотность перехода от дефлаграции к детонации $\rho_0 = 10^7$ г/см³ и температура $T_0 = 10^9$ К. Задание начального возмущения скорости при известной энергии турбулентности Σ^2 взято из работы [28]. Приведём детали этой процедуры. Будем рассматривать энергетический спектр $E(k) = E_0 \times k^{-5/3}$ с известной энергией турбулентности Σ^2 , тогда коэффициент E_0 может быть найден из уравнения

$$\int_{k_{\min}}^{k_{\max}} E(k) dk = \Sigma^2,$$

где k_{\min} и k_{\max} — минимальное и максимальное волновые числа. Поле турбулентных пульсаций $\vec{u}(x)$, где x — точка пространства, задаётся уравнением

$$\vec{u}(x) = \frac{3\Sigma}{\sqrt{2N}} \sum_{n=1}^N \vec{u}_n(x),$$

где N — число гармоник. Каждая гармоника задаётся уравнением

$$\vec{u}_n(x) = Q(w^n) [\xi^n \sin(k_n(w^n, x)) + \eta^n \cos(k_n(w^n, x))],$$

где $w^n = (w_1^n, w_2^n, w_3^n)$ — единичный вектор, равномерно распределённый на сфере и обеспечивающий $\nabla \cdot \vec{u} = 0$; $Q(w^n)$ — случайная матрица с элементами $q_{ij}^n = \delta_{ij} - w_i^n \times w_j^n$; δ_{ij} — символ Кронекера; коэффициенты ξ^n и η^n имеют стандартное гауссовское распределение $N(0, 1)$. Волновые числа k_n распределены с плотностью $n(k) = E(k)/\sigma^2$.

2. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ ПО ИЗУЧЕНИЮ ГОРЕНИЯ УГЛЕРОДА

Вычислительные эксперименты разделим на две части: моделирование развития трансзвуковой турбулентности с определением характерной картины течения и вариация начальной дисперсии скоростей для определения эффективности горения углерода. Для первого вычислительного эксперимента определим периодическую область размером 1 км по всем направлениям с плотностью $\rho_0 = 10^7$ г/см³ и температурой $T_0 = 10^9$ К, дисперсия скоростей σ^2 равна квадрату скорости звука: $c^2 = \frac{\partial p}{\partial \rho} = \frac{4K}{3\mu_e} \left(\frac{\rho}{\mu_e}\right)^{1/3}$. Также определим число Маха вырожденного газа по формуле $M_{\text{RMS}} = \sqrt{\sigma^2/c^2}$, которое будем использовать как основной параметр для определения эффективности горения углерода.

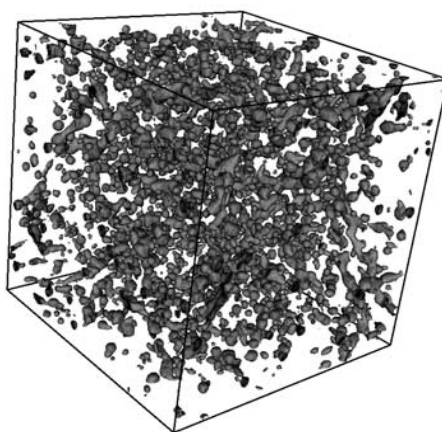


Рис. 1. Изоповерхности плотности $\rho = 10^8 \text{ г/см}^3$ на момент времени $t = 15 \text{ мс}$

Для первого вычислительного эксперимента в область введём расчётную сетку 1024^3 и будем моделировать процесс развития неустойчивости до характерного момента времени $t = 15 \text{ мс}$. Результаты вычислительного эксперимента приведены на рис. 1.

На рис. 1 мы можем увидеть образование мелкозернистой структуры, элементы которой в 10 раз больше первоначальной плотности газа. В этих областях также достигается более высокое значение температуры, а следовательно, более интенсивный процесс горения углерода. Ключевым механизмом интенсификации горения является переход кинетической энергии, полученной из дисперсии скоростей, во внутреннюю энергию. Такой подъём температуры повышает эффективность горения углерода и, следовательно, выделяемую энергию, которая и используется для взрыва сверхновой типа Ia.

Вторую серию экспериментов мы проведём для тех же характерных значений плотности и температуры и будем варьировать число Маха вырожденного газа. Результаты вычислительных экспериментов приведены на рис. 2.

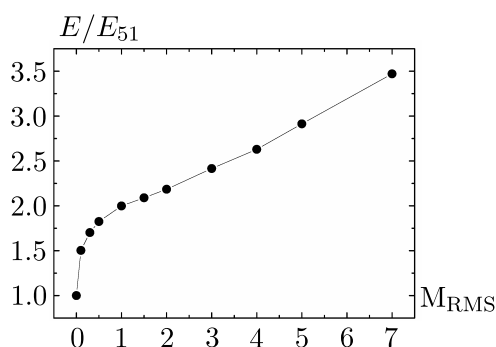


Рис. 2. Зависимость выделяемой при горении углерода относительной энергии от числа Маха вырожденного газа

На рис. 2 показано, что даже при малой дозвуковой скорости возмущения эффективность горения углерода повышается кратно. Так, при достижении трансзвукового режима выделенная энергия E возрастает в два раза пропорционально $\sqrt{M_{\text{RMS}}}$ и далее ведёт себя почти линейно от M_{RMS} . В качестве базового значения энергии E_{51} мы используем энергию при нулевом возмущении, что соответствует энергии взрыва сверхновой типа Ia равной 10^{51} Эрг. Как видим, динамичность взаимодействия белых карликов позволяет в разы увеличить энергию взрыва, а следовательно, открытым остаётся вопрос о «стандартности» кривой блеска для сверхновых типа Ia.

3. ДИСКУССИЯ

В статье мы не рассмотрели достаточно много важных вопросов, которые касаются турбулентного горения углерода.

1. Мы рассмотрели горение только углерода, и возникает логичный вопрос о том, можно ли подобный подход расширить на более сложный состав с учётом кислорода и неона, которые могут встречать как в ядре белых карликов, так и в оболочке. Несмотря на то, что мы начинаем процесс горения с углерода, его концентрация изменяется по ходу моделирования и образуются следующие элементы цепочки ядерных реакций, поэтому более сложный состав учтён в ходе турбулентного горения материала. Более того, эксперименты показали, что ключевым фактором является именно начальная концентрация углерода, с которой и стартует процесс ядерного горения углерода.

2. Мы достаточно жёстко задали начальные данные по плотности и температуре, варьируя только величину возмущения начальной скорости, поэтому возникает сомнение в том, что подобный подход может быть расширен на произвольные достаточные значения плотности и температуры. Исходя из полученных результатов можно с уверенностью говорить о том, что плотность в ходе моделирования увеличивается более чем в 10 раз, а это соответствует характерным значениям плотности, которые образуются в ходе взаимодействия белых карликов. Значение температуры явно учитывается в скорости горения углерода, а прирост энергии происходит средствами развития турбулентного горения. Поэтому несмотря на ограничения по начальным данным подход распространяем на достаточно широкий диапазон плотности и температуры.

3. В модели мы использовали уравнения состояния для вырожденного релятивистского газа. Если разрежение до холодного газа невозможно в нашей модели, то переход в дорелятивистский газ вполне возможен и тогда нужно это учесть. Это необходимо делать при длительном моделировании турбулентного горения в виде отдельной задачи. В контексте эволюции белых карликов, а именно, в части характерного шага по времени турбулентного горения, разрежение не происходит более чем на порядок, что позволяет использовать только релятивистский режим вырожденного газа.

4. В статье изложена модель с учётом самогравитации. Для нас остаётся открытым вопрос о необходимости учёта подобного члена при таких масштабах и временах. Основным аргументом в пользу учёта самогравитации является значительное (более чем в 10 раз) увеличение плотности газа и, следовательно, необходимо учесть изменение гравитационного поля. В дальнейшем мы планируем разработать специальный код высокого порядка точности для моделирования подобных турбулентных течений, которые встречаются в большом числе азадч астрофизики.

5. Мы используем стохастический метод генерации бездивергентных, однородных и изотропных полей скоростей. Это гарантируется разработчиками данной модели на основе анализа статических и спектральных свойств турбулентных полей, а также на основе сравнения с LES моделью и экспериментальными данными [28].

В целом каждое это замечание требует отдельного исследования и верификации с наблюдениями и экспериментальными данными. Мы же в настоящей статье скорее обозначаем некоторую нестандартность учёта горения углерода в эволюции белых карликов и предлагаем модель, которая более корректно учитывает динамический характер задачи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Построена математическая модель турбулентного горения углерода в ядрах белых карликов при их взаимодействии и при взрыве сверхновых типа Ia. С помощью вычислительных экспериментов показано, что сверхзвуковое турбулентное горение позволяет в несколько раз увеличить энергию взрыва. Это достигается «перекачкой» кинетической энергии, полученной из ненулевой дисперсии скоростей, во внутреннюю энергию и более активного протекания реакций ядерного горения углерода. В дальнейшем построенная нами модель будет использоваться в качестве подсеточной модели горения материала белых карликов.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Da Silva L. A. L.* The classification of supernovae // *Astrophysics and Space Sci.* 1993. V. 202. P. 215–236.
2. *Churazov E., et al.* Cobalt-56 γ -ray emission lines from the type Ia supernova 2014J // *Nature.* 2014. V. 512. P. 406–408.
3. *Perlmutter S., et al.* Measurements of the cosmological parameters Ω and Λ from the first seven supernovae at $z \geq 0.35$ // *Astrophysical J.* 1997. V. 483. P. 565–581.
4. *Perlmutter S., et al.* Measurements of Ω and Λ from 42 high-redshift supernovae // *Astrophysical J.* 1999. V. 517. P. 565–586.
5. *Hillebrandt W., Niemeyer J.* Type Ia supernova explosion models // *Ann. Rev. Astronomy and Astrophysics.* 2000. V. 38. P. 191–230.
6. *Iben I., Tutukov A.* Supernovae of type I as end products of the evolution of binaries with components of moderate initial mass // *Astrophysical J. Supplement Ser.* 1984. V. 54. P. 335–372.
7. *Raskin C., Timmes F. X., Scannapieco E., Diehl S., Fryer C.* On Type Ia supernovae from the collisions of two white dwarfs // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Soc.* 2009. V. 399. P. L156–L159.
8. *Rosswog S., Kasen D., Guillochon J., Ramirez-Ruiz E.* Collisions of white dwarfs as a new progenitor channel for type Ia supernovae // *Astrophysical J.* 2009. V. 705. P. L128–L132.
9. *Loren-Aguilar P., Isern J., Garcia-Berro E.* Smoothed particle hydrodynamics simulations of white dwarf collisions and close encounters // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Soc.* 2010. V. 406. P. 2749–2763.
10. *Pakmor R., Kromer M., Ropke F., Sim S., Ruitter A., Hillebrandt W.* Sub-luminous type Ia supernovae from the mergers of equal-mass white dwarfs with mass $\approx 0,9 M_{\odot}$ // *Nature.* 2010. V. 463. P. 61–64.
11. *Tanikawa A., Nakasato N., Sato Y., Nomoto K., Maeda K., Hachisu I.* Hydrodynamical evolution of merging carbon–oxygen white dwarfs: their pre-supernova structure and observational counterparts // *Astrophysical J.* 2015. V. 807. Article Number 40.
12. *Kashyap R., Fisher R., Garcia-Berro E., Aznar-Siguan G., Ji S., Loren-Aguilar P.* Spiral instability can drive thermonuclear explosions in binary white dwarf mergers // *Astrophysical J. Letters.* 2015. V. 800. Article Number L7.
13. *Kashyap R., Haque T., Loren-Aguilar P., Garcia-Berro E., Fisher R.* Double-degenerate carbon–oxygen and oxygen–neon white dwarf mergers: a new mechanism for faint and rapid type Ia supernovae // *Astrophysical J.* 2018. V. 869. Article Number 140.
14. *Fenn D., Plewa T., Gawryszczak A.* No double detonations but core carbon ignitions in high-resolution, grid-based simulations of binary white dwarf mergers // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Soc.* 2016. V. 462. P. 2486–2505.
15. *Guillochon J., Dan M., Ramirez-Ruiz E., Rosswog S.* Surface detonations in double degenerate binary systems triggered by accretion stream instabilities // *Astrophysical J. Letters.* 2010. V. 709. P. L64–L69.
16. *Tanikawa A.* High-resolution hydrodynamic simulation of tidal detonation of a helium white dwarf by an intermediate mass black hole // *Astrophysical J.* 2018. V. 858. Article Number 26.
17. *Whelan J., Iben I.* Binaries and supernovae of type I // *Astrophysical J.* 1973. V. 186. P. 1007–1014.

18. *Fisher R., Mozumdar P., Casabona G.* Carbon detonation initiation in turbulent electron-degenerate matter // *Astrophysical J.* 2019. V. 876. Article Number 64.
19. *Arnett W.* A possible model of supernovae: Detonation of ^{12}C // *Astrophysics and Space Sci.* 1969. V. 5. P. 180–212.
20. *Nomoto K., Sugimoto D., Neo S.* Carbon deflagration supernova, an alternative to carbon detonation // *Astrophysics and Space Sci.* 1976. V. 39. P. L37–L42.
21. *Khokhlov A. M.* The structure of detonation waves in supernovae // *Monthly Notices of the Royal Astronomical Soc.* 1989. V. 239. P. 785–808.
22. *Kulikov I., Chernykh I., Tutukov A.* A new hydrodynamic code with explicit vectorization instructions optimizations, dedicated to the numerical simulation of astrophysical gas flow. I. Numerical method, tests and model problems // *Astrophysical J. Supplement Ser.* 2019. V. 243. Article Number 4.
23. *Kulikov I.* A new code for the numerical simulation of relativistic flows on supercomputers by means of a low-dissipation scheme // *Computer Physics Comm.* 2020. V. 257. Article Number 107532.
24. *Timmes F. X., Arnett D.* The accuracy, consistency, and speed of five equations of state for stellar hydrodynamics // *Astrophysical J. Supplement Ser.* 1999. V. 125. P. 277–294.
25. *Steinmetz M., Muller E., Hillebrandt W.* Carbon detonations in rapidly rotating white dwarfs // *Astronomy & Astrophysics.* 1992. V. 254. P. 177–190.
26. *Fowler W., Caughlan G., Zimmerman B.* Thermonuclear Reaction Rates, II // *Ann. Rev. of Astronomy and Astrophysics.* 1975. V. 13. P. 69–112.
27. *Khokhlov A.* Thermonuclear burning and the explosion of degenerate matter in supernovae // *Soviet Scientific Reviews. Section E. Astrophysics and Space Physics Reviews.* 1989. V. 8. P. 1–75.
28. *Alexandrov A. V., Dorodnicyn L. W., Duben A. P.* Generation of three-dimensional homogeneous isotropic turbulent velocity fields using the randomized spectral method // *Math. Models and Comput. Simulations.* 2020. V. 12. P. 388–396.

UDC 519.4

**MATHEMATICAL SIMULATION OF TURBULENT COMBUSTION
OF CARBON IN THE PROBLEMS OF WHITE DWARF MERGERS
AND EXPLOSIONS OF THE TYPE IA SUPERNOVAE**

© 2021 I. M. Kulikov

*Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics SB RAS,
pr. Acad. Lavrentyeva 6, Novosibirsk 630090, Russia*

E-mail: kulikov@ssd.scc.ru

Received 11.05.2021, revised 11.05.2021, accepted 24.06.2021

Abstract. Type Ia supernovae play a key role in astrophysics, but the study of the mechanisms of their explosion is still incomplete. The mathematical simulation apparatus is the main one for studying known and all potentially new scenarios of explosion of the type Ia supernovae. All scenarios are based on the nuclear combustion of the white dwarf material, first of all, the nuclear combustion of carbon, and the subsequent detonation with the supernova explosion. For simulation of the explosion of type Ia supernovae, a subgrid model of static carbon combustion is used. This model does not take into account the previous evolution and dynamics of white dwarfs, which leads to lower values of the combustion energy and, consequently, the supernova explosion energy. A mathematical model of the turbulent combustion of carbon is proposed, which more adequately describes the material combustion taking into account the white dwarfs dynamics. Using computational experiments, it is shown that the supersonic turbulent combustion allows increasing the explosion energy by several times. This is achieved by «pumping» the kinetic energy obtained due to the nonzero velocity dispersion into internal energy and by more active course of nuclear reactions of the alpha-chain from carbon to iron and nickel. In the future, the constructed model will be used as a subgrid model of the combustion of the white dwarf material.

Keywords: computational astrophysics, computational hydrodynamics, type Ia supernovae.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2021.24.303

REFERENCES

1. Da Silva L.A.L. The classification of supernovae. *Astrophys. Space Sci.*, 1993, Vol. 202, pp. 215–236.
2. Churazov E., et al. Cobalt-56 γ -ray emission lines from the type Ia supernova 2014J. *Nature*, 2014, Vol. 512, pp. 406–408.
3. Perlmutter S., et al. Measurements of the cosmological parameters Ω and Λ from the first seven supernovae at $z \geq 0.35$. *Astrophys. J.*, 1997, Vol. 483, pp. 565–581.
4. Perlmutter S., et al. Measurements of Ω and Λ from 42 high-redshift supernovae. *Astrophys. J.*, 1999, Vol. 517, pp. 565–586.
5. Hillebrandt W., Niemeyer J. Type Ia supernova explosion models. *Ann. Rev. Astronomy and Astrophysics*, 2000, Vol. 38, pp. 191–230.
6. Iben I., Tutukov A. Supernovae of type I as end products of the evolution of binaries with components of moderate initial mass. *Astroph. J.*, 1984, Vol. 54, pp. 335–372 (Suppl. Ser.).
7. Raskin C., Timmes F.X., Scannapieco E., Diehl S., Fryer C. On Type Ia supernovae from the collisions of two white dwarfs. *Month. Not. Royal Astronom. Soc.*, 2009, Vol. 399, pp. L156–L159.

8. Rosswog S., Kasen D., Guillochon J., Ramirez-Ruiz E. Collisions of white dwarfs as a new progenitor channel for type Ia supernovae. *Astrophys. J.*, 2009, Vol. 705, pp. L128–L132.
9. Loren-Aguilar P., Isern J., Garcia-Berro E. Smoothed particle hydrodynamics simulations of white dwarf collisions and close encounters. *Month. Not. Royal Astronom. Soc.*, 2010, Vol. 406, pp. 2749–2763.
10. Pakmor R., Kromer M, Ropke F., Sim S., Ruiter A., Hillebrandt W. Sub-luminous type Ia supernovae from the mergers of equal-mass white dwarfs with mass $\approx 0,9 M_{\odot}$. *Nature*, 2010, Vol. 463, pp. 61-64.
11. Tanikawa A., Nakasato N., Sato Y., Nomoto K., Maeda K., Hachisu I. Hydrodynamical evolution of merging carbon–oxygen white dwarfs: their pre-supernova structure and observational counterparts. *Astrophys. J.*, 2015, Vol. 807, Article Number 40.
12. Kashyap R., Fisher R., Garcia-Berro E., Aznar-Siguan G., Ji S., Loren-Aguilar P. Spiral instability can drive thermonuclear explosions in binary white dwarf mergers. *Astrophys. J. Lett.*, 2015, Vol. 800, Article Number L7.
13. Kashyap R., Haque T., Loren-Aguilar P., Garcia-Berro E., Fisher R. Double-degenerate carbon–oxygen and oxygen–neon white dwarf mergers: a new mechanism for faint and rapid type Ia supernovae // *Astrophys. J.*, 2018, V. 869. Article Number 140.
14. Fenn D., Plewa T., Gawryszczak A. No double detonations but core carbon ignitions in high-resolution, grid-based simulations of binary white dwarf mergers // *Month. Not. Royal Astronom. Soc.*, 2016, V. 462, pp. 2486–2505.
15. Guillochon J., Dan M., Ramirez-Ruiz E., Rosswog S. Surface detonations in double degenerate binary systems triggered by accretion stream instabilities. *Astrophys. J. Lett.*, 2010, Vol. 709, pp. L64-L69.
16. Tanikawa A. High-resolution hydrodynamic simulation of tidal detonation of a helium white dwarf by an intermediate mass black hole. *Astrophys. J.*, 2018, Vol. 858, Article Number 26.
17. Whelan J., Iben I. Binaries and supernovae of type I. *Astrophys. J.*, 1973, Vol. 186, pp. 1007-1014.
18. Fisher R., Mozumdar P., Casabona G. Carbon detonation initiation in turbulent electron-degenerate matter. *Astrophys. J.*, 2019, Vol. 876, Article Number 64.
19. Arnett W. A possible model of supernovae: Detonation of ^{12}C . *Astrophys. Space Sci.*, 1969, Vol. 5, pp. 180–212.
20. Nomoto K., Sugimoto D., Neo S. Carbon deflagration supernova, an alternative to carbon detonation. *Astrophys. Space Sci.*, 1976, Vol. 39, pp. L37–L42.
21. Khokhlov A.M. The structure of detonation waves in supernovae. *Month. Not. Royal Astronom. Soc.*, 1989, Vol. 239, pp. 785–808.
22. Kulikov I., Chernykh I., Tutukov A. A new hydrodynamic code with explicit vectorization instructions optimizations, dedicated to the numerical simulation of astrophysical gas flow. I. Numerical method, tests and model problems // *Astrophys. J.*, 2019, V. 243, Article Number 4 (Suppl. Ser.).
23. Kulikov I. A new code for the numerical simulation of relativistic flows on supercomputers by means of a low-dissipation scheme. *Comput. Phys. Comm.*, 2020, Vol. 257, Article Number 107532.
24. Timmes F.X., Arnett D. The accuracy, consistency, and speed of five equations of state for stellar hydrodynamics. *Astrophys. J.*, 1999, Vol. 125, pp. 277–294 (Suppl. Ser.).
25. Steinmetz M., Muller E., Hillebrandt W. Carbon detonations in rapidly rotating white dwarfs. *Astronomy & Astrophysics*, 1992, Vol. 254, pp. 177–190.
26. Fowler W., Caughlan G., Zimmerman B. Thermonuclear Reaction Rates, II. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 1975, Vol. 13, pp. 69–112.
27. Khokhlov A. Thermonuclear burning and the explosion of degenerate matter in supernovae. *Soviet Scientific Reviews. Section E. Astrophys. Space Phys. Rev.*, 1989, Vol. 8, pp. 1–75.
28. Alexandrov A.V., Dorodnicyn L.W., Duben A.P. Generation of three-dimensional homogeneous isotropic turbulent velocity fields using the randomized spectral method. *Math. Mod. Comput. Simul.*, 2020, Vol. 12, pp. 388–396.