

СИБИРСКИЙ ЖУРНАЛ ИНДУСТРИАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор	В. Л. Береснев
Зам. главного редактора	А. Л. Карчевский
Отв. секретарь	В. А. Дедок

ЧЛЕНЫ РЕДКОЛЛЕГИИ

Г. В. Алексеев	С. Б. Медведев
Б. Д. Аннин	Р. Г. Новиков
В. С. Белоносов	Д. Е. Пальчунов
В. Н. Белых	П. И. Плотников
Ю. С. Волков	В. Г. Романов
В. П. Ильин	Е. М. Рудой
С. И. Кабанихин	В. М. Садовский
А. Н. Карапетянц	Д. И. Свириденко
М. В. Клибанов	А. С. Терсенов
С. С. Кутателадзе	В. С. Тимофеев
В. А. Левин	В. В. Шайдуров
Н. И. Макаренко	

Журнал основан в 1998 году
Выходит 4 раза в год

Том 25, № 1(89)

Январь – март, 2022 г.

СОДЕРЖАНИЕ

Аниконов Ю. Е., Нецадим М. В., Чупахин А. П. Многомерное уравнение Хопфа и некоторые его точные решения	5
Дурдиев Д. К., Сафаров Ж. Ш. Задача об определении двумерного ядра уравнения вязкоупругости со слабо горизонтальной неоднородностью	14
Зипунова Е. В., Кулешов А. А., Савенков Е. Б. Неизотермическая модель динамики развития канала электрического пробоя типа диффузной границы	39
Иртегов В. Д., Титоренко Т. Н. О качественном анализе уравнений движения твёрдого тела в магнитном поле	54
Коваленко Е. О., Прохоров И. В. Локализация линий разрыва коэффициента донного рассеяния по данным акустического зондирования	67
Куликов И. М., Черных И. Г., Тутуков А. В. Математическое моделирование высокоскоростного столкновения белых карликов — механизма взрыва сверхновых типа Ia/Iax	80
Мошкин Н. П. Нестационарные течения вязкоупругой жидкости Максвелла около критической точки с противотоком в начальный момент	92
Пяткина Е. В. Равновесие трёхслойной пластины с трещиной	105
• Скорospelов В. А., Турук П. А. Оптимизация поверхности тороидальной отсасывающей трубы гидротурбины	121
Терсенов Ар. С. Разрешимость задачи Дирихле для анизотропных параболических уравнений в невыпуклых областях	131

НОВОСИБИРСК

ИЗДАТЕЛЬСТВО ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ

УДК 621.224.35

ОПТИМИЗАЦИЯ ПОВЕРХНОСТИ ТОРОИДАЛЬНОЙ ОТСАСЫВАЮЩЕЙ ТРУБЫ ГИДРОТУРБИНЫ

© 2022 В. А. Скороспелов^a, П. А. Турук^b*Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН,
просп. Акад. Коптюга, 4, г. Новосибирск 630090, Россия*E-mails: ^avskrsp@math.nsc.ru, ^bturuk@math.nsc.ruПоступила в редакцию 15.11.2021 г.; после доработки 24.11.2021 г.;
принята к публикации 13.01.2022 г.

Предлагается методика генерации множества поверхностей тороидальной отсасывающей трубы гидротурбины в зависимости от 19 геометрических параметров и построения сеток в её области для поиска оптимальной формы на основе численного моделирования течений.

Ключевые слова: гидротурбина, отсасывающая труба, моделирование поверхности, конечно-элементная сетка.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2022.25.109

На современном этапе развития науки построить адекватную математическую модель работы гидротурбины с тем, чтобы провести полную оптимизацию, пока не представляется возможным. Из опыта проектирования известно, что гидротурбины одного типа, имеющие разные размеры, но геометрически подобный тракт, мало отличаются по индивидуальным свойствам (КПД, быстроходность, приведённые параметры частоты вращения и расхода воды, кавитационная характеристика), поэтому всё исследование при проектировании натуральных ГЭС перенесено на малые модельные турбины, изучение которых можно проводить с использованием стендовых испытаний в заводских лабораториях. Вместе с тем в настоящее время в практике проектирования гидротурбин весьма активно развиваются методы, основанные на численном моделировании течения в проточном тракте, применение которых существенно сокращает объём модельных испытаний и соответственно затраты на проведение проектных работ и сроки их исполнения [1–3]. Основной задачей расчётов является получение числовых зависимостей между основными параметрами, определяющими величину КПД [4, 5], анализ прочности [6, 7]. Отметим, что в работах [4, 5] описана методика построения математической модели универсальной характеристики (функции КПД) по результатам стендовых модельных испытаний, однако заложенный там математический аппарат на основе приближения сплайнами по хаотически расположенным данным (см. [8, 9]) позволяет моделировать функцию КПД и при численном моделировании течения в проточном тракте. Проводимые расчёты смоделированного течения позволяют установить влияние геометрии проточного тракта на результирующие зависимости и величину КПД, поиск оптимальных форм основных элементов проточного тракта. Использование результатов такого прогнозирования энергетических и прочностных характеристик на этапе проектирования позволит расширить зону работы, повысить КПД и надёжность гидроэнергетических установок.

Рабочее колесо и отсасывающая труба являются основными элементами гидротурбины, определяющими её производительность. В литературе имеется много публикаций, посвящённых именно рабочему колесу, поскольку оно является наиболее уникальным элементом проточного тракта гидротурбины и проектируется индивидуально для каждой новой ГЭС [10–12].

Отсасывающая труба — следующий по важности источник потерь энергии в турбине. Она предназначена для отвода воды от рабочего колеса и восстановления кинетической энергии потока. Особенно значительна роль отсасывающей трубы в рабочем процессе быстроходной гидротурбины, у которой кинетическая энергия потока оказывает существенное влияние на КПД турбины. Поэтому большое значение имеет правильный выбор её размеров и формы. Разработка новых типов рабочих колёс, оптимизация формы лопастей рабочего колеса сопровождается изменением потока за рабочим колесом. Это, в свою очередь, требует изменений и формы отсасывающей трубы. Проблеме оптимизации формы отсасывающей трубы посвящены работы [13–16]. В работе [17] оптимизация осуществляется только за счёт вариации высоты трубы. В других указанных выше работах её форма варьировалась значениями от пяти до двенадцати геометрических параметров.

В практике турбостроения выработано несколько типов отсасывающих труб, применяемых с рабочими колёсами различной быстроходности. Выбор типа отсасывающей трубы зависит от формы потока за рабочим колесом.

Ранее в работе [18] авторами изложена методика геометрической поддержки поиска оптимальных форм гладкой отсасывающей трубы. В настоящей статье предлагается методика геометрической поддержки проектирования оптимальных форм отсасывающей трубы тороидального типа. Основными её аспектами являются:

- генерация допустимого множества поверхностей тороидальной трубы для поиска оптимальной в зависимости от 19 предлагаемых параметров;
- генерация конечно-объёмных регулярных сеток в области отсасывающей трубы для численного моделирования течения в ней.

1. ПОСТРОЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ТОРОИДАЛЬНОЙ ОТСАСЫВАЮЩЕЙ ТРУБЫ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ВАРЬИРУЕМЫХ ПАРАМЕТРОВ

Поверхность тороидальной отсасывающей трубы состоит из двух сегментов: поверхности колена и поверхности выходного диффузора. В целом её поверхность состоит из левой и правой боковых поверхностей, тороидальной поверхности верха колена трубы, верхней поверхности диффузора и единой поверхности днища. Свяжем с ней локальную декартову систему координат $OXYZ$ (рис. 1, 2).

Её ось OZ совпадает с осью вращения колеса гидротурбины и направлена против потока на входе в трубу. Плоскость OXZ параллельна плоскости симметрии диффузора. Ось OX касается линии пола колена и направлена по потоку в диффузоре. Левая и правая боковые поверхности — линейчатые. Их направляющие лежат в плоскости $Z = 0$, образующие — прямые, параллельные оси OZ . Поверхность днища — линейчатая, с направляющей в виде контура низа трубы в плоскости OXZ и образующей, параллельной оси OY . Тороидальная поверхность верха колена — поверхность вращения с осью OZ и направляющей в виде сегмента дуги окружности, гладко сопрягающей образующую входного конуса трубы с выходным контуром верха колена. Верх диффузора — плоскость, ортогональная оси OZ и проходящая через верхний контур диффузора в этой плоскости.

Введём следующие параметры, однозначно определяющие поверхности тороидальной отсасывающей трубы (рис. 1, 2): $P1$ — входной диаметр колена; $P2$ — высота колена; $P3$ — высота выходного сечения колена; $P4$ — радиус нижнего контура колена; $P5$ — координата X начала верха поверхности диффузора; $P6$ — координата X начала низа поверхности диффузора; $P7$ — координата X выходного сечения диффузора; $P8$ — высота выходного сечения диффузора; $P9$ — возвышение выходного сечения диффузора; $P10$ — ширина выходного сечения диффузора; $P11$ — смещение поверхности диффузора по оси Y ; $P12$ — угол Al наклона образующей входного конуса; $P13$ — угол наклона касательной левого бокового контура; $P14$ — угол наклона касательной правого бокового контура; $P15$ — размер зоны гладкого сопряжения

верхнего контура в точке излома; $P16$ — размер зоны гладкого сопряжения нижнего контура в точке излома; $P17$ — радиус левого бокового контура; $P18$ — радиус правого бокового контура; $P19$ — координата Z начала расчётной системы координат.

По заданным значениям указанных параметров восстанавливаются: тороидальная поверхность верха колена, левая и правая боковые поверхности, поверхность дна, поверхность верха диффузора. В зонах гладкого сопряжения поверхностей верха и низа колена с диффузором предлагается использовать кубический параметрический сплайн.

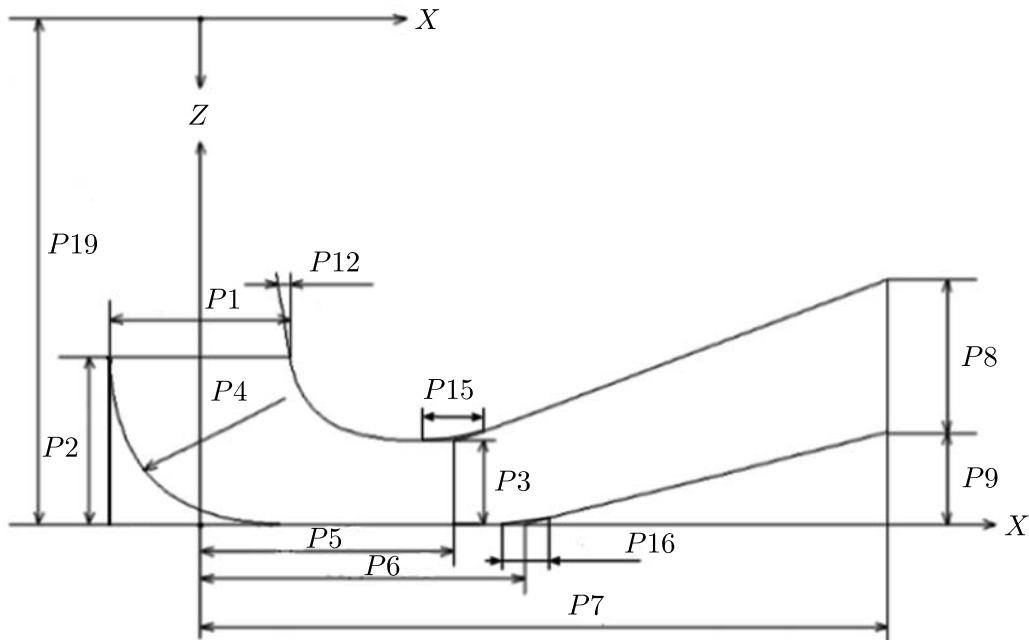


Рис. 1. Параметры, задающие форму тороидальной отсасывающей трубы (вид сбоку)

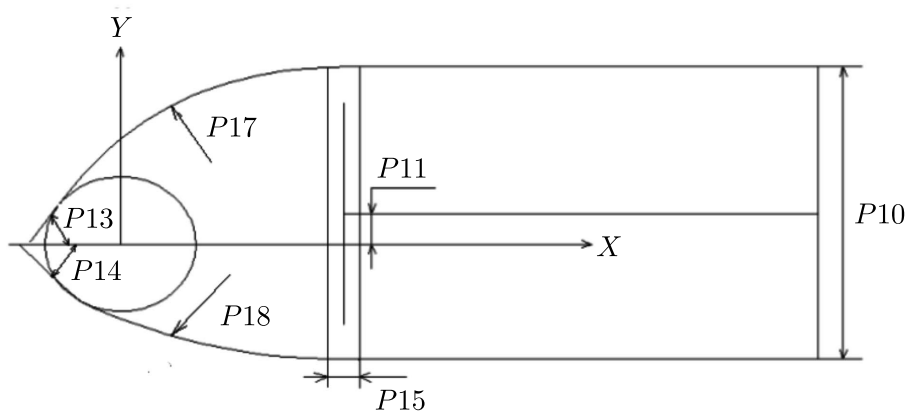


Рис. 2. Параметры, задающие форму тороидальной отсасывающей трубы (вид сверху)

На приведённые параметры накладываются следующие ограничения, связанные с геометрией трубы. Высота выходного сечения $P3$ должна быть меньше высоты колена $P2$. Радиус нижнего контура колена $P4$ не должен превышать высоты колена $P2$. Координата X начала верхнего контура диффузора $P5$ не должна превосходить координату X начала нижнего контура диффузора $P6$. Высота выходного сечения колена $P3$ не должна превосходить высоту

выходного сечения трубы $P8$. Тороидальная поверхность не должна заходить в переходную зону гладкого сопряжения верхнего контура. Соответственно должно выполняться условие

$$\frac{P1}{2} + \frac{(P2 - P3)(\sin(P12) + 1)}{\cos(P12)} \leq P5 - \frac{P15}{2}.$$

Радиус ρ образующей дуги окружности тороидальной поверхности определяется выражением

$$\rho = \frac{(P2 - P3)(\sin(P12) + 1)}{\cos^2(P12)}.$$

Длина отсасывающей трубы $P7$ должна превосходить координату X начала нижнего контура диффузора $P6$. Ширина выходного диффузора $P10$ должна превосходить диаметр входного сечения колена $P1$. Смещение средней линии диффузора по оси OY $P11$ не должно превосходить значения $(P10 - P1)/2$. Размер зоны сглаживания на нижнем контуре трубы $P16$ не должен превышать размера зоны сглаживания на верхнем контуре $P15$.

Контур направляющей поверхности днища определяется параметрами $P2, P4, P6, P7, P9, P16$. Размер её образующей не менее $P10$.

Тороидальная поверхность определяется параметрами $P1, P2, P3, P5, P12, P15$ и линейно экстраполируется по касательной до угловых точек входного сечения диффузора.

Контур направляющих боковых поверхностей включают: сегмент окружности входного сечения колена и отрезок касательной в его выходной границе, отрезок боковой границы диффузора и радиус окружности, сопрягающей эти отрезки. Контур направляющей левой боковой поверхности определяется параметрами $P1, P10, P11, P13, P17$, а контур правой — параметрами $P1, P10, P11, P14, P18$. Размер образующей боковых поверхностей $\max(P2, P8 + P9)$.

Поверхность верха диффузора определяется параметрами $P3, P5, P7, P8, P9, P10, P11$.

Путём вариации приведённых 19 параметров реализуется генерация допустимого множества поверхностей тороидальной отсасывающей трубы для поиска её оптимальной формы. Начальный шаг оптимизации поверхности отсасывающей трубы состоит в выборе поверхности прототипа, близкого по своим характеристикам к проектируемому объекту. Для неё определяются начальные значения приведённых параметров и интервалы их вариации, устанавливая таким образом область поиска оптимального варианта.

2. ПОСТРОЕНИЕ РЕГУЛЯРНОЙ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ СЕТКИ В ОБЛАСТИ ОТСАСЫВАЮЩЕЙ ТРУБЫ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТЕЧЕНИЯ

В отсасывающей трубе построим заданное множество плоских сечений, ортогональных контуру направляющей днища в колене и ортогональных оси OX в диффузоре. В каждом из них строится заданная двумерная сетка, и она принимается в качестве грани искомой сетки. Каждое сечение ограничено замкнутым контуром, состоящим из четырёх кривых, являющихся пересечением поверхностей трубы плоскостью сечения. На рис. 3 представлено среднее сечение колена. Эта топология нарушается для входного сечения колена, поскольку поверхность днища на нём стягивается в точку. Поэтому приходится модифицировать поверхность днища и боковые поверхности в этой области.

Предлагается следующий алгоритм построения регулярной сетки в области сечения путём отображения его на прямоугольник в области параметров $t, s \in [0, 1]$. На каждом сегменте введём нормированную параметризацию по длине дуги в направлении, как указано на рис. 3: $\bar{r}_1(t), \bar{r}_2(t), \bar{r}_3(s), \bar{r}_4(s)$.

Обозначим угловые точки следующим образом:

$$\bar{r}_{13} = \bar{r}_1(0) = \bar{r}_3(0), \quad \bar{r}_{14} = \bar{r}_1(1) = \bar{r}_4(0), \quad \bar{r}_{23} = \bar{r}_2(0) = \bar{r}_3(1), \quad \bar{r}_{24} = \bar{r}_2(1) = \bar{r}_4(1).$$

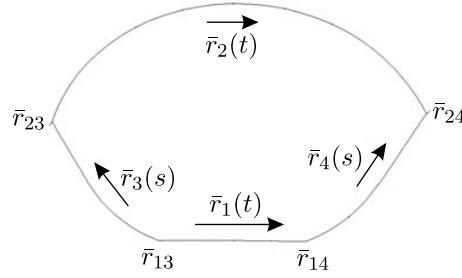


Рис. 3. Контуры среднего сечения колена

Для построения отображения области сечения в область параметров u, v воспользуемся методом Кунса [19] построения поверхности $\bar{R}(u, v)$ по четырём граничным кривым $\bar{R}(u, 0), \bar{R}(u, 1), \bar{R}(0, v), \bar{R}(1, v)$ с заданными на них распределениями поперечных касательных $\bar{R}_v(u, 0), \bar{R}_v(u, 1), \bar{R}_u(0, v), \bar{R}_u(1, v)$:

$$\bar{R}(u, v) = - \begin{pmatrix} -1 & \varphi_1(u) & \varphi_2(u) & \varphi_3(u) & \varphi_4(u) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 & \bar{R}(u, 0) & \bar{R}(u, 1) & \bar{R}_v(u, 0) & \bar{R}_v(u, 1) \\ \bar{R}(u, v) & \bar{R}(0, 0) & \bar{R}(0, 1) & \bar{R}_v(0, 0) & \bar{R}_v(0, 1) \\ \bar{R}(1, v) & \bar{R}(1, 0) & \bar{R}(1, 1) & \bar{R}_v(1, 0) & \bar{R}_v(1, 1) \\ \bar{R}_u(0, v) & \bar{R}_u(0, 0) & \bar{R}_u(0, 1) & \bar{R}_{uv}(0, 0) & \bar{R}_{uv}(0, 1) \\ \bar{R}_u(1, v) & \bar{R}_u(1, 0) & \bar{R}_u(1, 1) & \bar{R}_{uv}(1, 0) & \bar{R}_{uv}(1, 1) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ \varphi_1(v) \\ \varphi_2(v) \\ \varphi_3(v) \\ \varphi_4(v) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где $\varphi_1(w) = (1-w)^2(1-2w), \varphi_2(w) = w^2(3-2w), \varphi_3(w) = w(1-w)^2, \varphi_4(w) = (w-1)w^2$ (см. [20]).

В качестве граничных кривых подставим в это выражение выделенные сегменты контура сечения, осуществив замену их переменных $t = \varphi_2(u), s = \varphi_2(v)$:

$$\bar{R}(u, 0) = \bar{r}_1(u), \quad \bar{R}(u, 1) = \bar{r}_2(u), \quad \bar{R}(0, v) = \bar{r}_3(v), \quad \bar{R}(1, v) = \bar{r}_4(v).$$

Легко убедиться, что при такой параметризации векторы первых производных в граничных точках всех сегментов являются нулевыми. Из опыта практического использования предлагаемой методики распределение поперечных касательных на граничных кривых представим в виде

$$\begin{aligned} \bar{R}_v(u, 0) &= \bar{n}_1(u)d_1F(u)^{0,25}, & \bar{R}_v(u, 1) &= \bar{n}_2(u)d_2F(u)^{0,25}, \\ \bar{R}_u(0, v) &= \bar{n}_3(v)d_3F(v)^m, & \bar{R}_u(1, v) &= \bar{n}_4(v)d_4F(v)^m, \end{aligned}$$

где $\bar{n}_1(u), \bar{n}_2(u), \bar{n}_3(v), \bar{n}_4(v)$ — орты нормалей к контурам сечения, лежащие в плоскости сечения, d_1, d_2, d_3, d_4 — максимальные расстояния хорд контуров сечения $\bar{r}_1(u), \bar{r}_2(u), \bar{r}_3(v), \bar{r}_4(v)$ от них самих. Функцию $F(u)$ определим в виде

$$F(u) = \begin{cases} 16\varphi_2(u)^2(3 - 8\varphi_2(u)), & \varphi_2(u) < 0,25, \\ 1, & 0,25 \leq \varphi_2(u) \leq 0,75, \\ 16(1 - \varphi_2(u)^2)(8\varphi_2(u) - 5), & \varphi_2(u) > 0,75. \end{cases}$$

Функция $F(v)$ определяется аналогичным образом. Степень m влияет на сжатие сетки к контурам сечения и выбирается в пределах 0,25–0,5.

Из определения функций φ_1, φ_2 следует, что смешанные производные в угловых точках области сечения являются нулевыми векторами. Таким образом, выражение (1) преобразуется

к виду

$$\begin{aligned} \bar{R}(u, v) = & \bar{r}_1(u)\varphi_1(v) + \bar{r}_2(u)\varphi_2(v) + \bar{R}_v(u, 0)\varphi_3(v) + \bar{R}_v(u, 1)\varphi_4(v) \\ & + \bar{r}_3(v)\varphi_1(u) + \bar{r}_4(v)\varphi_2(u) + \bar{R}_u(0, v)\varphi_3(u) + \bar{R}_u(1, v)\varphi_4(u) \\ & - (\bar{r}_{13}\varphi_1(v) + \bar{r}_{23}\varphi_2(v))\varphi_1(u) - (\bar{r}_{14}\varphi_1(v) + \bar{r}_{24}\varphi_2(v))\varphi_2(u). \quad (2) \end{aligned}$$

Окончательно, задав произвольные сетки в области изменения параметров u и v , рассчитываем узлы грани сетки в области сечения, используя выражение (2). Характерной особенностью полученной грани сетки является её квазиортогональность (рис. 4).

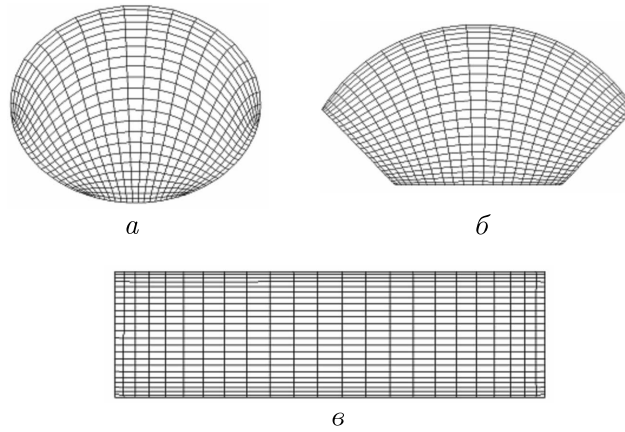


Рис. 4. Грани сетки: (а) входная грань в области колена, (б) средняя грань в области колена, (в) выходная грань в области диффузора

Реализовав предложенную процедуру на заданном множестве сечений, получаем конечно-элементную сетку во всей области отсасывающей трубы (см. рис. 5).

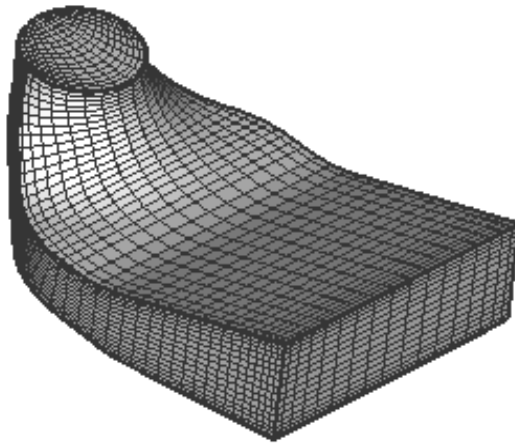


Рис. 5. Конечно-элементная сетка в области отсасывающей трубы

Задача оптимизации формы отсасывающей трубы осложняется тем, что течение в ней характеризуется нестационарными явлениями, такими как вихревой жгут, высокая интенсивность турбулентности, отрывы потока от стенок трубы. Расчёты таких течений требуют использования очень подробных сеток. Размеры сеток и их характер определяются требуемой точностью численного моделирования течения и в процессе оптимизации не меняются. Отметим, что оптимизация проводится, как и в [21], во всём проточном тракте гидротурбины.

В работах [22, 23] описано создание конечно-элементных сеток для других областей проточного тракта.

Предложенная методика построения множества поверхностей тороидальной отсасывающей трубы позволяет гибко варьировать форму трубы путём вариации значений 19 параметров. Построенные сетки используются в численном моделировании течения в отсасывающей трубе в процессе поиска её оптимальной формы. В результате проведения тестовых расчётов в рамках предложенной параметризации отсасывающей трубы удалось повысить КПД гидротурбины на 0,15%.

Следует отметить, что затраты машинного времени на генерацию сетки весьма малы, что является важным аспектом при реализации поиска оптимальной формы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чёрный С. Г., Чирков Д. В., Лапин В. Н., Скороспелов В. А., Шаров С. В. Численное моделирование течений в турбомашинах. Новосибирск: Наука, 2006.
2. Lyutov A. E., Chirkov D. V., Skorospelov V. A., Turuk P. A., Cherny S. G. Coupled multipoint shape optimization of runner and draft tube of hydraulic turbines // J. Fluids Engrg. 2015. V. 137, N 11. Article number 111302.
3. Авдюшенко А. Ю., Чёрный С. Г., Чирков Д. В., Скороспелов В. А., Турук П. А. Численное моделирование переходных процессов в гидротурбинах // Теплофизика и аэромеханика. 2013. Т. 20, № 5. С. 587–604.
4. Волков Ю. С., Мирошниченко В. Л. Построение математической модели универсальной характеристики радиально-осевой гидротурбины // Сиб. журн. индустр. математики. 1998. Т. 1, № 1. С. 77–88.
5. Волков Ю. С., Мирошниченко В. Л., Салиенко А. Е. Математическое моделирование универсальной характеристики поворотной-лопастной гидротурбины // Машинное обучение и анализ данных. 2014. Т. 1, № 10. С. 1439–1450.
6. Банников Д. В., Есипов Д. В., Чёрный С. Г., Чирков Д. В. Оптимизационное проектирование ротора гидротурбины по критериям эффективность-прочность // Теплофизика и аэромеханика. 2010. Т. 17, № 4. С. 651–658.
7. Чирков Д. В., Щербаков П. К., Чёрный С. Г., Скороспелов В. А., Турук П. А. Численное исследование влияния вдува воздуха на кавитационное течение в радиально-осевой гидротурбине // Теплофизика и аэромеханика. 2017. Т. 24, № 5. С. 711–723.
8. Bogdanov V. V., Karsten W. V., Miroshnichenko V. L., Volkov Yu. S. Application of splines for determining the velocity characteristic of a medium from a vertical seismic survey // Centr. Eur. J. Math. 2013. V. 11, N 4. P. 779–786.
9. Аниконов Ю. Е., Богданов В. В., Волков Ю. С., Деревцов Е. Ю. Об определении скоростных и упругих параметров среды фокальной зоны по годографам от землетрясений // Сиб. журн. индустр. математики. 2021. Т. 24, № 4. С. 5–24.
10. Chirkov D. V., Ankudinova A. S., Kryukov A. E., Cherny S. G., Skorospelov V. A. Multi-objective shape optimization of a hydraulic turbine runner using efficiency, strength and weight criteria // Structural and Multidisciplinary Optimization. 2018. V. 58, N 2. P. 627–640.
11. Enomoto Y., Kurosawa S., Kawajiri H. Design optimization of a high specific speed Francis turbine runner // Proc. 26 IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. 2012. IOP Conf. Ser. Earth and Environmental Sci., V. 15. Article number 032010.
12. Flores E., Bornard L., Tomas L., Liu J., Couston M. Design of large Francis turbine using optimal methods // Proc. 26 IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems. 2012. IOP Conf. Ser. Earth and Environmental Sci., V. 15. Article number 022023.
13. Puente L., Reggio M., Guibault F. Automatic shape optimization of a hydraulic turbine draft tube // Proc. Int. Conf. CFD2003. Vancouver, 2003.

14. *Marjavaara B., Lundström T., Goel T., Mack Y., Shyy W.* Hydraulic turbine diffuser shape optimization by multiple surrogate model approximations of Pareto fronts // *J. Fluids Engrg.* 2007. V. 129, N 9. P. 1228–1240.
15. *Alligne S., Nicolet C., Tsujimoto Y., Avellan F.* Cavitation surge modelling in Francis turbine draft tube // *J. Hydraulic Research.* 2014. V. 52, N 3. P. 399–411.
16. *Jošt D., Lipej A.* Numerical prediction of non-cavitating and cavitating vortex rope in a Francis turbine draft tube // *J. Mech. Engrg.* 2011. V. 57. P. 445–456.
17. *Kurosawa S., Nakamura K.* Design optimization of a high specific speed Francis turbine using multi-objective genetic algorithm // *Int. J. Fluid Mach. Syst.* 2009. V. 2, N 2. P. 102–109.
18. *Скороспелов В. А., Турук П. А.* Геометрическая поддержка оптимизации поверхности отсасывающей трубы гидротурбины на основе численного моделирования течения // *Сиб. журн. индустр. математики.* 2017. Т. 20, № 4. С. 55–60.
19. *Coons S. A.* Surfaces for computer aided design of space forms. Rep. MAC-TR-41. Project MAC, M.I.T., 1967.
20. *Фокс А., Пратт М.* Вычислительная геометрия в проектировании и на производстве. М.: Мир, 1982.
21. *Orso R., Benini E., Minozzo M., Bergamin R., Magrini A.* Two-objective optimization of a Kaplan turbine draft tube using a response surface methodology // *Energies.* 2020. V. 13, N 18. Article number 4899.
22. *Скороспелов В. А., Турук П. А.* Генерация многопараметрического семейства поверхностей лопасти рабочего колеса поворотной-лопастной гидротурбины для последующего поиска оптимальной формы // *Сиб. журн. индустр. математики.* 2016. Т. 19, № 3. С. 85–89.
23. *Скороспелов В. А., Турук П. А.* Геометрическая поддержка численного моделирования течения в области спиральной камеры гидротурбины // *Сиб. журн. индустр. математики.* 2018. Т. 21, № 2. С. 93–100.

UDC 621.224.35

**OPTIMIZATION OF THE SHAPE TOROIDAL HYDROTURBINE
DRAFT TUBE**© 2022 V. A. Skorospelov ^a, P. A. Turuk ^b¹*Sobolev Institute of Mathematics SB RAS,
pr. Acad. Koptyuga 4, Novosibirsk 630090, Russia*E-mails: ^avskrsp@math.nsc.ru, ^bturuk@math.nsc.ru

Received 15.11.2021, revised 24.11.2021, accepted 13.01.2022

Abstract. A technique is proposed for generating a set of surfaces of a toroidal draft tube of a hydraulic turbine, depending on 19 geometric parameters and constructing grids in its region to find the optimal shape based on numerical simulation of flows.

Keywords: hydraulic turbine, draft tube, surface modeling, finite element grid.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2022.25.109

REFERENCES

1. Gerny S.G., Ghirkov D.V., Lapin V.N., Skorospelov V.A., Sharov S.V. Numerical modeling of flows in hydraulic machinery. Novosibirsk: Nauka, 2006 (in Russian).
2. Lyutov A.E., Chirkov D.V., Skorospelov V.A., Turuk P.A., Cherny S.G. Coupled multipoint shape optimization of runner and draft tube of hydraulic turbines. *J. Fluids Engrg.*, 2015, Vol. 137, No. 11, Art. number 111302.
3. Avdyushenko A.Y., Cherny S.G., Chirkov D.V., Skorospelov V.A., Turuk P.A. Numerical simulation of transient processes in hydroturbines. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2013, Vol. 20, No. 5, pp. 577–593.
4. Volkov Yu.S., Miroshnichenko V.L. Development of a mathematical model of an universal characteristic a francis turbine. *Sib. Zhurn. Indust. Matematiki*, 1998, Vol. 1, No. 1, pp. 77–88.
5. Volkov Yu.S., Miroshnichenko V.L., Salienko A.E. Mathematical model of an universal characteristic of a Kaplan turbine. *Mashinnoe Obuchen. Analiz Dannya*, 2014, Vol. 1, No. 10, pp. 1439–1450.
6. Bannikov D.V., Yesipov D.V., Cherny S.G., Chirkov D.V. Optimization design of hydroturbine rotors according to the efficiency-strength criteria. *Thermophys. Aeromech.*, 2010, Vol. 17, No. 4, pp. 613–620.
7. Chirkov D.V., Cherny S.G., Shcherbakov P.K., Skorospelov V.A., Turuk P.A. Numerical investigation of the air injection effect on the cavitating flow in Francis hydro turbine. *Thermophysics and Aeromechanics*, 2017, Vol.24, No.5, pp. 691–703.
8. Bogdanov V.V., Karsten W.V., Miroshnichenko V.L., Volkov Yu.S. Application of splines for determining the velocity characteristic of a medium from a vertical seismic survey. *Centr. Eur. J. Math.*, 2013, Vol. 11, No. 4, pp. 779–786.
9. Anikonov Yu.E., Bogdanov V.V., Derevtsov E.Yu., Volkov Yu.S. On the determination of the velocity and elastic parameters of the focal zone medium from the earthquake hodographs. *J. Appl. Indust. Math.*, 2021, Vol. 24, No. 4, pp. 5–24.
10. Chirkov D.V., Ankudinova A.S., Kryukov A.E., Cherny S.G., Skorospelov V.A. Multi-objective shape optimization of a hydraulic turbine runner using efficiency, strength and weight criteria. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 2018, Vol. 58, No. 2, pp. 627–640.

11. Enomoto Y., Kurosawa S., Kawajiri H. Design optimization of a high specific speed Francis turbine runner. Proc. 26IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems, 2012. IOP Conf. Ser. Earth and Environmental Sci., Vol.15, Art. Number 032010.
12. Flores E., Bornard L., Tomas L., Liu J., Couston M. Design of large Francis turbine using optimal methods. Proc. 26 IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems, 2012, IOP Conf. Ser. Earth and Environmental Sci., Vol. 15. Art. Number 022023.
13. Puente L., Reggio M., Guibault F. Automatic shape optimization of a hydraulic turbine draft tube. Proc. Intern. Conf. CFD-2003, Vancouver, 2003.
14. Marjavaara B., Lundström T., Goel T., Mack Y., Shyy W. Hydraulic turbine diffuser shape optimization by multiple surrogate model approximations of Pareto fronts. *J. Fluids Engrg.*, 2007, Vol. 129, No. 9, pp. 1228–1240.
15. Alligne S., Nicolet C., Tsujimoto Y., Avellan F. Cavitation surge modeling in Francis turbine draft tube. *J. Hydraulic Research*, 2014, Vol. 52, No. 3, pp. 399–411.
16. Jošt D., Lipej A. Numerical prediction of non-cavitating and cavitating vortex rope in a Francis turbine draft tube. *J. Mech. Engrg.*, 2011, Vol. 57, pp. 445–456.
17. Kurosawa S., Nakamura K. Design optimization of a high specific speed Francis turbine using multi-objective genetic algorithm. *Int. J. Fluid Mach. Syst.*, 2009, Vol. 2, No. 2, pp. 102–109.
18. Skorospelov V.A., Turuk P.A. Geometrie Support in the Optimization Problem for the Surface of the Hydroturbine Draft Tube Based on Numerical Simulation of the Flow. *J. Appl. Indust. Math.*, 2017, Vol. 11, No. 4, pp. 594–599.
19. Coons S.A. Surfaces for computer aided design of space forms. Rep. MAC-TR-41. Project MAC, M.I.T., 1967.
20. Faux I.D., Pratt M.J. Computational Geometry for Design and Manufacture. Ellis Horwood, 1980.
21. Orso R., Benini E., Minozzo M., Bergamin R., Magrini A. Two-objective optimization of a Kaplan turbine draft tube using a response surface methodology. *Energies*, 2020, Vol. 13, No. 18, Art. Number 4899.
22. Skorospelov V.A., Turuk P.A. Generation of a multiparameter family surfaces of the Kaplan turbine runner blade prior to shape optimization. *J. Appl. Indust. Math.*, 2016, Vol. 10, No. 3, pp. 453–457.
23. Skorospelov V.A., Turuk P.A. Geometric support of numerical simulation of flow in the region of the hydroturbine spiral case. *J. Appl. Indust. Math.*, 2018, Vol. 12, No. 2, pp. 355–361.