

# СИБИРСКИЙ ЖУРНАЛ ИНДУСТРИАЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Главный редактор	В. Л. Береснев
Зам. главного редактора	А. Л. Карчевский
Отв. секретарь	В. А. Дедок

Журнал основан в 1998 году  
Выходит 4 раза в год  
**Том 25, №3(91)**  
Июль - сентябрь 2022 г.

## ЧЛЕНЫ РЕДКОЛЛЕГИИ

Г. В. Алексеев	С. Б. Медведев
Б. Д. Аннин	Р. Г. Новиков
В. С. Белоносов	Д. Е. Пальчунов
В. Н. Белых	П. И. Плотников
Ю. С. Волков	В. Г. Романов
В. П. Ильин	Е. М. Рудой
С. И. Кабанихин	В. М. Садовский
А. Н. Карапетянц	Д. И. Свириденко
М. В. Клибанов	А. С. Терсенов
С. С. Кутателадзе	В. С. Тимофеев
В. А. Левин	В. В. Шайдуров
Н. И. Макаренко	

## СОДЕРЖАНИЕ

Данилин А. Р., Шабуров А. А. Асимптотическое разложение решения задачи оптимального управления с интегральным выпуклым критерием качества и дешёвым управлением .....	5
Дурдиев Д. К., Меражова Ш. Б. Обратная задача для двумерного уравнения смешанного парабола-гиперболического типа в цилиндрической области .....	14
<b>Иванов В. В.</b> Притягивающий предельный цикл модели нечётномерной кольцевой генной сети .....	25
Имомназаров Б. Х., Имомназаров Ш. Х., Маматкулов М. М., Худайназаров Б. Б. Фундаментальное решение для стационарного уравнения двухскоростной гидродинамики с равновесием фаз по давлению в диссипативном приближении .....	33
Ковалёв М. Д. О геометрическом определении шарнирного механизма, теореме Кемпе и перезрелой математике .....	41
Куликов И. М., Черных И. Г., Ульяничев И. С., Тутуков А. В. Математическое моделирование ядерного горения углерода в белых карликах с использованием 7-изотопной сети реакций .....	55
Купцова Е. В. Осциллятор Ван дер Поля под действием случайного шума .....	67
Лазарева Г. Г., Максимова А. Г. Численное моделирование распространения паров вольфрама над нагреваемой поверхностью .....	81
Мамажонов М., Шерматова Х. М. Об одной краевой задаче для уравнения третьего порядка парабола-гиперболического типа в треугольной области с тремя линиями изменения типа уравнения .....	93
• Минаков А. В., Лобасов А. С., Шебелев А. В., Зайцев Д. В., Кабов О. А. Режимы течения плёнки жидкости, увлекаемой потоком газа в плоском горизонтальном канале, в изотермических условиях .....	104
Митрофанов Г. М., Карчевский А. Л. Математическое моделирование для тонкослоистых упругих сред в сейсморазведке .....	120
Перцев Н. В., Топчий В. А., Логинов К. К. Численное стохастическое моделирование динамики взаимодействующих популяций .....	135
Романов В. Г., Бугуева Т. В. Задача об определении коэффициента при нелинейном члене квазилинейного волнового уравнения .....	154
Старовойтов В. Н., Старовойтова Б. Н. Усреднённая математическая модель периодической упругой структуры, насыщенной жидкостью Максвелла .....	170

НОВОСИБИРСК

ИЗДАТЕЛЬСТВО ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ

УДК 532.69

# РЕЖИМЫ ТЕЧЕНИЯ ПЛЁНКИ ЖИДКОСТИ, УВЛЕКАЕМОЙ ПОТОКОМ ГАЗА В ПЛОСКОМ ГОРИЗОНТАЛЬНОМ КАНАЛЕ, В ИЗОТЕРМИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

© 2022 А. В. Минаков<sup>1,2a</sup>, А. С. Лобасов<sup>1,2b</sup>, А. В. Шебелев<sup>1,2c</sup>,  
Д. В. Зайцев<sup>2d</sup>, О. А. Кабов<sup>2e</sup>

<sup>1</sup>Сибирский федеральный университет,  
просп. Свободный, 79, г. Красноярск 660041, Россия,

<sup>2</sup>Институт теплофизики СО РАН,  
просп. Акад. Лаврентьева, 1, г. Новосибирск 630090, Россия

E-mails: <sup>a</sup>Aminakov@sfu-kras.ru, <sup>b</sup>perpetuityrs@mail.ru,  
<sup>c</sup>aleksandr-shebelev@mail.ru, <sup>d</sup>dmzait@gmail.com, <sup>e</sup>okabov@gmail.com

Поступила в редакцию 10.12.2021 г.; после доработки 20.01.2022 г.;  
принята к публикации 22.06.2022 г.

Разработана пространственная математическая модель течения плёнки жидкости, увлекаемой потоком газа в плоском горизонтальном миниканале в изотермических условиях. Проведено численное моделирование режимов течения плёнки в испарительной системе охлаждения. Исследованы зависимости развития деформаций от управляющих параметров движения — чисел Рейнольдса для жидкости и газа. В результате численного моделирования подтверждены обнаруженные в эксперименте гидродинамические режимы течения. Таким образом были рассмотрены пять различных режимов: заливание канала, режим гладкой плёнки, двумерные волны, трёхмерные волны и разрыв плёнки. Анализ результатов моделирования показал, что модель качественно верно воспроизводит все особенности поведения плёнки в исследованных режимах. Получено удовлетворительное согласие расчёта и эксперимента по форме поверхности и толщине плёнки, по длинам волн и частотам прохождения гребней. Показано, что расчёт в целом хорошо воспроизводит начало развития неустойчивости в плёнке жидкости.

**Ключевые слова:** жидкие плёнки, режимы течения, испарительная система охлаждения, эксперимент, численное моделирование, VoF-метод.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2022.25.310

## ВВЕДЕНИЕ

Одной из важнейших проблем теплофизики сегодня является охлаждение микроэлектронного оборудования. Существующие электронные микрочипы выделяют тепловые потоки на уровне 100 Вт/см<sup>2</sup>. С развитием микропроцессорной техники тепловые потоки в горячих точках оборудования будут приближаться к 1000 Вт/см<sup>2</sup> [1]. Поэтому проблема теплоотвода является одной из ключевых в современной электронике и от её решения во многом зависит дальнейший рост производительности микропроцессоров. Традиционные тепловые трубы в сочетании с вентилятором позволяют рассеивать порядка 200 Вт/см<sup>2</sup>, чего явно недостаточно [2]. В связи с этим широкое распространение получили мини- и микроканальные теплообменники с характерными проточными размерами меньше 1 мм. Первыми работами, в которых было продемонстрировано преимущество микроканальных теплообменников, являются работы [3, 4] начала восьмидесятых годов, где было показано, что при переходе к микроканалам плотность

теплового потока значительно повышается даже в однофазном режиме. Высокая эффективность теплообмена в данном случае обусловлена ростом коэффициента отношения площади теплопередачи к объёму теплообменника. В результате дальнейших исследований были разработаны однофазные микротеплообменники с плотностью теплового потока до  $300 \text{ Вт/см}^2$  [5, 6]. Кроме того, в последнее время наблюдается существенный интерес к двухфазному теплообмену в микроканалах из-за более высоких коэффициентов теплоотдачи в сравнении с однофазным теплообменом [7]. Отдельно можно выделить процессы испарения и кипения жидкостей в структурированных микроканалах, в которых достигаются рекордные значения плотности теплового потока порядка  $1500 \text{ Вт/см}^2$  и более [8–10].

Потребность в отведении высоких тепловых потоков обуславливает огромное число работ, выполненных по этой тематике в последние годы. Примером такого двухфазного устройства может служить новая система эффективного охлаждения (рис. 1), в которой отвод тепла происходит за счёт интенсивного испарения тонкой плёнки жидкости, движущейся в плоском микроканале под действием потока газа или пара [11–13]. Существенное влияние на теплообмен в таких системах оказывают процессы в области динамических линий контакта газ-жидкость-нагреваемая подложка, а также динамический контактный угол смачивания [14–16]. В настоящее время процессы тепломассопереноса в зоне контактной линии изучены не до конца из-за её малых размеров и ограниченного набора прикладных методов исследования [17]. Зону линии соприкосновения часто называют микрорегионом, особенно в контексте кипения, или зоной очевидной линии соприкосновения. Линия контакта характеризуется повышенной скоростью испарения, что было подтверждено несколькими экспериментами в различных конфигурациях [18–23].

Дальнейшее совершенствование испарительных систем охлаждения трудно представить без использования методов численного моделирования. Надо сказать, что теоретическое исследование процессов плёночного течения и охлаждения имеет долгую историю. С тех пор создано достаточно большое число разнообразных моделей этих процессов [24–31]. В первых работах по этой тематике процессы испарения, как правило, не учитывались, и ограничивались лишь эффектами поверхностного натяжения, включая эффекты Марангони. Широко используются так называемые однослойные модели тонких плёнок, в которых гидродинамика и теплообмен рассчитываются только в пределах жидкой фазы, иногда захватывая сопряжённый теплообмен с твёрдой подложкой. Типичные примеры таких моделей можно найти в работах [24, 25]. Процессы течения и теплообмена, происходящие в газовой фазе, при этом не учитываются и моделируются заданием соответствующих граничных условий на границе раздела жидкость-газ.

В последнее время более широкое распространение получили двухслойные модели, уравнения движения и теплообмена в которых решаются сразу и для жидкой, и для газообразной сред. Примерами таких моделей могут служить работы [19, 21], в которых исследуется испарение жидких плёнок с учётом диффузии пара и термокапиллярных эффектов. Как правило, такие модели имеют двумерную постановку.

Однако, несмотря на значительное количество работ по рассматриваемой тематике, проблема создания достоверной и универсальной математической модели процессов испарения жидкости на границе раздела с подвижной контактной линией по-прежнему очень актуальна. Ни одна из перечисленных выше моделей не позволяет вести расчёты для плёнок жидкости, движущихся в горизонтальных каналах под действием перепада давления и/или трения прокачиваемого газа/пара в случае, когда сплошность течения нарушается, т. е. формируются «сухие» зоны. Вместе с тем разрушение плёнок жидкости — это их фундаментальное свойство [32, 33]. Плёнки жидкости на несмачиваемых твёрдых поверхностях нестабильны, если их толщина ниже критической, которая определяется поверхностным натяжением жидкости, смачиваемостью (или краевым углом) и силой тяжести [34]. Ведутся исследования закономерностей образования сухих пятен в стекающих плёнках жидкости [35–37], в плёнках жидкости,

движущихся под действием потока газа [13], а также в плёнках на горизонтальных поверхностях [38–40].

В данной работе разработана пространственная математическая модель течения плёнки жидкости, увлекаемой потоком газа, в плоском горизонтальном канале. Проведены систематические расчётно-экспериментальные исследования изотермических режимов течения плёнки в испарительной системе. Выполнена валидация разработанной модели путём сравнения результатов расчётов и эксперимента по форме поверхности раздела газ-жидкость.

## 1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Схема конструкции измерительной секции экспериментальной установки представлена на рис. 1(а). Основная часть измерительной секции представляет собой тонкую пластину из нержавеющей стали с установленным заподлицо медным стержнем. На рабочей поверхности стержень имеет квадратную головку размером  $1 \times 1$  см, имитирующую поверхность компьютерного чипа. Для лучшей смачиваемости верхняя рабочая плоскость стержня отшлифована совместно с рабочей поверхностью пластины до среднеквадратичной (RMS — root mean square) шероховатости 0.50 мкм.

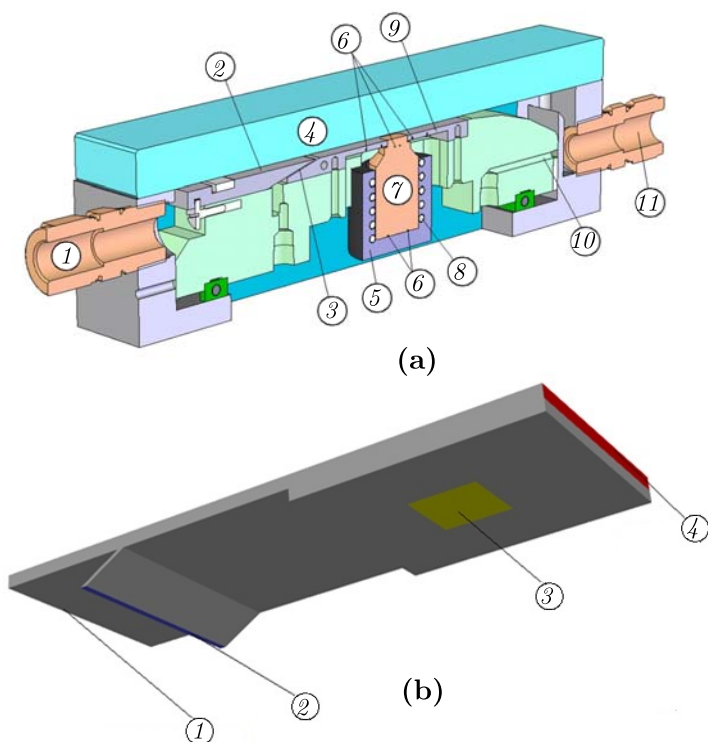


Рис. 1. Конструкция измерительной секции экспериментальной установки:  
 схема измерительного участка (а): 1 — вход газа; 2 — канал; 3 — жидкостное сопло;  
 4 — стеклянная крышка; 5 — теплоизоляция; 6 — термопары;  
 7 — медный стержень; 8 — нихромовая спираль; 9 — пластина из нержавеющей стали;  
 10 — выход жидкости; 11 — выход газа;  
 геометрия расчётной области (б): 1 — вход воздуха; 2 — вход воды;  
 3 — нагреватель; 4 — выход

Стержень нагревается посредством пропускания электрического тока через нихромовую спираль, намотанную на его нижнюю часть. Такая конструкция нагревателя обеспечивает условие приблизительного постоянства температуры на поверхности нагревателя  $T_w \approx \text{const}$ . Перекачиваемый компрессором газ проходит по каналу и выходит в атмосферу в конце испытательного участка. Жидкость, подаваемая от термостата, попадает в канал через жидкостное

сопло и под действием трения газа течёт по пластине из нержавеющей стали в виде плёнки. Жидкость скапливается в нижней части испытательной секции и возвращается в термостат. Расстояние от входа газа до жидкостного сопла 57 мм, от жидкостного сопла до нагревателя 32 мм. Это обеспечивает установившиеся потоки газа и жидкости в момент достижения ими нагревателя. Ширина канала составляет 30 мм, а высота 1,5 мм. Эксперименты проводились в изотермических условиях (нагреватель не включался).

В качестве рабочей жидкости используется дистиллированная вода с начальной температурой 25°С. В качестве рабочего газа используется воздух с начальной температурой около 25°С и относительной влажностью около 20%. Число Рейнольдса жидкости  $Re_l$  ( $Re_l = \Gamma_l / \mu_l$ , где  $\Gamma_l$  — удельный массовый расход жидкости,  $\mu_l$  — динамическая вязкость жидкости) в экспериментах варьировалось от 5 до 180. Число Рейнольдса газа  $Re_g$  ( $Re_g = Q_g / \nu_g$ , где  $Q_g$  — удельный объёмный расход газа,  $\nu_g$  — кинематическая вязкость газа) варьировалось от 10 до 2550. Приведённый расход газа в канале  $U_{Sg}$  (объёмный расход газа, делённый на поперечную площадь канала) в экспериментах изменяется от 0,1 до 26,5 м/с.

Видеорегистрация процесса проводилась при помощи цифрового фотоаппарата Nikon D200 (разрешение 3872×2592 пикселей) с макрообъективом AF-S VR Micro-Nikkor 105 мм  $f/2.8G$  и вспышкой Nikon Speedlight SB-800. Время экспозиции кадра определялось длительностью импульса вспышки, которая в экспериментах составляла менее 1/1000 с.

Эффективность работы рассматриваемого испарительного устройства во многом зависит от режимов течения плёнки. Для изучения этих режимов была разработана пространственная математическая модель изотермического течения плёнки в испарительной системе. Модель полностью воспроизводит реальную пространственную геометрию испарительной системы и легко адаптируется к параметрам экспериментальной установки. Расчётная область представляет собой внутреннюю часть измерительного участка, которая включает в себя участки подвода жидкости и газа, плоский канал для течения плёнки и газа, металлическую подложку, часть медного нагревателя и выходной участок (рис. 1(b)).

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Для моделирования течения жидкой плёнки использовался метод VoF [41]. Этот метод позволяет моделировать поток несмешивающейся жидкости и газа за счёт решения уравнения сохранения количества движения и используя объёмную долю каждой фазы. В рассмотрение вводятся объёмная доля воды  $C_w$  и объёмная доля воздуха  $C_a$ . Поскольку  $C_w + C_a = 1$ , достаточно использовать только объёмную долю воды.

В этом случае плотность и вязкость смеси, входящих в уравнения Навье — Стокса, определяются следующим образом:

$$\rho = \rho_w C_w + (1 - C_w) \rho_a, \quad (1)$$

$$\mu = \mu_w C_w + (1 - C_w) \mu_a, \quad (2)$$

где  $\rho_w$ ,  $\mu_w$  — плотность и вязкость воды;  $\rho_a$ ,  $\mu_a$  — плотность и вязкость воздуха.

Уравнение сохранения массы в этом случае имеет стандартный вид:

$$\frac{d\rho}{dt} + \nabla(\rho \mathbf{V}) = 0. \quad (3)$$

Здесь  $\mathbf{V}$  — вектор скорости смеси. Для его определения решается одно уравнение количества движения:

$$\frac{d}{dt}(\rho \mathbf{V}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V} \mathbf{V}) = -\nabla p + \nabla[\mu(\nabla \mathbf{V} + \nabla \mathbf{V}^T)] + \mathbf{F}_{ca}, \quad (4)$$

где  $p$  — статическое давление смеси,  $\mathbf{F}_{ca}$  — вектор объёмной силы, вызванной капиллярными силами.

Для моделирования перемещения границы раздела в процессе движения воздушно-водяной смеси решается следующее уравнение переноса:

$$\frac{dC_w}{dt} + (C_w \mathbf{V}) = 0. \quad (5)$$

Алгоритм непрерывной поверхностной силы (CSF — continuous surface force), предложенный в работе [42], был использован для моделирования поверхностного натяжения. Для этого метода эффекты поверхностного натяжения моделируются путём введения источникового слагаемого в уравнение импульса:

$$\mathbf{F}_{ca} = \sigma \kappa \nabla C_w, \quad (6)$$

где  $\sigma$  — коэффициент межфазного натяжения,  $\kappa$  — кривизна границы раздела;

$$\kappa = \nabla \left( \frac{\mathbf{n}}{|\mathbf{n}|} \right), \quad (7)$$

где  $\mathbf{n}$  — вектор нормали к границе раздела фаз, определяемый в объёме расчётной области следующим образом:

$$\mathbf{n} = \nabla C_w. \quad (8)$$

На стенках расчётной области вектор нормали определяется с помощью следующего выражения:

$$\mathbf{n} = \mathbf{n}_w \cos \theta + \vec{\tau}_w \sin \theta. \quad (9)$$

Здесь  $\theta$  — угол смачивания на стенке,  $\mathbf{n}_w$  — вектор нормали к стенке,  $\vec{\tau}_w$  — вектор касательной к стенке.

Капли различных жидкостей ведут себя по-разному на одной и той же поверхности, это связано с природой жидкости, подложкой и контактным углом смачивания [34]. Мерой смачивания является равновесный краевой угол  $\theta$ , определяемый как угол между твёрдой поверхностью и касательной в точке соприкосновения трёх фаз. Согласно уравнению Юнга, равновесный краевой угол  $\theta$  зависит от соотношения значений напряжений  $\sigma$  на границах соприкосновения фаз:

$$\cos \theta = \frac{\sigma_{s-l_1} - \sigma_{s-l_2}}{\sigma_{l_1-l_2}}. \quad (10)$$

Угол смачивания  $\theta$  влияет на то, как жидкость будет распространяться по твёрдой поверхности. При движущейся контактной линии, как и при распространении капель на подложках, краевой угол является динамическим и может значительно отклоняться от равновесного значения [43–46]. Равновесное значение контактного угла  $\theta$  находится между значениями углов натекания  $\theta_A$  и оттекания  $\theta_R$ . Разность углов  $\theta_A$  и  $\theta_R$  называется гистерезисом контактного угла смачивания. Очень важным обстоятельством является то, что с увеличением скорости контактной линии  $U_{CL}$  угол натекания  $\theta_A$  будет увеличиваться, а угол оттекания  $\theta_R$ , напротив, уменьшаться. Важность поверхностного натяжения и, в частности, динамических углов контакта возрастает с уменьшением числа Вебера или капиллярного числа, что характерно для течений в микроканалах. В этих условиях использование адекватной модели динамического угла контакта имеет решающее значение для описания режимов течения.

В данной работе для моделирования динамического контактного угла была разработана модель на основе теории Кистлера [46], с использованием равновесного значения контактного угла  $\theta$  и капиллярного числа:

$$\theta_d = f(Ca + f^{-1}(\theta)), \quad (11)$$

где  $f$  — функция Хоффмана,  $f^{-1}$  — обратное значение функции Хоффмана;

$$f = \arccos \left\{ 1 - 2 \tanh \left[ 5.16 \left( \frac{x}{1 + 1.31x^{0.99}} \right)^{0.706} \right] \right\}, \quad (12)$$

где  $x = Ca + f^{-1}(\theta)$ ,  $Ca = \frac{\mu U_{CL}}{\sigma}$  — капиллярное число.

Скорость контактной линии  $U_{CL}$  в расчёте определялась как скалярное произведение тангенциальной компоненты вектора нормали межфазной границы на вектор скорости потока в ближайшей к стенке ячейке:  $U_{CL} = V_{\text{cell}} \cdot \tau_w$ .

### 3. ВАЛИДАЦИЯ И ДЕТАЛИ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Численная методика, использованная в данной работе, и результаты её тестирования подробно описаны в [47, 48]. Для решения системы нелинейных дифференциальных уравнений (3)–(5) использовался метод конечных объёмов (FVM — finite volume method). Связь между полем скорости и давлением реализуется с помощью алгоритма SIMPLEC (Semi-Implicit Method for Pressure Linked Equations-Consistent). Для решения уравнения неразрывности использовалась схема PRESTO (PREssure STaggering Option). Неявная схема второго порядка использовалась для аппроксимации нестационарных членов уравнений переноса. Центральноразностная схема второго порядка использовалась для аппроксимации конвективных членов уравнений Навье — Стокса. Для решения уравнения переноса (5) использовалась TVD-схема с ограничителем HRIC.

Как уже было сказано, расчётная область соответствовала геометрии экспериментального участка и имела следующие размеры: входной канал для воздуха  $1.5 \times 40 \times 31$  мм, входной канал для жидкости  $1.5 \times 10 \times 31$  мм, канал для течения плёнки  $1.5 \times 100 \times 31$  мм. Для расчётов использовалась структурированная сетка, состоящая из 1 600 000 узлов. Расчётная сетка в вертикальном направлении была сгущена к поверхности плёнки. Величина временного шага определялась исходя из условий  $CFL < 2$  (Courant — Friedrichs — Lewy). Проведённые методические расчёты показали, что используемая детализация расчётной сетки и выбор величины временного шага позволяют получать численные решения, хорошо согласующиеся с экспериментом.

В качестве граничных условий на входах в расчётную область задавались значения массового расхода воды и воздуха с установившимся профилем скорости, соответствующих условиям эксперимента, на выходе — условия фиксированного давления. На стенках расчётной области задавались условия прилипания.

### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ И ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Проведено численное моделирование режимов течения плёнки в испарительной ячейке при температуре нагревателя и подложки, равной температуре жидкости на входе в канал. Число Рейнольдса жидкости  $Re_l$  в расчётах варьировалось от 5 до 200. Число Рейнольдса газа  $Re_g$  варьировалось от 170 до 3000. Этот диапазон изменения параметров соответствовал рассмотренным в эксперименте режимам. Исследованы зависимости развития деформаций от управляющих параметров движения — чисел Рейнольдса для жидкости и для газа. Входные температуры жидкости и газа равнялись  $25^\circ\text{C}$ . В этих условиях испарение с поверхности плёнки было несущественным.

В результате систематических экспериментов и расчётов было установлено пять возможных режимов поведения плёнки в рассматриваемом испарительном устройстве. Карта обнаруженных режимов приведена на рис. 2.

Расчётные картины течения плёнки и их сопоставление с экспериментом приведены на рис. 3–5. При малых (до 500) значениях числа Рейнольдса по газу и высоких значениях числа Рейнольдса жидкости (выше 20) жидкость либо полностью заливают весь канал, либо отдельные его части у стенок так, как это показано на рис. 3(а, б). Толщина слоя жидкости в этих режимах максимальна.

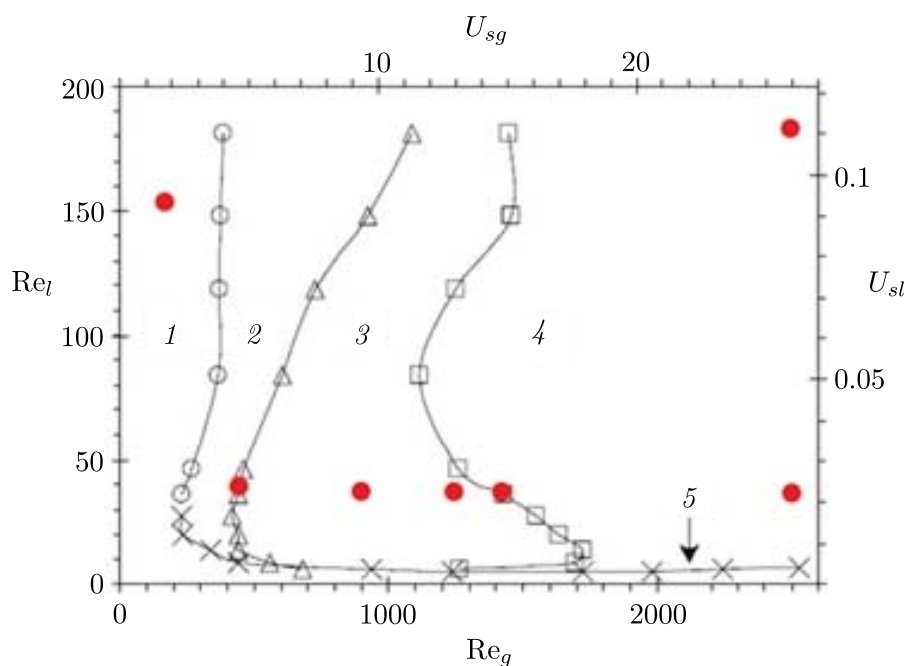


Рис. 2. Режимы течения плёнки в испарительной ячейке: 1 — заполнение канала; 2 — гладкая плёнка; 3 — двумерные волны; 4 — трёхмерные волны; 5 — разрыв плёнки. Здесь красные символы — расчётные данные



(a)



(b)



(c)



(d)

Рис. 3. Форма плёнки: (a) и (c) — в эксперименте; (b) и (d) — в расчёте для режимов течения:  $Re_l = 150$  (a),  $Re_g = 170$  (b),  $Re_l = 8.5$  (c),  $Re_g = 300$  (d)

При очень низких  $Re_l < 10$  и относительно высоких  $Re_g$  жидкости не достаточно, чтобы сформировать устойчивую плёнку. Плёнка получается очень тонкой и периодически разрывается (см. рис. 3(a, b)), образуя отдельные ручейки. Значительная часть канала при этом занята сухими пятнами. Поведение плёнки в таких режимах является очень неустойчивым. Тем не менее, расчёт в рассматриваемых режимах качественно верно воспроизводит наблюдаемые в эксперименте особенности течения плёнки.

При дальнейшем увеличении скорости потока газа наблюдается режим течения гладкой плёнки. Толщина плёнки в этом режиме за пределами участка установления фактически однородная. Волнообразование в пределах измерительного участка не наблюдается.

При достижении числом Рейнольдса по газу значений, больших 400–450, в конце измерительного участка на плёнке начинают проявляться двумерные волны. Начало формирования режима двумерных волн можно видеть на рис. 4(а, b). Расчёт, как видно, качественно воспроизводит поведение плёнки, наблюдающееся в эксперименте. С увеличением числа Рейнольдса по газу участок начала формирования двумерных волн смещается вверх по потоку (см. рис. 4(с, d)). Длина гладкого течения плёнки уменьшается.

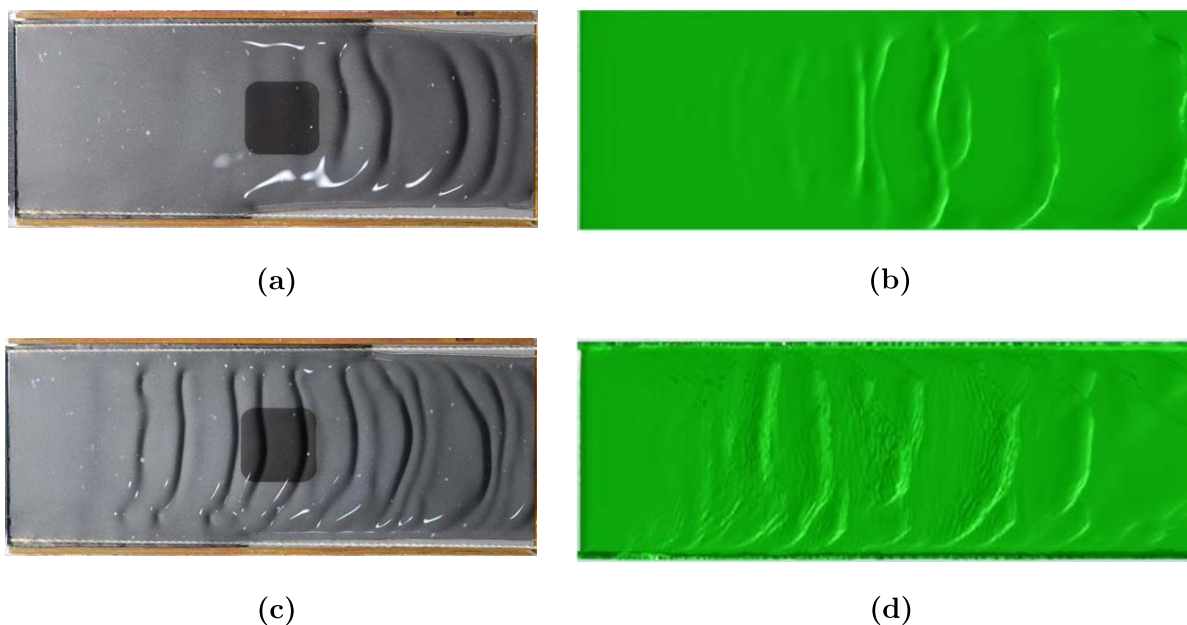


Рис. 4. Форма плёнки: (а) и (с) — в эксперименте;  
(b) и (d) — в расчёте для режимов течения:  
 $Re_l = 36$  (а),  $Re_g = 440$  (b),  $Re_l = 36$  (с),  $Re_g = 720$  (d)

В конце режима течения с двумерными волнами на плёнке появляется мелкая рябь, которая становится более ярко выраженной с увеличением расхода газа. При увеличении числа Рейнольдса по газу выше 1000 структура волн меняется, они становятся трёхмерными. В диапазоне чисел Рейнольдса  $1000 < Re_g < 1500$  можно наблюдать переходный режим течения, при котором на начальном участке плёнки формируются двумерные волны, а на некотором удалении от начального участка начинают формироваться трёхмерные образования. Пример такого поведения показан на рис. 5(а, b).

Дальнейшее увеличение чисел Рейнольдса приводит к возникновению турбулентного течения плёнки, при котором развитие трёхмерных неустойчивостей начинается практически в начале канала. Картина течения в этом режиме показана на рис. 5(с, d). И в расчёте, и в эксперименте на поверхности плёнки наблюдается формирование мелкомасштабной турбулентной ряби. Процесс течения является хаотическим. Длина гладкого участка плёнки сильно уменьшается с увеличением значения  $Re_g$  и в этом режиме не превышает 2 мм.

На рис. 6 приведено сопоставление расчёта и эксперимента по длине гладкого течения плёнки в различных режимах. Видно, что при малых числах  $Re$  газа длина гладкого течения плёнки, на которой не фиксируется никаких деформаций с помощью применяемой измерительной техники, может составлять более 50 мм. Показано, что расчёт в целом хорошо воспроизводит начало развития неустойчивости плёнки.

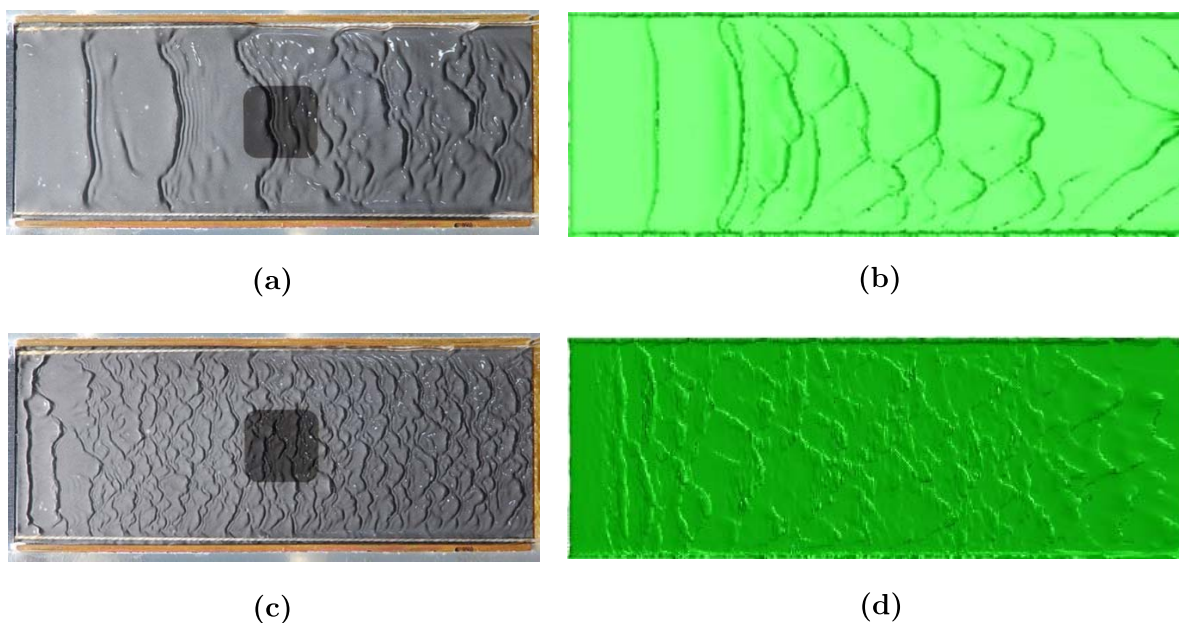


Рис. 5. Форма плёнки: (a) и (c) — в эксперименте;  
 (b) и (d) — в расчёте для режимов течения:  
 $Re_l = 46$  (a),  $Re_g = 1250$  (b),  $Re_l = 180$  (c),  $Re_g = 2250$  (d)

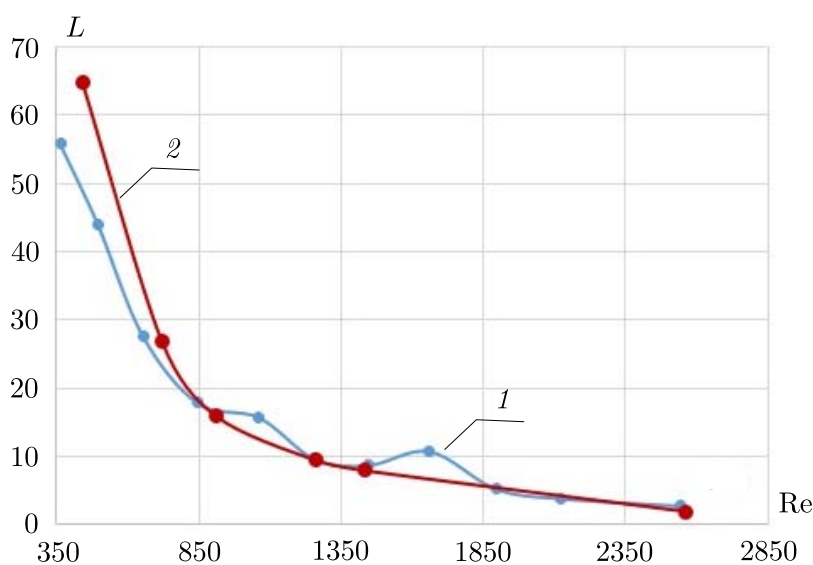


Рис. 6. Зависимость длины гладкого участка плёнки от числа Рейнольдса для газа,  $Re_l = 36$ ;  
 1 — экспериментальные данные, 2 — расчётные данные

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Описана разработанная пространственная математическая модель испарительной системы с использованием плёночных потоков. Необходимо отметить, что расслоённый режим течения является классическим режимом течения двухфазного потока как в круглых трубах, так и прямоугольных каналах [49, 50]. В работах [51, 52] было доказано, что расслоённый режим течения может являться одним из основных режимов течения двухфазного потока в плоских мини- и микроканалах. Было показано, что при одинаковых расходах газа перепад давления в расслоённом режиме течения существенно меньше, чем при кольцевом режиме течения [52]. С точки зрения фундаментальных знаний о двухфазных потоках именно этот факт позволяет

разрабатывать эффективные системы охлаждения с использованием тонких плёнок жидкости [11–13]. По мнению авторов данного исследования, разработанная пространственная математическая модель течения плёнки жидкости, увлекаемой потоком газа в плоском горизонтальном канале, может быть использована не только для разработки систем охлаждения, но и для расчётов движения двухфазного потока в химических и фармацевтических технологиях, энергетике и многих других технологических процессах.

Проведено численное моделирование режимов течения плёнки в проточной испарительной ячейке при температуре нагревателя ниже начала кипения. Число Рейнольдса для жидкости  $Re_l$  в расчётах варьировалось от 5 до 200. Число Рейнольдса для газа  $Re_g$  варьировалось от 170 до 3000. Исследованы зависимости развития деформаций от управляющих параметров движения, а именно чисел Рейнольдса для жидкости и газа. В результате численного моделирования полностью подтверждены обнаруженные в эксперименте режимы течения. Таким образом было рассмотрено пять различных режимов: заливание канала, режим гладкой плёнки, двумерные волны, трёхмерные волны и разрыв плёнки. Анализ результатов моделирования показал, что модель качественно верно воспроизводит все особенности поведения плёнки в исследованных режимах. Получено хорошее согласие расчёта и эксперимента по форме поверхности и толщине плёнки, по длинам волн и частотам прохождения гребней.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Bar-Cohen K.A., Wang P. Thermal management of on-chip hot spots // J. Heat Transfer. 2012. V. 134. Article Number 051017.
2. Bar-Cohen K.A., Wative A.A. Cooling Electric Equipment // Mech. Engineers Handbook. 2015. V. 4, Sect. 1. Chapt. 12. P. 451–499.
3. Tuckerman D.B., Pease R.F.W. High-performance heat sinking // VLSI, IEEE Electron Device Lett. 1981. V. EDL-2, N 5. P. 126–129.
4. Swift G., Migliori A., Wheatley J. Construction of and measurements with an extremely compact cross-flow heat exchanger // Heat Transfer Engrg. 1985. V. 6, N 2. P. 39–46.
5. Colgan E.G., Furman B., Gaynes M., Graham W.S., LaBianca N.C., Magerlein J.H., Schmidt R.R. A practical implementation of silicon microchannel coolers for high power chips // IEEE Trans. Components and Packaging Technologies. 2007. V. 30, N 2. P. 218–225.
6. Khan J. A., Morshed A.K.M.M.M., Fang R. Towards ultra-compact high heat flux microchannel heat sink // Procedia Engrg. 2014. V. 90. P. 11–24.
7. Kandlikar S.G., Colin S., Peles Y., Garimella S., Pease R.F., Brandner J.J., Tuckerman D.B. Heat transfer in microchannels-2012 status and research needs // J. Heat Transfer. 2013. V. 135, N 9. Article Number 091017.
8. Stephan P., Brandt C. Advanced capillary structures for high performance heat pipes // Proc. 1 Int. Conf. on Microchannels and Minichannels. Rochester; N. Y., 2003. P. 69–75.
9. Woodcock C., Ng'oma C., Sweet M., Wang Y., Peles Y. Ultra-high heat flux dissipation with Piranha Pin Fins // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2019. V. 128. P. 504–515.
10. Nasr M.H., Green C.E., Kottke P.A., Zhang X., Sarvey T.E., Joshi Y.K., Bakir M.S., Fedorov A.G. Flow regimes and convective heat transfer of refrigerant flow boiling in ultra-small clearance microgaps // Int. J. Heat and Mass Transfer. 2017. V. 108. P. 1702–1713.
11. Kabov O.A., Lyulin Yu.V., Marchuk I.V., Zaitsev D.V. Locally heated shear-driven liquid films in microchannels and minichannels // Int. J. Heat and Fluid Flow. 2007. V. 28. P. 103–112.
12. Kabov O.A., Zaitsev D.V., Cheverda V.V., Bar-Cohen A. Evaporation and flow dynamics of thin, shear-driven liquid films in microgap channels // Experimental Thermal and Fluid Sci. 2011. V. 35, N. 825. P. 825–831.
13. Kabov O., Zaitsev D., Tkachenko E. Interfacial thermal fluid phenomena in shear-driven thin liquid films // Proc. 16 Int. Heat Transfer Conf. Beijing, China. 2018. P. 1061–1067; DOI: 10.1615/IHTC16.bae.024435

14. Potash M., Wayner P.C. Jr. Evaporation from a two-dimensional extended meniscus // *Internat. J. Heat and Mass. Transfer.* 1972. V. 15. P. 1851–1863.
15. Stephan P.C., Busse C.A. Analysis of the heat transfer coefficient of grooved heat pipe evaporator walls // *Internat. J. Heat and Mass. Transfer.* 1992. V. 35. P. 383–391.
16. Ajaev V.S., Kabov O.A. Heat and mass transfer near contact lines on heated surfaces // *Internat. J. Heat and Mass. Transfer.* 2017. V. 108. P. 918–932.
17. Karchevsky A.L., Cheverda V.V., Marchuk I.V., Ponomarenko T.G., Sulyaeva V.S., Kabov O.A. Heat flux density evaluation in the region of contact line of drop on a sapphire surface using infrared thermography measurements // *Microgravity Sci. Technol.* 2021. V. 33. Article Number 53; <https://doi.org/10.1007/s12217-021-09892-6>
18. Schweizer N., Stephan P. Experimental study of bubble behavior and local heat flux in pool boiling under variable gravity conditions // *Multiphase Sci. Technol.* 2009. V. 21. P. 329–350.
19. Karchevsky A.L., Marchuk I.V., Kabov O.A. Calculation of the heat flux near the liquid-gas-solid contact line // *Appl. Math. Model.* 2016. V. 40. P. 1029–1037.
20. Kabov O.A., Zaitsev D.V., Kirichenko D.P., Ajaev V.S. Investigation of moist air flow near contact line using microdroplets as tracers // *Interfacial Phenomena and Heat Transfer.* 2016. V. 4, N 2–3. P. 207–216; DOI: 10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2017020203
21. Gibbons M., Di Marco P., Robinson A.J. Local heat transfer to an evaporating superhydrophobic droplet // *Internat. J. Heat and Mass. Transfer.* 2018. V. 121. P. 641–652.
22. Jo J., Kim J., Kim S.J. Experimental investigations of heat transfer mechanisms of a pulsating heat pipe // *Energy Convers. Manag.* 2019. V. 181. P. 331–341.
23. Schweikert K., Sielaff A., Stephan P. Heat flux during dipcoating of a superheated substrate // *Interfacial Phenom. Heat Transfer.* 2019. V. 7. P. 269–281.
24. Burelbach J.P., Bankoff S.G., Davis S.H. Nonlinear stability of evaporating/condensing liquid film // *J. Fluid Mech.* 1988. V. 195. P. 463–494.
25. Shklyaev O.E., Fried E. Stability of an evaporating thin liquid film // *J. Fluid Mech.* 2007. V. 584. P. 157–183.
26. Sultan E., Boudaoud A., Ben Amar M. Diffusion-limited evaporation of thin polar liquid films // *J. Engrg. Math.* 2004. V. 50. P. 209–222.
27. Sultan E., Boudaoud A., Ben Amar M. Evaporation of a thin film: diffusion of the vapour and Marangoni instabilities // *J. Fluid Mech.* 2005. V. 543. P. 183–202.
28. Bekezhanova V.B., Kabov O.A. Influence of internal energy variations of the interface on the stability of film flow // *Interfacial Phenomena and Heat Transfer.* 2016. V. 4, N 2–3. P. 133–156; DOI: 10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2017019451
29. Gatapova E.Ya., Kabov O.A. Shear-driven flows of locally heated liquid films // *Int. J. Heat and Mass Transfer.* 2008. V. 51, N 19–20. P. 4797–4810.
30. Liu R., Kabov O. A. Instabilities in a horizontal liquid layer in cocurrent gas flow with an evaporating interface // *Physical Review E. Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics.* 2012. V. 85, N 6. Article Number 066305; DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.85.066305>
31. Kabova Yu.O., Kuznetsov V.V., Kabov O.A., Gambaryan-Roisman T., Stephan P. Evaporation of a thin viscous liquid film sheared by gas in a microchannel // *Int. J. Heat and Mass Transfer.* 2014. V. 68. P. 527–541; DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.09.019>
32. Redon C., Brochard-Wyart F., Rondelez F. Dynamics of Dewetting // *Phys. Review Letters.* 1991. V. 66, N. 6. P. 715–719.
33. Ajaev V.S. Instability and Rupture of Thin Liquid Films on Solid Substrates // *Interfacial Phenomena and Heat Transfer.* 2013. V. 1, N 1. P. 81–92.
34. de Gennes P.-G., Brochard-Wyart F., Quere D. *Capillarity and Wetting Phenomena: Drops, Bubbles, Pearls, Waves.* Springer-Verl., 2004.
35. Kabov O.A. Breakdown of a liquid film flowing over the surface with a local heat source // *Thermophys. Aeromech.* 2000. V. 7, N 4. P. 513–520.

36. Zaitsev D.V., Kabov O.A., Evseev A.R. Measurement of locally heated liquid film thickness by a double-fiber optical probe // *Experiments in Fluids*. 2003. V. 34. P. 748–754.
37. Zaitsev D.V., Semenov A.A., Kabov O.A. Effect of viscosity on thermocapillary breakdown of a falling liquid film // *Thermophys. Aeromech.* 2016. V. 23, N 4. P. 625–628.
38. Mulji N., Chandra S. Rupture and dewetting of water films on solid surfaces // *J. Colloid and Interface Sci.* 2010. V. 352, N 1. P. 194–201.
39. Kim S., Kim J., Kim H.-Y. Formation, growth, and saturation of dry holes in thick liquid films under vapor-mediated Marangoni effect // *Phys. Fluids*. 2019. V. 31. Article Number 112105.
40. Kochkin D.Yu., Zaitsev D.V., Kabov O.A. Thermocapillary rupture and contact line dynamics in the heated liquid layers // *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*. 2020. V. 8, N. 1. P. 1–9; DOI: 10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2020033129
41. Hirt C.W., Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries // *J. Comput. Phys.* 1981. V. 39. P. 201–225; [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(81\)90145-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(81)90145-5)
42. Brackbill J.U., Kothe D.B., Zemach C. A continuum method for modeling surface tension // *J. Comput. Phys.* 1992. V. 100. P. 335–354; [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(92\)90240-Y](https://doi.org/10.1016/0021-9991(92)90240-Y)
43. Hoffman R.L. A study of the advancing interface I. Interface shape in liquid gas systems // *J. Colloid Interface Sci.* 1975. V. 50, N 2. P. 228–241; DOI:10.1016/0021-9797(75) 90225-8
44. Cox R.G. The dynamics of the spreading of liquids on a solid surface. Part 1. Viscous flow // *J. Fluid Mech.* 1986. V. 168. Article Number 169194; DOI: 10.1017/S0022112086000332
45. Shikhmurzaev Y.D. Moving contact lines in liquid/liquid/solid systems // *J. Fluid Mech.* 1997. V. 334, N. 1. P. 211–249.
46. Kistler S.F. Hydrodynamics of wetting // *Wettability*. 1993. V. 49. P. 311–431.
47. Minakov A.V. Numerical algorithm for moving boundary fluid dynamics problems and its testing // *Comput. Math. Math. Phys.* 2014. V. 54, N 10. P. 1560–1570; DOI: <https://doi.org/10.7868/S0044466914100111>
48. Minakov A.V., Shebeleva A.A., Yagodnitsyna A.A., Kovalev A.V., Bilsky A.V. Flow regimes of viscous immiscible liquids in t-type microchannels // *Chem. Engrg. Technology*. 2019. V. 42, N 5. P. 1037–1044.
49. Chinnov E.A., Kabov O.A. Two-phase flow in pipes and capillary channels // *High Temperatures*. 2006. V. 44, N 5. P. 773–791.
50. Yadigaroglu G., Hetsroni G., Hewitt G.F. Flow Regimes // *Introduction to Multiphase Flow*. Ch. 4. Springer-Verl., 2018. P. 95–140.
51. Chinnov E.A., Ron'shin F.V., Kabov O.A. Two-phase flow patterns in short horizontal rectangular microchannels // *Int. J. Multiphase Flow*. 2016. V. 80. P. 57–68.
52. Ronshin F.V., Dementyev Y.A., Chinnov E.A., Cheverda V.V., Kabov O.A. Experimental investigation of adiabatic gas-liquid flow regimes and pressure drop in slit microchannel // *Microgravity Science and Technology*. 2019. V. 31, N 5. P. 693–707.

UDC 532.69

# FLOW REGIMES OF A LIQUID FILM CARRIED AWAY BY A GAS FLOW IN A FLAT HORIZONTAL CHANNEL UNDER ISOTHERMAL CONDITIONS

© 2022 A. V. Minakov<sup>1,2a</sup>, A. S. Lobasov<sup>1,2b</sup>, A. V. Shebelev<sup>1,2c</sup>,  
D. V. Zaicev<sup>2d</sup>, O. A. Kabov<sup>2e</sup>

<sup>1</sup>Siberian Federal University,  
pr. Svobodny 79, Krasnoyarsk 660041, Russia,

<sup>2</sup>Institute of Thermophysics SB RAS,  
pr. Akad. Lavrentyeva 1, Novosibirsk 630090, Russia

E-mails: <sup>a</sup>Aminakov@sfu-kras.ru, <sup>b</sup>perpetuityrs@mail.ru,  
<sup>c</sup>aleksandr-shebelev@mail.ru, <sup>d</sup>dmzait@gmail.com, <sup>e</sup>okabov@gmail.com

Received 10.12.2021, revised 20.01.2022, accepted 22.06.2022

**Abstract.** A three-dimensional mathematical model of the flow of a liquid film carried away by a gas flow in a flat horizontal minichannel under isothermal conditions has been developed. A numerical simulation of the film flow regimes in the evaporative cooling system has been carried out. Dependences of the development of the deformation on the control parameters of motion, such as the Reynolds numbers for liquid and gas, are studied. The hydrodynamic flow regimes found in the experiment were confirmed by the results of numerical simulation. Thus, five different modes were considered: channel flooding, smooth film, two-dimensional waves, three-dimensional waves and film rupture. An analysis of the simulation results showed that the model qualitatively correctly reproduces all the features of the film behaviour in the studied modes. A satisfactory agreement between the calculation and experiment results was obtained in terms of the surface shape and film thickness, as well as in terms of wavelengths and ridge passing frequencies. It is shown that the calculation well reproduces in a whole the beginning of the instability development in a liquid film.

**Keywords:** liquid films, flow regimes, evaporative cooling system, experiment, numerical simulation, VoF method.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2022.25.310

## REFERENCES

1. Bar-Cohen K.A., Wang P. Thermal management of on-chip hot spots. *J. Heat Transfer*, 2012, Vol. 134, article number 051017.
2. Bar-Cohen K.A., Wative A.A. Cooling Electric Equipment. *Mech. Engineers Handbook*, 2015, Vol. 4, Sect. 1, Chapt. 12, pp. 451–499.
3. Tuckerman D.B., Pease R.F.W. High-performance heat sinking. *VLSI, IEEE Electron Device Lett.*, 1981, Vol. EDL-2, No. 5, pp. 126–129.
4. Swift G., Migliori A., Wheatley J. Construction of and measurements with an extremely compact cross-flow heat exchanger. *Heat Transfer Engrg.*, 1985, Vol. 6, No. 2, pp. 39–46.
5. Colgan E.G., Furman B., Gaynes M., Graham W.S., LaBianca N.C., Magerlein J.H., Schmidt R.R. A practical implementation of silicon microchannel coolers for high power chips. *IEEE Trans. Components and Packaging Technologies*, 2007, Vol. 30, No. 2, pp. 218–225.

6. Khan J. A., Morshed A.K.M.M.M., Fang R. Towards ultra-compact high heat flux microchannel heat sink. *Procedia Engng.*, 2014, Vol. 90, pp. 11–24.
7. Kandlikar S.G., Colin S., Peles Y., Garimella S., Pease R.F., Brandner J.J., Tuckerman D.B. Heat transfer in microchannels-2012 status and research needs. *J. Heat Transfer*, 2013, Vol. 135, No. 9, article number 091017.
8. Stephan P., Brandt C. Advanced capillary structures for high performance heat pipes // *Proc. 1 Int. Conf. on Microchannels and Minichannels*. Rochester; N. Y., 2003. pp. 69–75.
9. Woodcock C., Ng'oma C., Sweet M., Wang Y., Peles Y. Ultra-high heat flux dissipation with Piranha Pin Fins // *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 2019, Vol. 128, pp. 504–515.
10. Nasr M.H., Green C.E., Kottke P. A., Zhang X., Sarvey T.E., Joshi Y.K., Bakir M.S., Fedorov A.G. Flow regimes and convective heat transfer of refrigerant flow boiling in ultra-small clearance microgaps. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 2017, Vol. 108, pp. 1702–1713.
11. Kabov O.A., Lyulin Yu.V., Marchuk I.V., Zaitsev D.V. Locally heated shear-driven liquid films in microchannels and minichannels. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 2007, Vol. 28, pp. 103–112.
12. Kabov O.A., Zaitsev D.V., Cheverda V.V., Bar-Cohen A. Evaporation and flow dynamics of thin, shear-driven liquid films in microgap channels. *Experimental Thermal and Fluid Sci.*, 2011, Vol. 35, No. 825, pp. 825–831.
13. Kabov O., Zaitsev D., Tkachenko E. Interfacial thermal fluid phenomena in shear-driven thin liquid films. *Proc. 16 Int. Heat Transfer Conf.*, Beijing, China, 2018, P. 1061–1067; DOI: 10.1615/IHTC16.bae.024435
14. Potash M., Wayner P. C. Jr. Evaporation from a two-dimensional extended meniscus. *Internat. J. Heat and Mass. Transfer.*, 1972, Vol. 15, pp. 1851–1863.
15. Stephan pp. C., Busse C.A. Analysis of the heat transfer coefficient of grooved heat pipe evaporator walls. *Internat. J. Heat and Mass. Transfer.*, 1992, Vol. 35, pp. 383–391.
16. Ajaev V.S., Kabov O.A. Heat and mass transfer near contact lines on heated surfaces. *Internat. J. Heat and Mass. Transfer.*, 2017, Vol. 108, pp. 918–932.
17. Karchevsky A.L., Cheverda V.V., Marchuk I.V., Ponomarenko T.G., Sulyaeva V.S., Kabov O.A. Heat flux density evaluation in the region of contact line of drop on a sapphire surface using infrared thermography measurements. *Microgravity Sci. Technol.*, 2021, Vol. 33, article number 53; <https://doi.org/10.1007/s12217-021-09892-6>
18. Schweizer N., Stephan P. Experimental study of bubble behavior and local heat flux in pool boiling under variable gravity conditions. *Multiphase Sci. Technol.*, 2009, Vol. 21, pp. 329–350.
19. Karchevsky A.L., Marchuk I.V., Kabov O.A. Calculation of the heat flux near the liquid-gas-solid contact line. *Appl. Math. Model.*, 2016, Vol. 40, pp. 1029–1037.
20. Kabov O.A., Zaitsev D.V., Kirichenko D.P., Ajaev V.S. Investigation of moist air flow near contact line using microdroplets as tracers. *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*, 2016, Vol. 4, No. 2–3, pp. 207–216; DOI: 10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2017020203
21. Gibbons M., Di Marco pp. , Robinson A.J. Local heat transfer to an evaporating superhydrophobic droplet. *Internat. J. Heat and Mass. Transfer.*, 2018, Vol. 121, pp. 641–652.
22. Jo J., Kim J., Kim S.J. Experimental investigations of heat transfer mechanisms of a pulsating heat pipe. *Energy Convers. Manag.*, 2019, Vol. 181, pp. 331–341.
23. Schweikert K., Sielaff A., Stephan P. Heat flux during dipcoating of a superheated substrate. *Interfacial Phenom. Heat Transfer.*, 2019, Vol. 7, pp. 269–281.
24. Burelbach J.P., Bankoff S.G., Davis S.H. Nonlinear stability of evaporating/condensing liquid film. *J. Fluid Mech.*, 1988, Vol. 195, pp. 463–494.
25. Shklyaev O.E., Fried E. Stability of an evaporating thin liquid film. *J. Fluid Mech.*, 2007, Vol. 584, pp. 157–183.
26. Sultan E., Boudaoud A., Ben Amar M. Diffusion-limited evaporation of thin polar liquid films. *J. Engng. Math.*, 2004, Vol. 50, pp. 209–222.
27. Sultan E., Boudaoud A., Ben Amar M. Evaporation of a thin film: diffusion of the vapour and Marangoni instabilities. *J. Fluid Mech.*, 2005, Vol. 543, pp. 183–202.

28. Bekezhanova V.B., Kabov O.A. Influence of internal energy variations of the interface on the stability of film flow. *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*, 2016, Vol. 4, No. 2–3, pp. 133–156; DOI: 10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2017019451
29. Gatapova E.Ya., Kabov O.A. Shear-driven flows of locally heated liquid films. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 2008, Vol. 51, No. 19–20, pp. 4797–4810.
30. Liu R., Kabov O. A. Instabilities in a horizontal liquid layer in cocurrent gas flow with an evaporating interface // *Physical Review E. Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*. 2012. Vol. 85, No. 6. Article Number 066305; DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.85.066305>
31. Kabova Yu.O., Kuznetsov V.V., Kabov O.A., Gambaryan-Roisman T., Stephan P. Evaporation of a thin viscous liquid film sheared by gas in a microchannel. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 2014, Vol. 68, pp. 527–541; DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.09.019>
32. Redon C., Brochard-Wyart F., Rondelez F. Dynamics of Dewetting. *Phys. Review Letters*, 1991, Vol. 66, No. 6, pp. 715–719.
33. Ajaev V.S. Instability and Rupture of Thin Liquid Films on Solid Substrates. *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*, 2013, Vol. 1, No. 1, pp. 81–92.
34. de Gennes P.-G., Brochard-Wyart F., Quere D. Capillarity and Wetting Phenomena: Drops, Bubbles, Pearls, Waves. Springer-Verl., 2004.
35. Kabov O.A. Breakdown of a liquid film flowing over the surface with a local heat source. *Thermophys. Aeromech.*, 2000, Vol. 7, No. 4, pp. 513–520.
36. Zaitsev D.V., Kabov O.A., Evseev A.R. Measurement of locally heated liquid film thickness by a double-fiber optical probe. *Experiments in Fluids*, 2003, Vol. 34, pp. 748–754.
37. Zaitsev D.V., Semenov A.A., Kabov O.A. Effect of viscosity on thermocapillary breakdown of a falling liquid film. *Thermophys. Aeromechan.*, 2016, Vol. 23, No. 4, pp. 625–628.
38. Mulji N., Chandra S. Rupture and dewetting of water films on solid surfaces. *J. Colloid and Interface Sci.*, 2010, Vol. 352, No. 1, pp. 194–201.
39. Kim S., Kim J., Kim H.-Y. Formation, growth, and saturation of dry holes in thick liquid films under vapor-mediated Marangoni effect. *Phys. Fluids*, 2019, Vol. 31, article number 112105.
40. Kochkin D.Yu., Zaitsev D.V., Kabov O.A. Thermocapillary rupture and contact line dynamics in the heated liquid layers. *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*, 2020, Vol. 8, N. 1, pp. 1–9; DOI: 10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2020033129
41. Hirt C.W., Nichols B.D. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *J. Comput. Phys.*, 1981, Vol. 39, pp. 201–225; [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(81\)90145-5](https://doi.org/10.1016/0021-9991(81)90145-5)
42. Brackbill J.U., Kothe D.B., Zemach C. A continuum method for modeling surface tension // *J. Comput. Phys.* 1992. Vol. 100. pp. 335–354; [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(92\)90240-Y](https://doi.org/10.1016/0021-9991(92)90240-Y)
43. Hoffman R.L. A study of the advancing interface I. Interface shape in liquid gas systems. *J. Colloid Interface Sci.*, 1975, Vol. 50, No. 2, pp. 228–241; DOI:10.1016/0021-9797(75) 90225-8
44. Cox R.G. The dynamics of the spreading of liquids on a solid surface. Part 1. Viscous flow. *J. Fluid Mech.*, 1986, Vol. 168, article number 169194; DOI: 10.1017/S0022112086000332
45. Shikhmurzaev Y.D. Moving contact lines in liquid/liquid/solid systems. *J. Fluid Mech.*, 1997, Vol. 334, No. 1, pp. 211–249.
46. Kistler S.F. Hydrodynamics of wetting. *Wettability*, 1993, Vol. 49, pp. 311–431.
47. Minakov A.V. Numerical algorithm for moving boundary fluid dynamics problems and its testing. *Comput. Math. Math. Phys.*, 2014, Vol. 54, No. 10, pp. 1560–1570; DOI: <https://doi.org/10.7868/S0044466914100111>
48. Minakov A.V., Shebeleva A.A., Yagodnitsyna A.A., Kovalev A.V., Bilsky A.V. Flow regimes of viscous immiscible liquids in t-type microchannels. *Chemical Engineering and Technology*, 2019, Vol. 42, No. 5, pp. 1037–1044.
49. Chinnov E.A., Kabov O.A. Two-phase flow in pipes and capillary channels. *High Temperatures*, 2006, Vol. 44, No. 5, pp. 773–791.

50. Yadigaroglu G., Hetsroni G., Hewitt G.F. Flow Regimes. *Introduction to Multiphase Flow*, Ch. 4. Springer-Verl., 2018, pp. 95–140.
51. Chinnov E.A., Ron'shin F.V., Kabov O.A. Two-phase flow patterns in short horizontal rectangular microchannels. *Int. J. Multiphase Flow*, 2016, Vol. 80, pp. 57–68.
52. Ronshin F.V., Dementyev Y.A., Chinnov E.A., Cheverda V.V., Kabov O.A. Experimental investigation of adiabatic gas-liquid flow regimes and pressure drop in slit microchannel. *Microgravity Science and Technology*, 2019, Vol. 31, No. 5, pp. 693–707.