

УДК 532.54

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ СУСПЕНЗИИ
В СИСТЕМЕ ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ТРЕЩИН****© 2023 Р. Р. Юлмухаметова^a, А. А. Мусин^b, В. И. Валиуллина^c,
Л. А. Ковалева^d***Башкирский государственный университет,
ул. Заки Валиди, 32, г. Уфа 450076, Россия*E-mails: ^aRegina.you@mail.ru, ^bmus-airat@yandex.ru, ^cvilenches@gmail.com,
^dliana-kovaleva@yandex.ruПоступила в редакцию 29.07.2022 г.; после доработки 29.07.2022 г.;
принята к публикации 29.09.2022 г.

Проводится математическое моделирование течения суспензии в сложной системе трещин, когда основную пересекает вторичная. Математическая модель процесса построена в одножидкостном приближении и включает уравнение неразрывности для суспензии, систему уравнений движения суспензии, уравнение сохранения массы в виде конвективно-диффузионного уравнения переноса для объёмной концентрации частиц. Решение задачи в трёхмерной постановке реализовано в программном пакете OpenFOAM. Проведены исследования динамики распределения твёрдых сферических частиц в сети трещин в зависимости от соотношения характерных чисел Рейнольдса для течения и частиц, а также от соотношения длины основной и вторичной трещин.

Ключевые слова: течение суспензии, пересекающиеся трещины, математическое моделирование, одножидкостная модель, твёрдые сферические частицы.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2023.26.118

ВВЕДЕНИЕ

Моделирование процессов переноса твёрдых частиц в жидкостях привлекает внимание широкого круга исследователей, что обусловлено прежде всего потребностями практики [1]. Особое внимание уделяется течению суспензий в каналах, которое имеет отношение ко многим природным и промышленным процессам, например при применении гидравлического разрыва пласта (ГРП), ставшего на сегодняшний день одним из популярнейших методов интенсификации добычи углеводородов. Технология проведения ГРП заключается в закачке жидкости под высоким давлением для образования трещин с целью увеличения проницаемости пласта, а для поддержания трещины в открытом состоянии используется расклинивающий агент — пропант (твёрдые частицы). Моделирование процесса ГРП подразделяется на исследование геомеханики распространения трещин, отслеживание транспортировки и размещения пропанта внутри трещины. Так как каждое месторождение обладает своей собственной уникальной сетью естественных трещин и разломов, трещины, образовавшиеся вследствие ГРП, имеют сложную геометрию. И в процессе закачки могут возникнуть неожиданные результаты, например нежелательное оседание твёрдых частиц в прискважинной зоне [2].

Лабораторные эксперименты транспортировки твёрдых частиц в плоских трещинах проводятся уже несколько десятилетий. Исследователи выявили и разработали множество основных выводов и теорий, касающихся осаждения и переноса пропанта. Однако в реальности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 19-31-90157).

трещины не всегда представляют собой плоские и линейные каналы. Активно ведутся разработки методов исследования транспортировки частиц в каналах сложной геометрии. Наиболее широко применяются модели, в которых основную трещину пересекают вторичные. Эффективность прохождения проппанта через вторичные трещины связана с расходом жидкости, концентрацией и размером [3]. При этом чем ближе к стволу скважины расположены вторичные трещины, тем более значительное влияние они оказывают на миграцию проппанта [4].

Наряду с экспериментальными исследованиями численное моделирование транспортировки частиц также эволюционировало от простой геометрии к более сложной. Исследователи рассматривают транспортировку проппанта в трещинах в виде течения суспензии в каналах различной геометрии. Среди методов математического моделирования динамики дисперсных систем можно выделить два подхода: одножидкостный и двухконтинуальный [5–10]. При одножидкостном подходе (диффузионное приближение) несущая жидкость и взвешенная в ней фаза рассматриваются как единое целое, а при двухконтинуальном подходе решается полная система двухскоростной модели. Однако для большинства практических целей последнее требует больших вычислительных затрат. В то же время одножидкостная модель, несмотря на свою кажущуюся простоту, позволяет провести технические расчёты с достаточно высокой достоверностью без привлечения больших вычислительных мощностей. Это объясняет широкое применение данного подхода как отечественными, так и зарубежными исследователями.

Авторы на основе модели многофазного потока Эйлера — Эйлера выявили, что ширина трещины и вязкость жидкости оказывают наиболее существенное влияние на окончательное размещение проппанта в сети трещин, а их размер и плотность являются второстепенными факторами [11]. В работе [12] проведено численное моделирование переноса проппанта в плоских, Т-образных и крестообразных трещинах. Авторами показано, что чем больше угол пересечения трещины крестообразной формы, тем сложнее проппанту проникнуть в естественные трещины. Равновесная высота слоя осевшего проппанта и отношение массы проппанта во вторичной трещине к массе во всей сети поперечных трещин используются в работе [13] для описания движения и оседания проппанта в поперечных трещинах.

Существует много предположений относительно того, насколько эффективно проппант транспортируется из первичной трещины в пересекающие. Сеть трещин может иметь сложную форму и неопределённости на реальном месторождении, такие как изменение угла и ширины, что создаёт трудности при моделировании. Лучшее понимание движения частиц в сложных сетях трещин может помочь усовершенствовать схемы проведения гидроразрыва пласта, сосредоточив внимание на параметрах, которые усиливают транспорт во вспомогательных трещинах. Таким образом, прогнозирование и оптимизация размещения расклинивающего наполнителя в сложных системах трещин остаётся актуальной проблемой. Данная работа посвящена исследованию транспорта жидкости и проппанта в сети трещин, представленных в виде двух пересекающихся каналов.

1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

1.1. Постановка задачи

Рассматривается нестационарное течение суспензии в системе двух пересекающихся трещин. Такой случай возможен, например, когда трещину гидроразрыва (основная) пересекает естественная (вторичная) трещина. Расчётная область представляет собой крестообразный канал (рис. 1, вид сверху), в котором основная трещина моделируется в виде плоского тупикового или сквозного канала, а естественная трещина — в виде вторичного сквозного канала, который пересекает основной на расстоянии m от входа. Считается, что слева в основной канал закачивается концентрированная суспензия с заданным объёмным содержанием твёрдых частиц C_0 . Ширина основного и вторичного каналов равны. Рассматриваются варианты, когда торцы каналов проницаемы для несущей жидкости (непрерывная фаза), но не для частиц (твёрдая фаза), а также случай, когда основной канал тупиковый.

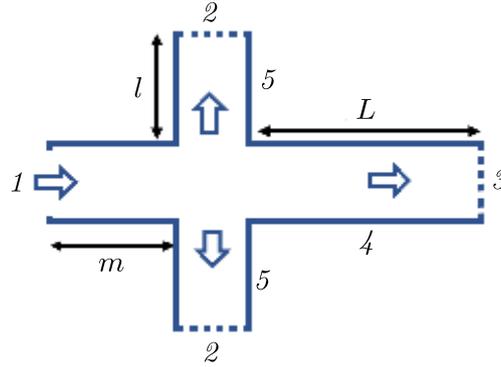


Рис. 1. Схема расчётной области:
вход (1), выход (2), выход или тупик (3), основной канал (4), вторичный канал (5)

1.2. Математическая модель

Математическая модель процесса построена в одножидкостном приближении и включает уравнение неразрывности для суспензии, систему уравнений движения суспензии, уравнение сохранения массы частиц:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial (\rho \vec{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla p + \rho \vec{g} + \nabla \cdot \Sigma - \nabla \cdot \left(\frac{\rho_p \rho_f}{\rho} (1 - C) C \vec{u}_r \vec{u}_r \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \nabla \cdot (C \vec{u}) = -\nabla \cdot (C(1 - f_p) \vec{u}_r), \quad (3)$$

где $\rho = \rho_p C + \rho_f(1 - C)$ — плотность суспензии; \vec{u} — среднемассовая скорость суспензии; p — среднее давление суспензии; C — объёмная концентрация твёрдых частиц; $f_p = \rho_p C / \rho$ — массовая доля дисперсной фазы; \vec{g} — ускорение свободного падения; $\Sigma = \mu[\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T - 2/3(\nabla \cdot \vec{u})I]$ — тензор напряжения в суспензии; \vec{u}_r — относительная скорость между фазами; μ — коэффициент эффективной вязкости суспензии; I — единичная матрица. Здесь и далее индекс P обозначает параметры, относящиеся к твёрдой фазе, f — к жидкой фазе.

Эффективный коэффициент вязкости суспензии рассчитывается согласно эмпирической зависимости, предложенной Кригером [14]:

$$\mu = \mu_f \left(1 - \frac{C}{C_{\max}} \right)^{-\beta}, \quad (4)$$

где μ_f — коэффициент динамической вязкости несущей фазы; C_{\max} — максимальная плотность упаковки частиц; β — эмпирический коэффициент.

Относительная скорость между жидкой и твёрдой фазами определяется по формуле, учитывающей гравитационные силы при различной плотности частиц и несущей фазы, и силы, связанной с изменением сдвиговых напряжений в рассматриваемой системе при движении в канале [8]:

$$\vec{u}_r = f^h \left(\vec{u}_{st} - \frac{d^2(\rho_p - \rho_f)}{18\mu_f} \frac{d\vec{u}}{dt} + \frac{d^2}{18\mu_f C} \nabla \cdot \Sigma_p \right), \quad (5)$$

$$\vec{u}_{st} = \frac{d^2(\rho_p - \rho_f) \vec{g}}{18\mu_f}, \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \Sigma_p = -\gamma \nabla(\mu_f a_n) - K_\gamma \mu_f a_n \nabla \gamma, \quad (7)$$

$$K_\gamma = \left(2 - \frac{K_\eta}{K_c}\right) \left(1 - \frac{C}{C_{\max}}\right)^p + \frac{K_\eta}{K_c}, \quad (8)$$

$$f^h = (1 - C) \frac{\mu_f}{\mu} \left(1 - \left(\frac{C}{C_{\max}}\right)^2\right), \quad (9)$$

где \vec{u}_{st} — скорость осаждения частиц по Стоксу; f^h — функция стеснённого осаждения; d — диаметр частиц; Σ_p — тензор напряжений в среде частиц; γ — скорость сдвига потока суспензии; a_n — эмпирическая безразмерная функция, описывающая межчастичное взаимодействие; K_c , K_η — эмпирические коэффициенты.

Из совокупности различных вариантов записи эмпирической функции a_n в данной работе принята зависимость [15]

$$a_n = 0,75 \left(\frac{C}{C_{\max}}\right)^2 \left(1 - \frac{C}{C_{\max}}\right)^{-2}. \quad (10)$$

Для течения концентрированных суспензий соотношение коэффициентов K_η и K_c в зависимости от концентрации частиц определяется по следующей формуле [16]:

$$K_c/K_\eta = 1.042C + 0.1142. \quad (11)$$

Для сведения задачи к диффузионному типу из выражения (5) для скорости относительного движения фаз выделяется диффузионная часть. Эффективный коэффициент диффузии определяется согласно выражению

$$D = (1 - f_p) \frac{d^2 \rho_p f^h}{18(1 - C)} \gamma \frac{da_n}{dC}. \quad (12)$$

Считается, что в начальный момент времени канал заполнен несущей фазой, система находится в покое:

$$C(x, y, z, t = 0) = 0, \quad (13)$$

$$\vec{u}(x, y, z, t = 0) = 0. \quad (14)$$

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ. На входе в основной канал задаются объёмная концентрация частиц и скорость потока суспензии:

$$C(x = 0, y, z, t) = C_{in}, \quad (15)$$

$$\vec{u}(x = 0, y, z, t) = \vec{u}_{in}. \quad (16)$$

На всех остальных поверхностях канала для объёмной концентрации твёрдой фазы ставится условие отсутствия потока:

$$D \frac{\partial C}{\partial n} - \rho_p C (\vec{u} + (1 - f_p) \vec{u}_{rg}) = 0, \quad (17)$$

где \vec{u}_{rg} — скорость относительного движения фаз за вычетом диффузионного слагаемого.

Для касательной к стенке компоненты скорости суспензии задаётся условие частичного скольжения на стенке [17]:

$$\beta_w d \left(1 - \frac{C}{C_{\max}}\right) C \frac{\mu}{\mu_f} \frac{\partial u}{\partial n} = u, \quad (18)$$

где β_w — коэффициент проскальзывания, зависящий от радиуса частиц.

Для нормальной к стенке компоненты скорости суспензии задаётся условие непротекания на твёрдой стенке:

$$\vec{u} \cdot \vec{n}_w = 0, \quad (19)$$

где \vec{n}_w — нормаль к поверхности стенки.

На выходах из вторичного канала задано условие протекания:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial n} = 0. \quad (20)$$

В первом случае предполагается, что основной канал является тупиковым, и утечка жидкости происходит только из торцов вторичного канала:

$$\vec{u} = 0. \quad (21)$$

Во втором случае торец основного канала пронизаем для несущей жидкости:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial n} = 0. \quad (22)$$

В обоих рассматриваемых случаях твёрдые сферические частицы не вытекают из каналов. При записи системы уравнений сделаны следующие допущения и предположения: жидкость несжимаема; твёрдые сферические частицы одинакового размера; числа Стокса и Рейнольдса относительного движения частиц малы.

2. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Система уравнений (1)–(3) с замыкающими соотношениями (4)–(12) и краевыми условиями (13)–(22) решается методом контрольного объёма в трёхмерной постановке в программном пакете OpenFOAM. Результаты валидации программного кода приведены в работах [18, 19].

Моделируется процесс закачки суспензии воды в основной канал через прямоугольное сечение входного отверстия. Рассчитывается случай со следующими параметрами: диаметр частиц $d = 5 \cdot 10^{-4}$ м; плотность частиц $\rho_p = 2650$ кг/м³; плотность несущей жидкости $\rho_f = 1000$ кг/м³; вязкость $\mu_f = 1$ мПа·с; объёмная доля частиц на входе $C_{in} = 0.3$. Размеры основного канала $0.5 \times 0,04 \times 0.002$ м, вторичного $0,3 \times 0,04 \times 0,002$ м. Вторичный канал пересекает основной на расстоянии $m = 0.2$ м от входа. Очевидно, что на распределение частиц в потоке будет оказывать взаимное влияние процессов вынужденного течения суспензии вдоль канала и относительного движения частиц в несущей жидкости. В качестве безразмерного параметра, характеризующего отношение сил инерции, действующих в потоке, к силам вязкости, выступает число Рейнольдса (Re). Число Re для течения суспензии определяется как $Re = (ud_g\rho_f)/\mu_f$, где d_g — гидравлический диаметр основного канала. Число Re_p для частиц составляет $Re_p = (u_{st}d\rho_f)/\mu_f$.

Проведены исследования динамики распределения твёрдых сферических частиц в сети каналов в зависимости от соотношения характерных чисел Re/Re_p и соотношения длин L и l основного и вторичного каналов: $\alpha = 2l/L$. Анализируется процесс заполнения каналов твёрдой фазой в зависимости от значений безразмерных параметров. Рассмотрены соотношения чисел Рейнольдса $Re/Re_p=1; 2.5; 5; 7.5$ и 10.

На рис. 2–4 представлены результаты численного моделирования, полученные при нагнетании 30% суспензии в канал при соотношении чисел Рейнольдса $Re/Re_p = 1$ и $Re/Re_p = 10$. Соотношение размеров основного и вторичного каналов равно $\alpha=1$. На рис. 2 показано распределение частиц в основном и вторичном каналах для случая, когда основной канал является тупиковым.

Из рис. 2(а) видно, что при $Re/Re_p = 1$ вдоль основного канала образуется равномерно растянутый на всю длину канала слой из осевших частиц, концентрация которых близка к предельной. Это объясняется тем, что ламинарный поток суспензии в основном канале разделяется на три составляющие, одна из которых обеспечивает миграцию частиц вдоль основного канала преимущественно по его нижней части, две другие — миграцию частиц во вторичный

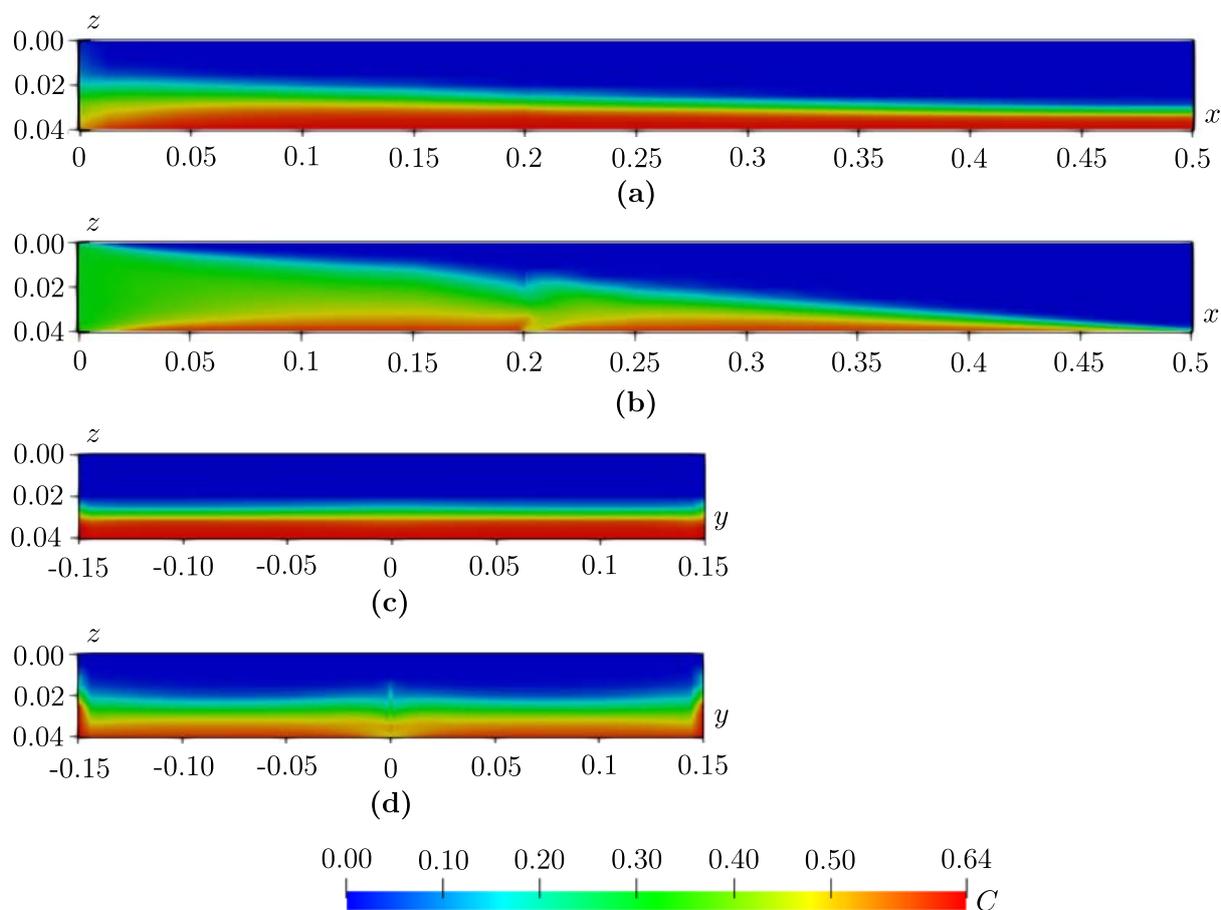


Рис. 2. Распределение частиц в вертикальном сечении вдоль оси основного (a, b) и вторичного (c, d) каналов (основной канал тупиковый):
 $Re / Re_p = 1$ (a, c); $Re / Re_p = 10$ (b, d);
 C — объёмная концентрация твёрдых частиц

канал (рис. 2(c)). Далее, в связи с тем, что рассматривается случай тупикового канала, свободная от частиц несущая фаза по верхней части основного канала возвращается обратно и вытекает через вторичный канал.

Увеличение соотношения чисел Рейнольдса приводит к тому, что основная масса частиц находится во взвешенном состоянии в области до пересекающего канала и большая часть частиц уносится потоком во вторичный канал. В частности, при $Re / Re_p = 10$ лишь малая часть частиц успевает осесть (рис. 2(b)). В результате в правой части основного канала количество частиц заметно меньше, чем при $Re / Re_p = 1$. Вал частиц, образующийся на дне канала, имеет разрыв в области пересечения каналов, где суспензия с высокой скоростью устремляется во вторичный канал (рис. 2(d)). Кроме того, при $Re / Re_p = 1$ (рис. 2(c)) наблюдается равномерное заполнение вторичного канала, тогда как при увеличении этого соотношения до 10 у выхода из канала образуется область повышенной концентрации частиц, которая со временем уплотняется (рис. 2(d)). Это приводит к существенному снижению пропускной способности вторичного канала, что провоцирует прекращение течения суспензии, сопровождающееся скачком давления в системе.

Результаты моделирования для случая, когда торец основного канала открыт, приведены на рис. 3. Стоит отметить, что в начальный момент времени распределение частиц в основном и вторичном каналах практически идентичны случаю с закрытым торцом. Отличия появляются, когда вал частиц достигает правого торца основного канала, и оно тем больше, чем

больше отношение Re/Re_p . При этом заполнение основного и вторичного каналов у их выходов увеличивается настолько быстро, что в некоторый момент времени течение суспензии практически прекращается (рис. 3(d)). Однако в связи с тем, что в случае открытого основного канала обратного потока жидкости, который бы препятствовал миграции частиц, не возникает, процесс резкого снижения пропускной способности канала происходит значительно позже, чем в закрытом канале. Это приводит к тому, что при больших значениях Re/Re_p происходит неполное и неравномерное заполнение основного канала, но степень заполнения канала твёрдой фазой в случае с открытым концом значительно выше, чем в канале с закрытым концом. В частности, при $Re/Re_p = 10$ этот показатель равен 49 и 31%, соответственно для канала с открытым и закрытым торцом.

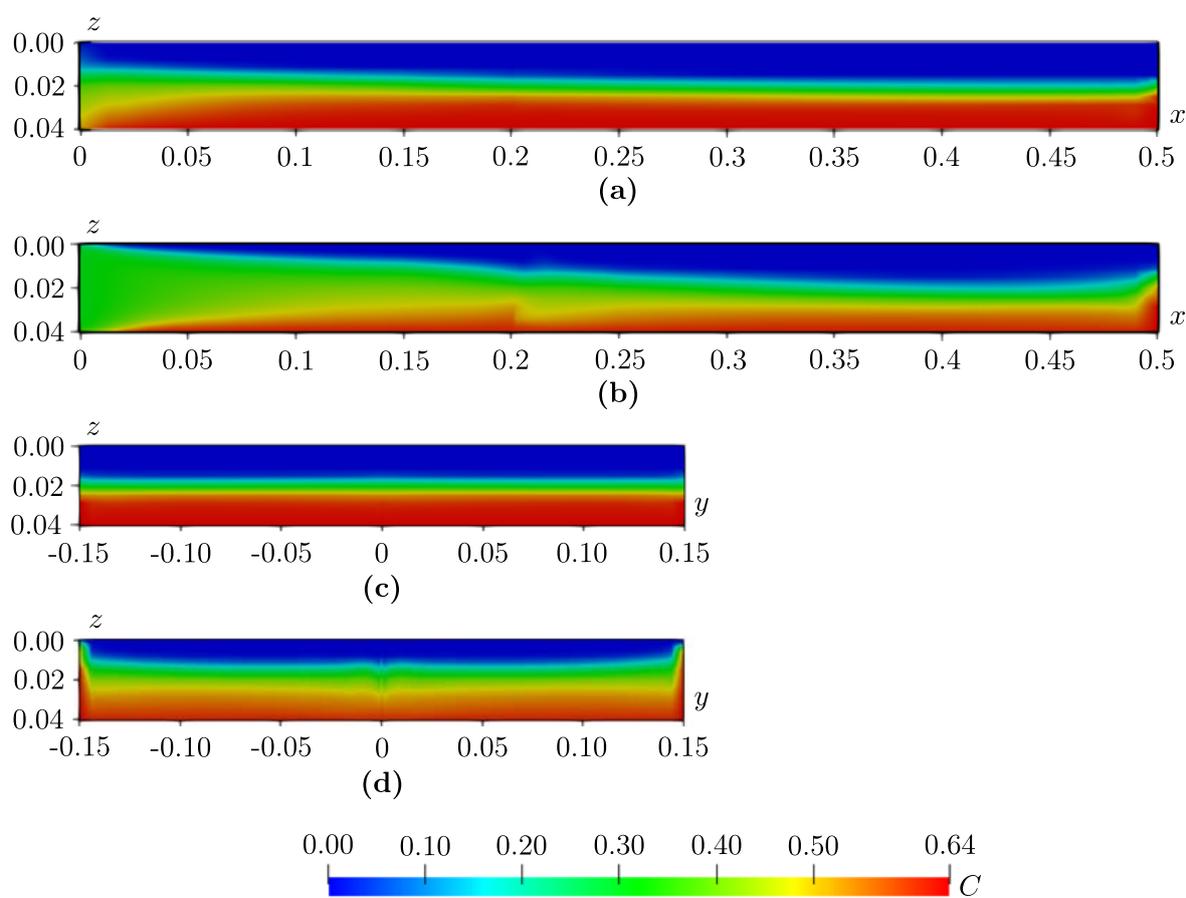


Рис. 3. Распределение частиц в вертикальном сечении вдоль оси основного (a, b) и вторичного (c, d) каналов (основной канал сквозной):
 $Re/Re_p = 1$ (a, c); $Re/Re_p = 10$ (b, d);
 C — объёмная концентрация твёрдых частиц

Кроме того, в ходе расчётных исследований было отмечено, что время снижения пропускной способности и степень заполнения основного канала зависят от соотношения размеров каналов. На основе многопараметрических расчётов были построены кривые эффективности заполнения основного канала для различных случаев в зависимости от соотношения чисел Рейнольдса (рис. 4).

Получено, что для любого соотношения размеров каналов вне зависимости от того, открыт или закрыт торец основного канала, с ростом соотношения чисел Рейнольдса эффективность заполнения канала снижается. При увеличении длины вторичного канала эффективность заполнения основного канала увеличивается (кривые 1, 3 на рис. 4). Для основного

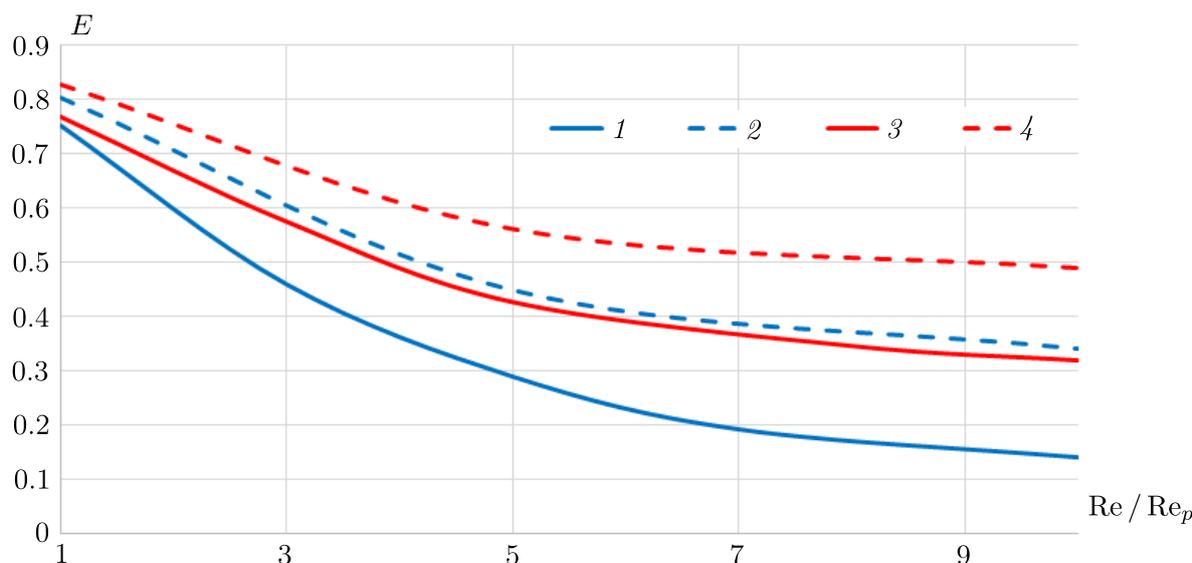


Рис. 4. Эффективность заполнения основной трещины в зависимости от соотношения чисел Рейнольдса для тупикового и сквозного основного каналов:
 $\alpha = 0,5$ тупиковый (1); $\alpha = 0,5$ сквозной (2); $\alpha = 1$ тупиковый (3); $\alpha = 1$ сквозной (4)

канала с открытым торцом эффективность заполнения канала при прочих равных условиях оказывается выше, чем для канала с закрытым торцом (кривые 1, 2 на рис. 4). Разница становится существенной при увеличении соотношения чисел Рейнольдса, что объясняется большей миграцией частиц во взвешенном состоянии к торцу основного канала в случае, когда он открыт (рис. 3(b)). В частности, замечено, что при соотношении размеров каналов $\alpha = 1$ для случая канала с закрытым торцом и при $\alpha = 0,5$ для случая канала с открытым торцом эффективность заполнения каналов практически идентична (кривые 2, 3 на рис. 4).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено математическое моделирование динамики распределения твёрдых сферических частиц в системе пересекающихся каналов в зависимости от отношения характерного числа Рейнольдса для течения суспензии и числа Рейнольдса для частиц, а также соотношения длины основного канала с открытым или закрытым торцом и вторичного канала с открытыми торцами.

Выявлено, что снижения пропускной способности канала в случае открытого торца основного канала происходит заметно позже, чем канала с закрытым торцом, что приводит к повышению степени заполнения канала твёрдыми частицами в канале с открытым торцом. Получено, что для любого соотношения размеров канала и независимо от того, открыт или закрыт торец основного канала, с ростом соотношения чисел Рейнольдса эффективность заполнения канала снижается. При увеличении длины вторичного канала эффективность заполнения основного канала увеличивается. Для основного канала с открытым торцом эффективность заполнения канала при прочих равных условиях оказывается выше, чем для канала с закрытым торцом.

Таким образом, наличие вторичной трещины, её размеры и режим закачки суспензии, а также пропускная способность трещины ГРП оказывают существенное влияние на эффективность её заполнения пропантом, что важно в плане практического применения полученных результатов при проектировании и реализации технологии гидравлического разрыва пласта.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хужаёров Б.Х., Махмудов Ж.М., Зикиряев Ш.Х. Перенос загрязняющих веществ в водоносных пластах с учётом двухместной адсорбции // Сиб. журн. индустр. математики. 2011. Т. 14, № 1. С. 127–139.
2. Osipov A.A. Fluid mechanics of hydraulic fracturing: A review // J. Petrol. Sci. Engrg. 2017. V. 156. P. 513–535; DOI: 10.1016/j.petrol.2017.05.019
3. Sahai R., Moghanloo R.G. Proppant transport in complex fracture networks: A review // J. Petroleum Sci. Engrg. 2019; DOI: 10.1016/j.petrol.2019.106199
4. Wen Q., Wang S., Duan X., Wang F., Jin X. Experimental investigation of proppant settling in complex hydraulic-natural fracture system in shale reservoirs // J. Natural Gas Sci. Engrg. 2016. V. 33. P. 70–80; DOI: 10.1016/j.jngse.2016.05.010
5. Головин С.В., Казакова М.Ю. Одномерная модель вытеснения двухфазной жидкости в щели с проницаемыми стенками // Прикл. механика и техн. физика. 2017. Т. 58, № 1. С. 22–36.
6. Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Т. 1, 2.
7. Боронин С.А., Осипов А.А. Двухконтинуальная модель течения суспензии в трещине гидроразрыва // Докл. АН. 2010. Т. 431, № 6. С. 758–761.
8. Гаврилов А.А., Шебелев А.В. Одножидкостная модель смеси для ламинарных течений высококонцентрированных суспензий // Изв. РАН. МЖГ. 2018. № 2. С. 84–98.
9. Pityuk Y.A., Abramova O.A., Fatkullina N.B., Bulatova A.Z. BEM based numerical approach for the study of the dispersed systems rheological properties // Studies in Systems, Decision and Control. 2019. V. 199. P. 338–352.
10. Iulmukhametova R.R., Musin A.A., Kovaleva L.A. Mathematical modelling of a laminar suspension flow in the flat inclined channel // J. Physics. Conf. Ser. 2021. Article 012044; DOI: 10.1088/1742-6596/2057/1/012044
11. Kong X., McAndrew J. A computational fluid dynamics study of proppant placement in hydraulic fracture networks // SPE Unconventional Resources Conf. 2017. Calgary, Alberta, Canada, 15–16 February 2017. SPE-185083-MS; DOI: 10.2118/185083-MS
12. Wang H., Wang M., Yang B., Lu Q., Zheng Y., Zhao H. Numerical study of supercritical CO₂ and proppant transport in different geometrical fractures // Greenhouse Gases. Sci. Technol. 2018. V. 8; DOI:10.1002/ghg.1803
13. Zhang Y., Lu X., Zhang X., Li P. Proppant transportation in cross fractures: some findings and suggestions for field engineering // Energies. 2020. V. 13. Article 4912; DOI:10.3390/en13184912
14. Krieger I.M. Rheology of monodisperse lattice // Adv. Colloid Interface Sci. 1972. V. 3. P. 111–136.
15. Morris J.F., Boulay F. Curvilinear flows of non-colloidal suspensions: the role of normal stresses // J. Rheol. 1999. V. 43. P. 1213–1237.
16. Tetlow N., Graham A.L., Ingber M.S., Subia S.R., Mondy L.A., Altobelli S.A. Particle migration in a Couette apparatus: experiment and modeling // J. Rheol. 1998. V. 42. P. 307–327.
17. Ingber M.S., Graham A.L., Mondy L.A., Fang Z. An improved constitutive model for concentrated suspensions accounting for shear-induced particle migration rate dependence on particle radius // Internat. J. Multiphase Flow. 2009. V. 35. P. 270–276.
18. Юлмухаметова Р.Р., Мусин А.А., Ковалева Л.А. Численное моделирование ламинарного течения суспензии в плоском канале // Вестн. Башкир. ун-та. 2021. Т. 26, № 2. С. 281–286; DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2021.2.2
19. Iulmukhametova R.R., Musin A.A., Kovaleva L.A. Mathematical modeling of the flow of viscous incompressible fluid with suspended particles in flat inclined channel // Adv. Probl. Mech. II. 2020. (Lecture Notes Mech. Engrg. 2022); DOI: 10.1007/978-3-030-92144-6_3

UDC 532.54

MATHEMATICAL MODELING OF SUSPENSION FLOW IN A SYSTEM OF INTERSECTING FRACTURES

© 2023 R. R. Iulmukhametova^a, A. A. Musin^b, V. I. Valiullina^c,
L. A. Kovaleva^d

*Bashkir State University,
ul. Zaki Validi 32, Ufa 450076, Russia*

E-mails: ^aRegina.you@mail.ru, ^bmus-airat@yandex.ru, ^cvilenches@gmail.com,
^dliana-kovaleva@yandex.ru

Received 29.07.2022, revised 29.07.2022, accepted 29.09.2022

Abstract. In this paper, mathematical modeling of the suspension flow in a complex system of fractures is carried out, when the main fracture is crossed by secondary fracture. The mathematical model of the process is built in the one-fluid approximation and includes the continuity equation for the suspension, the system of equations of suspension motion, the mass conservation equation in the form of a convective-diffusion transfer equation for the volume concentration of particles. The solution of the problem in a 3D formulation is implemented in the OpenFOAM software package. The dynamics of the distribution of solid spherical particles in a network of fractures was studied depending on the ratio of the characteristic Reynolds numbers for the flow and particles, as well as on the ratio of the length of the main and secondary fractures.

Keywords: suspension flow, intersecting fractures, mathematical modeling, one-fluid model, solid spherical particles.

DOI: 10.33048/SIBJIM.2023.26.118

REFERENCES

1. Khuzhayorov B. Kh., Makhmudov Zh. M., Zikirayev Sh. Kh. Perenos zagryaznyayushchikh veshchestv v vodonosnykh plastakh s uchetom dvukhmestnoi adsorbtsii [Pollutant transfer in water-bearing strata with accounting for two-site adsorption]. *Sib. Zhurn. Industr. Math.*, 2011, Vol. 14, No. 1, pp. 127–139 (in Russian).
2. Osiptsov A.A. Fluid mechanics of hydraulic fracturing: A review. *J. Petrol. Sci. Engrg.*, 2017, Vol. 156, pp. 513–535; DOI: 10.1016/j.petrol.2017.05.019
3. Sahai R., Moghanloo R.G. Proppant transport in complex fracture networks: A review. *J. Petroleum Sci. Engrg.*, 2019; DOI: 10.1016/j.petrol.2019.106199
4. Wen Q., Wang S., Duan X., Wang F., Jin X. Experimental investigation of proppant settling in complex hydraulic-natural fracture system in shale reservoirs. *J. Natural Gas Sci. Engrg.*, 2016, Vol. 33, pp. 70–80; DOI: 10.1016/j.jngse.2016.05.010
5. Golovin S. V., Kazakova M. Yu. One-dimensional model of two-phase fluid displacement in a slot with permeable walls. *J. Appl. Mech. Tech. Phys.*, 2017, Vol. 58, No. 1, pp. 17–30.
6. Nigmatulin R.I. Dinamika mnogofaznykh sred [Dynamics of multiphase media]. Moscow: Nauka, 1987, Vol. 1, 2 (in Russian).
7. Boronin S. A., Osiptsov A. A. Two-continua model of suspension flow in a hydraulic fracture. *Dokl. Phys.*, 2010, Vol. 55, No. 4, pp. 199–202.

8. Gavrilov A. A., Shebelev A. V. Single-fluid model of a mixture for laminar flows of highly concentrated suspension. *Fluid Dynamics*, 2018, Vol. 53, No. 2, pp. 255–269.
9. Pityuk Y.A., Abramova O.A., Fatkullina N.B., Bulatova A.Z. BEM based numerical approach for the study of the dispersed systems rheological properties. *Studies in Systems, Decision and Control*, 2019, Vol. 199, pp. 338–352.
10. Iulmukhametova R.R., Musin A.A., Kovaleva L.A. Mathematical modelling of a laminar suspension flow in the flat inclined channel. *J. Physics. Conf. Ser.*, 2021, article 012044; DOI: 10.1088/1742-6596/2057/1/012044
11. Kong X., McAndrew J. A computational fluid dynamics study of proppant placement in hydraulic fracture networks. *SPE Unconventional Resources Conf.*, Calgary, Alberta, Canada, 15–16 February 2017, SPE-185083-MS; DOI: 10.2118/185083-MS
12. Wang H., Wang M., Yang B., Lu Q., Zheng Y., Zhao H. Numerical study of supercritical CO₂ and proppant transport in different geometrical fractures. *Greenhouse Gases. Sci. Technol.*, 2018, Vol. 8; DOI:10.1002/ghg.1803
13. Zhang Y., Lu X., Zhang X., Li P. Proppant transportation in cross fractures: some findings and suggestions for field engineering. *Energies*, 2020, Vol. 13, article 4912; DOI:10.3390/en13184912
14. Krieger I.M. Rheology of monodisperse lattice. *Adv. Colloid Interface Sci.*, 1972, Vol. 3, pp. 111–136.
15. Morris J.F., Boulay F. Curvilinear flows of non-colloidal suspensions: the role of normal stresses. *J. Rheol.*, 1999, Vol. 43, pp. 1213–1237.
16. Tetlow N., Graham A.L., Ingber M.S., Subia S.R., Mondy L.A., Altobelli S.A. Particle migration in a Couette apparatus: experiment and modeling. *J. Rheol.*, 1998, Vol. 42, pp. 307–327.
17. Ingber M.S., Graham A.L., Mondy L.A., Fang Z. An improved constitutive model for concentrated suspensions accounting for shear-induced particle migration rate dependence on particle radius. *Internat. J. Multiphase Flow*, 2009, Vol. 35, pp. 270–276.
18. Iulmukhametova R. R., Musin A. A., Kovaleva L. A. Chislennoe modelirovanie laminarnogo techeniya suspenzii v ploskom kanale [Numerical simulation of a laminar suspension flow in a flat channel]. *Vestnik Bashkir. Univ.*, 2021, Vol. 26, No. 2, pp. 281–286 (in Russian); DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2021.2.2
19. Iulmukhametova R.R., Musin A.A., Kovaleva L.A. Mathematical modeling of the flow of viscous incompressible fluid with suspended particles in flat inclined channel. *Adv. Probl. Mech. II. 2020. (Lecture Notes Mech. Engrg.*, 2022); DOI: 10.1007/978-3-030-92144-6_3