Варианты вступительных экзаменов по математике в НГУ

(ФЕН, ГГФ, ЭФ — менеджмент, право, социология)

июль 2005, Новосибирск

Вариант 21

1. Из некоторого раствора соли в воде испарилось 30 г воды. В результате получился раствор, содержащий 2% соли. Затем добавили 10 г соли и получили раствор, содержащий 3% соли. Определить процентное содержание соли в начальном растворе.

2. Решить уравнение $6 \cos^3 x + 7 \sin x = 6 \sin^3 x + 7 \cos x$.

3. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 9$ и $BC = 6$ на стороне AB выбрана точка D так, что $AD = 5$. Известно, что периметр треугольника ACD равен 25. Найти длину стороны AC .

4. Решить неравенство

$$(5x^2 + x + 1)^{x^2+2x-3} \geq (4x^2 + 2x + 3)^{x^2+2x-3}.$$

5. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA_1 , BB_1 , CC_1 , DD_1 точка M — середина ребра BC . В плоскости грани $AA_1 B_1 B$ куба выбрана точка K таким образом, что треугольник AMK равносторонний. Найти угол между плоскостями AMK и $ABCD$.

Вариант 22

1. В некоторый раствор соли в воде добавили 2 г соли. В результате получился раствор, содержащий 5% соли. Затем, когда из этого раствора испарилось 17 г воды, получился раствор, содержащий 6% соли. Определить процентное содержание соли в начальном растворе.

2. Решить уравнение $4 \cos^3 x - 5 \sin x = 5 \cos x - 4 \sin^3 x$.

3. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 25$ и $BC = 15$ на стороне AB выбрана точка D так, что $AD = 16$. Известно, что $AC - CD = 12$. Найти длину отрезка CD .

4. Решить неравенство

$$(3x^2 + 2x + 3)^{x^2+x-6} \leq (2x^2 - x + 1)^{x^2+x-6}.$$

5. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA_1 , BB_1 , CC_1 , DD_1 точки M и K выбраны соответственно на ребре CD и в плоскости грани $BB_1 C_1 C$ так, что $CM : MD = 1 : 2$, а треугольник BMK равносторонний. Найти угол между плоскостями BMK и $ABCD$.

Вариант 23

1. В некоторый раствор соли в воде добавили 15 г воды. В результате получился раствор, содержащий 4% соли. Затем добавили 1 г соли и получили раствор, содержащий 5% соли. Определить процентное содержание соли в начальном растворе.

2. Решить уравнение $4 \sin^3 x + 3 \cos x = 4 \cos^3 x + 3 \sin x$.

3. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 16$ и $BC = 12$ на стороне AB выбрана точка D так, что $AD = 7$. Известно, что $AC + CD = 14$. Найти длину стороны AC .

4. Решить неравенство

$$(2x^2 - 3x + 8)^{x^2 - 2x - 8} \geq (x^2 + 2x + 2)^{x^2 - 2x - 8}.$$

5. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA_1 , BB_1 , CC_1 , DD_1 точки M и K выбраны соответственно на ребре AD и в плоскости грани $CC_1 D_1 D$ так, что $AM : MD = 1 : 2$, а треугольник CMK равносторонний. Найти угол между плоскостями CMK и $ABCD$.

Вариант 24

1. В некоторый раствор соли в воде добавили 1 г соли. В результате получился раствор, содержащий 4% соли. Затем добавили 17 г воды и получили раствор, содержащий 3% соли. Определить процентное содержание соли в начальном растворе.

2. Решить уравнение $8 \sin^3 3x - 7 \sin x = 7 \cos x - 8 \cos^3 x$.

3. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 25$ и $BC = 20$ на стороне AB выбрана точка D так, что $AD = 9$. Известно, что $AC - CD = 6$. Найти длину отрезка CD .

4. Решить неравенство

$$(4x^2 - x + 1)^{x^2 - 3x - 4} \leq (3x^2 - 2x + 7)^{x^2 - 3x - 4}.$$

5. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA_1 , BB_1 , CC_1 , DD_1 точки M и K выбраны соответственно на ребре AB и в плоскости грани $AA_1 D_1 D$ так, что $AM : MB = 1 : 3$, а треугольник DMK равносторонний. Найти угол между плоскостями DMK и $ABCD$.