Варианты вступительных экзаменов по математике в НГУ

(ФЕН, ГГФ, ЭФ — менеджмент, право, социология)

июль 2005, Новосибирск

Вариант 21

1. Из некоторого раствора соли в воде испарилось 30 г воды. В результате получился раствор, содержащий 2% соли. Затем добавили 10 г соли и получили раствор, содержащий 3% соли. Определить процентное содержание соли в начальном растворе.

2. Решить уравнение $6\cos^3 x + 7\sin x = 6\sin^3 x + 7\cos x$.

3. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 9$ и $BC = 6$ на стороне AB выбрана точка D так, что $AD = 5$. Известно, что периметр треугольника ACD равен 25. Найти длину стороны AC.

4. Решить неравенство

$$(5x^2 + x + 1)^{x^2+2x-3} \geqslant (4x^2 + 2x + 3)^{x^2+2x-3}.$$

5. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 точка M — середина ребра BC. В плоскости грани AA_1B_1B куба выбрана точка K таким образом, что треугольник AMK равносторонний. Найти угол между плоскостями AMK и $ABCD$.

Вариант 22

1. В некоторый раствор соли в воде добавили 2 г соли. В результате получился раствор, содержащий 5% соли. Затем, когда из этого раствора испарилось 17 г воды, получился раствор, содержащий 6% соли. Определить процентное содержание соли в начальном растворе.

2. Решить уравнение $4\cos^3 x - 5\sin x = 5\cos x - 4\sin^3 x$.

3. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 25$ и $BC = 15$ на стороне AB выбрана точка D так, что $AD = 16$. Известно, что $AC - CD = 12$. Найти длину отрезка CD.

4. Решить неравенство

$$(3x^2 + 2x + 3)^{x^2+x-6} \leqslant (2x^2 - x + 1)^{x^2+x-6}.$$

5. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 точки M и K выбраны соответственно на ребре CD и в плоскости грани BB_1C_1C так, что $CM : MD = 1 : 2$, а треугольник BMK равносторонний. Найти угол между плоскостями BMK и $ABCD$.

Вариант 23

1. В некоторый раствор соли в воде добавили 15 г воды. В результате получился раствор, содержащий 4% соли. Затем добавили 1 г соли и получили раствор, содержащий 5% соли. Определить процентное содержание соли в начальном растворе.

2. Решить уравнение $4\sin^3 x + 3\cos x = 4\cos^3 x + 3\sin x$.

3. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 16$ и $BC = 12$ на стороне AB выбрана точка D так, что $AD = 7$. Известно, что $AC + CD = 14$. Найти длину стороны AC.

4. Решить неравенство

$$(2x^2 - 3x + 8)^{x^2-2x-8} \geqslant (x^2 + 2x + 2)^{x^2-2x-8}.$$

5. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 точки M и K выбраны соответственно на ребре AD и в плоскости грани CC_1D_1D так, что $AM : MD = 1 : 2$, а треугольник CMK равносторонний. Найти угол между плоскостями CMK и $ABCD$.

Вариант 24

1. В некоторый раствор соли в воде добавили 1 г соли. В результате получился раствор, содержащий 4% соли. Затем добавили 17 г воды и получили раствор, содержащий 3% соли. Определить процентное содержание соли в начальном растворе.

2. Решить уравнение $8\sin^3 3x - 7\sin x = 7\cos x - 8\cos^3 x$.

3. В треугольнике ABC со сторонами $AB = 25$ и $BC = 20$ на стороне AB выбрана точка D так, что $AD = 9$. Известно, что $AC - CD = 6$. Найти длину отрезка CD.

4. Решить неравенство

$$(4x^2 - x + 1)^{x^2-3x-4} \leqslant (3x^2 - 2x + 7)^{x^2-3x-4}.$$

5. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 точки M и K выбраны соответственно на ребре AB и в плоскости грани AA_1D_1D так, что $AM : MB = 1 : 3$, а треугольник DMK равносторонний. Найти угол между плоскостями DMK и $ABCD$.