Варианты вступительных экзаменов по математике в НГУ

(ММФ, ФФ, ФИТ, ЭФ — экономика)

июль 2005, Новосибирск

Вариант 11

1. Найти все значения параметра a , при которых уравнение

$$\sqrt{4 + 2a - 2} = x - 2$$

имеет хотя бы один корень.

2. Решить уравнение $\sin x + \cos x + \sqrt{1 - \sin 2x} = 1$.

3. В равнобедренном треугольнике ABC с боковыми сторонами AB и BC окружность с диаметром BC пересекает стороны AB и AC в точках M и N соответственно. Найти стороны треугольника ABC , если известно, что площади треугольников BMN и BCN равны 12 и 15.

4. Решить неравенство

$$(5x^2 + x + 1)^{x^2+2x-3} \geq (4x^2 + 2x + 3)^{x^2+2x-3}.$$

5. В треугольной пирамиде $ABCD$ ребра AC и BD имеют длину 1, все остальные ребра длины 2. Из вершин A и B проведены высоты AH и BK к граням BCD и ACD соответственно. Найти расстояние между прямыми AH и BK .

Вариант 12

1. Найти все значения параметра a , при которых уравнение

$$\sqrt{9 + 5a + 2x} + x + 3 = 0$$

имеет хотя бы один корень.

2. Решить уравнение $\sin x - \cos x = \sqrt{1 + \sin 2x} - 1$.

3. В равнобедренном треугольнике ABC с боковыми сторонами AB и BC окружность с диаметром BC пересекает стороны AB и AC в точках M и N . Найти стороны треугольника ABC , если известно, что отрезок MN делит треугольник ABC на части, площади которых равны $2\sqrt{2}$ и $16\sqrt{2}$.

4. Решить неравенство

$$(3x^2 + 2x + 3)^{x^2+x-6} \leq (2x^2 - x + 1)^{x^2+x-6}.$$

5. В основании треугольной пирамиды $ABCD$ лежит равнобедренный треугольник ABC со сторонами $AB = BC = 4$, $AC = 5$, длины остальных ребер $BD = 3$, $AD = CD = 5$. Из вершин B и C проведены высоты BH и CK к граням ACD и ABD соответственно. Найти расстояние между прямыми BH и CK .

Вариант 13

1. Найти все значения параметра a , при которых уравнение

$$\sqrt{4 + 3a - 6x} + 2 - x = 0$$

имеет хотя бы один корень.

2. Решить уравнение $\sin x + \cos x = 1 + \sqrt{1 - \sin 2x}$.

3. В равнобедренном треугольнике ABC с боковыми сторонами AB и BC окружность с диаметром BC пересекает стороны AB и AC в точках M и N . Найти стороны треугольника ABC , если известно, что площади треугольников AMN и ABC равны $\sqrt{15}$ и $16\sqrt{15}$.

4. Решить неравенство

$$(2x^2 - 3x + 8)^{x^2 - 2x - 8} \geq (x^2 + 2x + 2)^{x^2 - 2x - 8}.$$

5. В треугольной пирамиде $ABCD$ ребра AD и BC имеют длину 2, все остальные ребра длины 3. Из вершин C и D проведены высоты CH и DK к граням ABD и ABC соответственно. Найти расстояние между прямыми CH и DK .

Вариант 14

1. Найти все значения параметра a , при которых уравнение

$$\sqrt{9 + 3a - x} = x - 3$$

имеет хотя бы один корень.

2. Решить уравнение $\sin x - \cos x + \sqrt{1 + \sin 2x} = 1$.

3. В равнобедренном треугольнике ABC с боковыми сторонами AB и BC окружность с диаметром BC пересекает стороны AB и AC в точках M и N . Найти стороны треугольника ABC , если известно, что площади треугольников AMN и BMN равны 2 и 3 соответственно.

4. Решить неравенство

$$(4x^2 - x + 1)^{x^2 - 3x - 4} \leq (3x^2 - 2x + 7)^{x^2 - 3x - 4}.$$

5. В основании треугольной пирамиды $ABCD$ лежит равносторонний треугольник ABC со стороной 5, длины остальных ребер $AD = CD = 3$, $BD = 4$. Из вершин A и D проведены высоты AH и DK к граням BAC и BCD соответственно. Найти расстояние между прямыми AH и DK .