**Варианты вступительных экзаменов по математике в НГУ**

(ММФ, ФФ, ФИТ, ЭФ — экономика)

июль 2005, Новосибирск

## Вариант 11

**1.** Найти все значения параметра $a$, при которых уравнение

$$\sqrt{4+2a-2} = x-2$$

имеет хотя бы один корень.

**2.** Решить уравнение $\sin x + \cos x + \sqrt{1-\sin 2x} = 1$.

**3.** В равнобедренном треугольнике $ABC$ с боковыми сторонами $AB$ и $BC$ окружность с диаметром $BC$ пересекает стороны $AB$ и $AC$ в точках $M$ и $N$ соответственно. Найти стороны треугольника $ABC$, если известно, что площади треугольников $BMN$ и $BCN$ равны 12 и 15.

**4.** Решить неравенство

$$(5x^2+x+1)^{x^2+2x-3} \geqslant (4x^2+2x+3)^{x^2+2x-3}.$$

**5.** В треугольной пирамиде $ABCD$ ребра $AC$ и $BD$ имеют длину 1, все остальные ребра длины 2. Из вершин $A$ и $B$ проведены высоты $AH$ и $BK$ к граням $BCD$ и $ACD$ соответственно. Найти расстояние между прямыми $AH$ и $BK$.

## Вариант 12

**1.** Найти все значения параметра $a$, при которых уравнение

$$\sqrt{9+5a+2x} + x + 3 = 0$$

имеет хотя бы один корень.

**2.** Решить уравнение $\sin x - \cos x = \sqrt{1+\sin 2x} - 1$.

**3.** В равнобедренном треугольнике $ABC$ с боковыми сторонами $AB$ и $BC$ окружность с диаметром $BC$ пересекает стороны $AB$ и $AC$ в точках $M$ и $N$. Найти стороны треугольника $ABC$, если известно, что отрезок $MN$ делит треугольник $ABC$ на части, площади которых равны $2\sqrt{2}$ и $16\sqrt{2}$.

**4.** Решить неравенство

$$(3x^2+2x+3)^{x^2+x-6} \leqslant (2x^2-x+1)^{x^2+x-6}.$$

**5.** В основании треугольной пирамиды $ABCD$ лежит равнобедренный треугольник $ABC$ со сторонами $AB = BC = 4$, $AC = 5$, длины остальных ребер $BD = 3$, $AD = CD = 5$. Из вершин $B$ и $C$ проведены высоты $BH$ и $CK$ к граням $ACD$ и $ABD$ соответственно. Найти расстояние между прямыми $BH$ и $CK$.

## Вариант 13

**1.** Найти все значения параметра $a$, при которых уравнение

$$\sqrt{4+3a-6x}+2-x=0$$

имеет хотя бы один корень.

**2.** Решить уравнение $\sin x+\cos x=1+\sqrt{1-\sin 2x}$.

**3.** В равнобедренном треугольнике $ABC$ с боковыми сторонами $AB$ и $BC$ окружность с диаметром $BC$ пересекает стороны $AB$ и $AC$ в точках $M$ и $N$. Найти стороны треугольника $ABC$, если известно, что площади треугольников $AMN$ и $ABC$ равны $\sqrt{15}$ и $16\sqrt{15}$.

**4.** Решить неравенство

$$(2x^2-3x+8)^{x^2-2x-8}\geqslant(x^2+2x+2)^{x^2-2x-8}.$$

**5.** В треугольной пирамиде $ABCD$ ребра $AD$ и $BC$ имеют длину 2, все остальные ребра длины 3. Из вершин $C$ и $D$ проведены высоты $CH$ и $DK$ к граням $ABD$ и $ABC$ соответственно. Найти расстояние между прямыми $CH$ и $DK$.

## Вариант 14

**1.** Найти все значения параметра $a$, при которых уравнение

$$\sqrt{9+3a-x}=x-3$$

имеет хотя бы один корень.

**2.** Решить уравнение $\sin x-\cos x+\sqrt{1+\sin 2x}=1$.

**3.** В равнобедренном треугольнике $ABC$ с боковыми сторонами $AB$ и $BC$ окружность с диаметром $BC$ пересекает стороны $AB$ и $AC$ в точках $M$ и $N$. Найти стороны треугольника $ABC$, если известно, что площади треугольников $AMN$ и $BMN$ равны 2 и 3 соответственно.

**4.** Решить неравенство

$$(4x^2-x+1)^{x^2-3x-4}\leqslant(3x^2-2x+7)^{x^2-3x-4}.$$

**5.** В основании треугольной пирамиды $ABCD$ лежит равносторонний треугольник $ABC$ со стороной 5, длины остальных ребер $AD=CD=3$, $BD=4$. Из вершин $A$ и $D$ проведены высоты $AH$ и $DK$ к граням $BCD$ и $ABC$ соответственно. Найти расстояние между прямыми $AH$ и $DK$.