

Вариант А1

1. Для постройки амбара поп нанял несколько одинаково работоспособных и одинаково прожорливых работников, уговорившись, что в качестве платы будет их кормить. После того, как половина амбара была построена, поп сообразил, что ему не хватает запаса провизии. Когда она закончится,  $\frac{1}{10}$  часть амбара останется недостроенной. Поэтому поп нанял дополнительно Балду, который ест за четверых, а работает за семерых. В результате амбар был построен, да еще и  $\frac{1}{36}$  часть провизии осталась несъеденной. Сколько работников было у попа без Балды? Ответ: 5.

2. Решить уравнение  $\frac{\cos^3 x - \cos 3x}{\sin 3x + \sin^3 x} = \operatorname{tg} 5x$ . Ответ:  $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{2}, k \in \mathbb{Z}$ .

3. В трапеции  $ABCD$  на боковых сторонах  $AB$  и  $CD$  расположены соответственно точки  $M$  и  $N$  так, что  $AM : MB = 3 : 1$ , а прямые  $AN$  и  $MC$  параллельны. Известно, что площадь трапеции  $AMCN$  составляет 65% от площади трапеции  $ABCD$ . Найти отношение  $CN : ND$ . Ответ: 3 : 2.

4. Решить неравенство  $\sqrt{|x^2 - 6x + 5| - 4} \geq \sqrt{2}(1-x)$ . Ответ:  $\{-1\} \cup \{3\} \cup [3+2\sqrt{2}, +\infty)$ .

5. В треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  с боковыми ребрами  $AA_1, BB_1, CC_1$  точка  $M$  — середина ребра  $A_1C_1$ . Через точки  $A$  и  $M$  проводится плоскость  $\alpha$ , которая пересекает ребро  $BC$  в точке  $N$ . Известно, что расстояния от вершин  $B$  и  $C$  до плоскости  $\alpha$  равны. В каком отношении точка  $N$  делит ребро  $BC$ ? Ответ:  $BN : NC = 1 : 2$ .

Вариант А2

1. Змей Горыныч решил благоустроить свою пещеру. Поймав несколько леших в ближайшем лесу, он приказал им произвести ремонт, пообещав кормить по ходу выполнения работ. Один из леших оказался страшным обжорой. Работая наравне с каждым из остальных, он ел за пятерых. Когда половина ремонта была завершена, Змей Горыныч сообразил, что ему не хватит запаса еды до окончания работ. Запас закончится, когда неотремонтированной останется  $\frac{1}{10}$  часть пещеры. Недолго думая, он съел обжору, а оставшуюся часть ремонта остальные лешие делали без него. В результате, когда ремонт был завершен, у Змея Горыныча осталась еще  $\frac{1}{21}$  часть от общего запаса еды. Сколько леших поймал Змей Горыныч перед началом ремонта?

2. Решить уравнение  $\frac{\sin 3x + \sin^3 x}{\cos^3 x - \cos 3x} = \operatorname{ctg} 5x$ .

3. В трапеции  $ABCD$  на боковых сторонах  $AB$  и  $CD$  расположены соответственно точки  $M$  и  $N$  так, что  $AM : MB = 3 : 2$ , а прямые  $AN$  и  $MC$  параллельны. Известно, что площади трапеции  $AMCN$  составляет 54% от площади трапеции  $ABCD$ . Найти отношение  $AD : BC$ .

4. Решить неравенство  $\sqrt{|x^2 + 2x - 2| - 3} \geq \sqrt{3}(x - 1)$ .

5. В треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  с боковыми ребрами  $AA_1, BB_1, CC_1$  точки  $K$  и  $L$  — середины ребер  $AA_1$  и  $BC$  соответственно. Через точки  $C_1$  и  $L$  проводится плоскость  $\alpha$ , которая пересекает ребро  $A_1B_1$  в точке  $N$ . Известно, что расстояния от точек  $B_1$  и  $K$  до плоскости  $\alpha$  равны. В каком отношении точка  $N$  делит ребро  $A_1B_1$ ?

### Вариант А3

1. Царь задумал построить новые палаты и призвал несколько богатырей, предложив им в качестве платы по ходу строительства пить мед из его кладовой. После того, как половина работы была сделана, царь зашел в кладовые и обнаружил, что меда недостаточно. Когда он закончится,  $\frac{1}{16}$  часть палат останется недостроенной. Поэтому царь обратился за помощью к Илье Муромцу, который хоть и пьет в три раза больше каждого богатыря, но и работает за пятерых. В результате, когда совместными усилиями Ильи Муромца и ранее призванных богатырей строительство было завершено, в кладовой осталась невыпитой  $\frac{1}{45}$  часть имевшегося там меда. Сколько богатырей призвал царь в самом начале?

2. Решить уравнение 
$$\frac{\cos 3x - \cos^3 x}{\sin 3x + \sin^3 x} = \operatorname{tg} 7x.$$

3. В трапеции  $ABCD$  на боковых сторонах  $AB$  и  $CD$  расположены соответственно точки  $M$  и  $N$  так, что  $AM : MB = DN : NC$ , а прямые  $AN$  и  $MC$  параллельны. Известно, что площадь трапеции  $AMCN$  составляет 40% от площади трапеции  $ABCD$ . Найти отношение  $AD : BC$ .

4. Решить неравенство 
$$\sqrt{|x^2 - 4x + 3|} - 1 \geq \sqrt{2}(x - 3).$$

5. В треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  с боковыми ребрами  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  точки  $M$  и  $K$  — середины ребер  $CC_1$  и  $A_1C_1$  соответственно. Через точки  $M$  и  $K$  проводится плоскость  $\alpha$ , которая пересекает ребро  $AB$  в точке  $N$ . Известно, что расстояния от вершин  $A$  и  $B_1$  до плоскости  $\alpha$  равны. В каком отношении точка  $N$  делит ребро  $AB$ ?

### Вариант А4

1. Соловей-Разбойник решил построить склад для хранения награбленного добра. Поймав несколько путников, он приказал им построить склад, пообещав в качестве вознаграждения поить их по ходу выполнения работ пивом из имевшейся у него бочки. На его беду, одним из пойманных путников оказался Иван Разгуляев, который хоть и работал в два раза быстрее каждого из остальных, но и пил за троих. После того, как половина склада была построена, Соловей-Разбойник сообразил, что пива недостаточно. Когда бочка полностью опустеет,  $\frac{1}{16}$  часть склада останется недостроенной. Тогда Соловей-Разбойник выгнал Разгуляева, а оставшуюся часть склада достраивали остальные путники. В результате, когда склад был построен, в бочке осталась  $\frac{1}{25}$  часть от первоначального количества пива. Сколько путников поймал Соловей-Разбойник?

2. Решить уравнение 
$$\frac{\sin 3x + \sin^3 x}{\cos 3x - \cos^3 x} = \operatorname{ctg} 7x.$$

3. В трапеции  $ABCD$  на боковых сторонах  $AB$  и  $CD$  расположены соответственно точки  $M$  и  $N$  так, что прямые  $AN$  и  $MC$  параллельны. Известно, что  $AD : BC = 3 : 2$ , а площадь трапеции  $AMCN$  составляет 70% от площади трапеции  $ABCD$ . Найти отношение  $AM : MB$ .

4. Решить неравенство 
$$\sqrt{|x^2 - 6x + 6|} - 3 \geq \sqrt{3}(1 - x).$$

5. В треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  с боковыми ребрами  $AA_1$ ,  $BB_1$ ,  $CC_1$  точки  $K$  и  $L$  — середины ребер  $CC_1$  и  $AB$  соответственно. Через точки  $B_1$  и  $L$  проводится плоскость  $\alpha$ , которая пересекает ребро  $A_1C_1$  в точке  $N$ . Известно, что расстояния от точек  $A$  и  $K$  до плоскости  $\alpha$  равны. В каком отношении точка  $N$  делит ребро  $A_1C_1$ ?