

Реп-06-ММФ. Вариант А1

1. Абитуриент начал писать экзаменационную работу между 9 и 10 часами, а закончил между 13 и 14 часами. Найти точное время, затраченное абитуриентом на выполнение задания, если известно, что в начале и конце его работы часовая и минутная стрелки, поменявшись местами, занимали одни и те же положения на циферблате часов.

Ответ: $\frac{60}{13}$ часа.

2. Решить уравнение
$$\frac{\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) - \sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right)}{\sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)} = 2.$$

Ответ: $\frac{2\pi n}{3}$, $n \neq 3k + 1$, $k, n \in \mathbb{Z}$.

3. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC из вершин B и D к диагонали AC проведены перпендикуляры BH и DK . Известно, что основания перпендикуляров лежат на отрезке AC и $AC = 20$, $AK = 19$, $AH = 3$. Найти площадь трапеции $ABCD$.

Ответ: 120.

4. Найти все значения параметра a , при каждом из которых множество решений неравенства $(4a + 5)x - 2x^2 \geq 6a + 3$ содержит единственное целое число.

Ответ: $\left(-\frac{1}{2}, 0\right] \cup \left[\frac{1}{2}, 1\right)$.

5. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ ребра основания ABC равны 2. Точки M и N — середины ребер SA и BC соответственно, а точка K расположена на ребре AC так, что $AK = 3CK$. Окружность, проходящая через точки M , N и K , пересекает ребро SB . Найти длину бокового ребра пирамиды $SABC$.

Ответ: $2\sqrt{3}$.

Реп-06-ММФ. Вариант А2

1. Заседание приемной комиссии началось между 13 и 14 часами, а закончилось между 16 и 17 часами. Найти точное время длительности заседания, если известно, что в начале и конце заседания часовая и минутная стрелки, поменявшись местами, занимали одни и те же положения на циферблате часов.

Ответ: $\frac{36}{13}$ часа.

2. Решить уравнение
$$\frac{\cos\left(4x + \frac{\pi}{6}\right) - \cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)}{\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)} = -2.$$

Ответ: $\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}$, $n \neq 3k + 1$, $k, n \in \mathbb{Z}$.

3. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с боковыми сторонами AB и CD , длины которых равны 10, из вершин B и D к диагонали AC проведены перпендикуляры BH и DK . Известно, что основания перпендикуляров лежат на отрезке AC и $AH : AK : AC = 5 : 14 : 15$. Найти площадь трапеции $ABCD$.

Ответ: 180.

4. Найти все значения параметра a , при каждом из которых множество решений неравенства $2x^2 - (4a - 9)x \leq 6a - 9$ содержит единственное целое число.

Ответ: $\left[1, \frac{3}{2}\right) \cup \left(0, \frac{1}{2}\right]$.

5. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ ребра основания $ABCD$ равны 2. Точки M и N — середины ребер SB и CD соответственно. Окружность, проходящая через точки A , M и N , пересекает ребро SC . Найти длину бокового ребра пирамиды $SABCD$.

Ответ: $2\sqrt{3}$.

Реп-06-ММФ. Вариант А3

1. Вечером солнце зашло между 21 и 22 часами. На следующее утро рассвело между 5 и 6 часами. Найти точное время от заката до рассвета, если известно, что в момент захода солнца и в момент его восхода часовая и минутная стрелки, поменявшись местами, занимали одни и те же положения на циферблате часов.

Ответ: $\frac{108}{13}$ часа.

2. Решить уравнение
$$\frac{\cos\left(4x + \frac{5\pi}{6}\right) + \cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{6} - x\right)} = 2.$$

Ответ: $\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}, n \neq 3k + 2, k, n \in \mathbb{Z}.$

3. В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC из вершин B и D к диагонали AC проведены перпендикуляры BH и DK , причем основания перпендикуляров лежат на отрезке AC . Известно, что $AH = 4$, $AK = 6$, $AC = 7$ и $AB : CD = 2$. Найти площадь трапеции $ABCD$.

Ответ: $\frac{21\sqrt{5}}{5}.$

4. Найти все значения параметра a , при каждом из которых множество решений неравенства $(6a + 3)x - 2x^2 \geq 3a + 1$ содержит единственное целое число.

Ответ: $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right] \cup \left[0, \frac{1}{3}\right).$

5. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ ребра основания ABC равны 4. Точки M и N — середины ребер SB и AC соответственно, а точка K расположена на ребре BC так, что $CK = 3BK$. Окружность, проходящая через точки M , N и K , пересекает ребро SA . Найти длину бокового ребра пирамиды $SABC$.

Ответ: $\frac{4\sqrt{3}}{3}.$

Реп-06-ММФ. Вариант А4

1. Студент лег спать между 2 и 3 часами ночи, а проснулся между 10 и 11 часами утра. Найти точное время, потраченное им на сон, если известно, что в начале и конце его сна часовая и минутная стрелки, поменявшись местами, занимали одни и те же положения на циферблате часов.

Ответ: $\frac{96}{13}$ часа.

2. Решить уравнение
$$\frac{\sin\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)} = -2.$$

Ответ: $\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi n}{3}, n \neq 3k + 1, k, n \in \mathbb{Z}.$

3. В трапеции $ABCD$ с боковыми сторонами $AB = 3$ и $CD = 2$ из вершин B и D к диагонали AC проведены перпендикуляры BH и DK . Известно, что основания перпендикуляров лежат на отрезке AC и $AC : AK : AH = 9 : 8 : 3$. Найти площадь трапеции $ABCD$.

Ответ: $\frac{63}{5}.$

4. Найти все значения параметра a , при каждом из которых множество решений неравенства $2x^2 - (6a - 5)x \leq 3a - 2$ содержит единственное целое число.

Ответ: $\left(0, \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3}, 1\right).$

5. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ ребра основания $ABCD$ равны 6. Точки M , N и K — середины ребер AB , BC и SC соответственно. Окружность, проходящая через точки M , N и K , пересекает ребро SD . Найти длину бокового ребра пирамиды $SABCD$.

Ответ: $2\sqrt{6}.$