

Варианты вступительных экзаменов в НГУ

теоретический экзамен

(ММФ, ФИТ, ЭФ — экономика)

июль 2006, Новосибирск

Вариант Т1

1. Доказать равенство

$$\frac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = (\log_4 9^{\sqrt{7}} - 3 \log_{(1/8)} 3^{\sqrt{5}}) \cdot \log_3 2.$$

2. Окружности S_1 и S_2 , касающиеся друг друга внешним образом в точке A , расположены внутри окружности S_3 и касаются этой окружности в точках B и C соответственно. Прямые AB и AC вторично пересекают окружность S_3 в точках M и N . Доказать, что MN — диаметр окружности S_3 .

3. При каких целых k отношение $\frac{\cos((k+1)\pi/13)}{\cos(k\pi/13)}$ принимает наибольшее значение?

4. Существует ли треугольная пирамида, все грани которой являются прямоугольными треугольниками? Ответ обосновать.

Вариант Т2

1. Доказать равенство

$$\frac{5}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = (\log_{27} 8^{\sqrt{7}} + 2 \log_{(1/9)} 2^{\sqrt{6}}) \cdot \log_2 3.$$

2. Окружности S_1 и S_2 , касающиеся друг друга внешним образом в точке A , расположены вне окружности S_3 и касаются этой окружности в точках B и C соответственно. Прямые AB и AC вторично пересекают окружность S_3 в точках M и N . Доказать, что MN — диаметр окружности S_3 .

3. При каких целых k отношение $\frac{\sin((k+1)\pi/19)}{\cos(k\pi/19)}$ принимает наименьшее значение?

4. Существует ли четырехугольная пирамида, все боковые грани которой являются прямоугольными треугольниками? Ответ обосновать.