

Варианты вступительных экзаменов в НГУ

(ММФ, ФФ, ФИТ, ЭФ — экономика)

июль 2006, Новосибирск

Вариант 11

1. В пяти диктантах школьник ошибся 31 раз, причем в каждом следующем диктанте он делал ошибок меньше, чем в предыдущем. В последнем диктанте школьник ошибся в 3 раза меньше, чем в первом. Сколько ошибок допустил школьник во втором диктанте?

2. Решить уравнение $\cos 6x = \cos 7x \cdot \operatorname{tg} 7x$.

3. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке M . Найти площадь трапеции $ABCD$, если известно, что угол AMB равен $\arccos \frac{3}{5}$, а средняя линия трапеции равна 4.

4. Найти все значения параметра a , при каждом из которых не существует ни одной пары (x, y) положительных чисел, удовлетворяющей системе уравнений

$$\begin{cases} x^{2-a} \cdot y^{3+a} = \sqrt{2} \\ x^{2a+8} \cdot y^{3a+7} = 2. \end{cases}$$

5. В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 точка M — середина ребра CC_1 . Точка N расположена в плоскости основания $ABCD$ так, что прямая $A_1 N$ параллельна плоскости BDM и перпендикулярна прямой AB_1 . Найти длину отрезка $A_1 N$.

Вариант 12

1. Из пяти шляп фокусник извлек 26 кроликов. Начав с первой шляпы, из которой он вынул не менее одного кролика, из каждой следующей он извлекал больше, чем из предыдущей. Из последней шляпы он вынул кроликов в четыре раза больше, чем из второй. Сколько кроликов извлек фокусник из третьей шляпы?

2. Решить уравнение $\sin 5x = \operatorname{ctg} 6x \cdot \sin 6x$.

3. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке M . Найти площадь трапеции $ABCD$, если известно, что угол BMC равен $\arccos \frac{4}{5}$, а высота трапеции равна 6.

4. Найти все значения параметра a , при каждом из которых существует хотя бы одна пара (x, y) положительных чисел, удовлетворяющая системе уравнений

$$\begin{cases} x^{a+4} \cdot y^{a+2} = \sqrt[3]{3} \\ x^{4a+13} \cdot y^{2a+5} = 3. \end{cases}$$

5. В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 точка N расположена в плоскости основания $ABCD$ так, что прямая $B_1 N$ параллельна плоскости ACD_1 и перпендикулярна прямой BC_1 . Найти длину отрезка $B_1 N$.

Вариант 13

1. За пять дней дантист удалил 32 зуба, причем в каждый следующий день он удалял зубов меньше, чем в предыдущий. В последний день он вырвал зубов в четыре раза меньше, чем в первый. Сколько зубов удалил дантист в четвертый день?

2. Решить уравнение $\cos 4x = \cos 5x \cdot \operatorname{tg} 5x$.

3. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке M . Найти площадь трапеции $ABCD$, если известно, что угол AMB равен $\arcsin \frac{3}{5}$, а высота трапеции равна 3.

4. Найти все значения параметра a , при каждом из которых не существует ни одной пары (x, y) положительных чисел, удовлетворяющей системе уравнений

$$\begin{cases} 3 \cdot x^{2a-1} \cdot y^{a+1} = 1 \\ 9 \cdot x^{a+1} \cdot y^{5-a} = 1. \end{cases}$$

5. В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 точка M — середина ребра $C_1 D_1$. Точка N расположена в плоскости основания $ABCD$ так, что прямая $A_1 N$ параллельна плоскости BDM и перпендикулярна прямой AB_1 . Найти длину отрезка $A_1 N$.

Вариант 14

1. За пять дней подготовки к экзамену студент выучил 30 вопросов. В первый день он изучил не менее одного вопроса, а в каждый следующий день больше, чем в предыдущий. В последний день он выучил вдвое больше вопросов, чем во второй день. Сколько вопросов подготовил студент в третий день?

2. Решить уравнение $\sin 3x = \operatorname{ctg} 4x \cdot \sin 4x$.

3. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке M . Найти площадь трапеции $ABCD$, если известно, что угол BMC равен $\arcsin \frac{4}{5}$, а средняя линия трапеции равна 5.

4. Найти все значения параметра a , при каждом из которых существует хотя бы одна пара (x, y) положительных чисел, удовлетворяющая системе уравнений

$$\begin{cases} 2 \cdot x^{2a-1} \cdot y^{4-a} = 1 \\ 8 \cdot x^{a+2} \cdot y^{13-4a} = 1. \end{cases}$$

5. В единичном кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с основанием $ABCD$ и боковыми ребрами AA_1, BB_1, CC_1, DD_1 точка M — середина ребра CC_1 . Точка N расположена в плоскости основания $ABCD$ так, что прямая MN параллельна плоскости ACD_1 и перпендикулярна прямой $A_1 C_1$. Найти длину отрезка MN .