

Открытая олимпиада НГУ по математике
(ФЕН, ГГФ), март 2006, вне Новосибирска

Реп-06-ФЕН выезд. Вариант АВ11

1. Два автомобиля стартовали одновременно из пункта А и двигались прямолинейно параллельными курсами по дороге, проходящей через пункт Б. В пункт Б они прибыли одновременно. Первый автомобиль на протяжении всего пути двигался равноускоренно. Второй автомобиль сначала двигался равноускоренно, а затем — с постоянной скоростью, достигнутой в результате ускорения на первом участке пути. В пункте Б скорость второго автомобиля составляла 70% скорости первого. Какую часть времени, затраченного на путь из пункта А в пункт Б, второй автомобиль двигался равноускоренно?

2. Решить уравнение

$$\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{2}{\sin^2 x} = 1.$$

3. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями $AD = 7$, $BC = 5$ точка M пересечения биссектрис углов ABC и BAD лежит на стороне CD . Найти площадь этой трапеции.

4. Решить неравенство

$$\frac{\sqrt{2x - 11} - 2}{\sqrt{x - 3} - 2} \leq 1.$$

5. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точка M — середина ребра AB ; точка N расположена на ребре SC так, что $SN : NC = 1 : 3$. Известно, что площадь боковой грани SAC равна 16. Найти площадь сечения пирамиды $SABC$ плоскостью α , которая проходит через точки M и N и параллельна прямой AC .

Реп-06-ФЕН выезд. Вариант АВ12

1. Два автомобиля двигались прямолинейно параллельными курсами по дороге, проходящей через пункт А, который они проехали одновременно, а затем также одновременно остановились в пункте Б. Первый автомобиль в пункте А начал торможение и двигался равнозамедленно до пункта Б. Второй автомобиль, пройдя пункт А, двигался с постоянной скоростью некоторое время, а потом перешел на равнозамедленное движение. Найти отношение скоростей автомобилей, с которыми они проехали через пункт А, если известно, что на торможение у второго автомобиля ушло 40% времени, затраченного на путь из пункта А в пункт Б.

2. Решить уравнение

$$\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos^2 x} = 2.$$

3. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с основанием $AD = 9$ и боковыми сторонами, равными 14, точка M пересечения биссектрис углов ADC и BCD лежит на стороне AB . Найти площадь этой трапеции.

4. Решить неравенство

$$\frac{\sqrt{2x - 6} - 1}{\sqrt{3x - 10} - 1} \geq 1.$$

5. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точки M и N расположены соответственно на ребрах SA и BC так, что $AM : MS = 1 : 3$, $CN : NB = 1 : 5$. Известно, что площадь боковой грани SAC равна 48. Найти площадь сечения пирамиды $SABC$ плоскостью α , которая проходит через точки M и N и параллельна прямой AC .

Реп-06-ФЕН выезд. Вариант АВ13

1. Два автомобиля стартовали одновременно из пункта А и двигались прямолинейно параллельными курсами по дороге, проходящей через пункт Б. В пункт Б они прибыли одновременно. Первый автомобиль на протяжении всего пути из пункта А в пункт Б двигался равноускоренно. Второй автомобиль 60% времени, затраченного на путь из пункта А в пункт Б, двигался равноускоренно, а оставшееся время — с постоянной скоростью, достигнутой в результате ускорения на первом участке пути. Найти отношение скоростей автомобилей, с которыми они проехали через пункт Б.

2. Решить уравнение

$$\frac{1}{\cos^2 x} - \frac{2}{\sin^2 x} = 2.$$

3. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с боковыми сторонами, равными 10, основание AD в четыре раза больше основания BC , а точка M пересечения биссектрис углов ABC и BAD лежит на стороне CD . Найти площадь этой трапеции.

4. Решить неравенство

$$\frac{\sqrt{5-3x}-1}{\sqrt{4-2x}-1} \leq 1.$$

5. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точка M — середина ребра SB ; точка N расположена на ребре AC так, что $CN : NA = 1 : 2$. Известно, что площадь боковой грани SBC равна 12. Найти площадь сечения пирамиды $SABC$ плоскостью α , которая проходит через точки M и N и параллельна прямой BC .

Реп-06-ФЕН выезд. Вариант АВ14

1. Два автомобиля двигались прямолинейно параллельными курсами по дороге, проходящей через пункт А, который они проехали одновременно, а затем также одновременно остановились в пункте Б. Первый автомобиль в пункте А начал торможение и двигался равнозамедленно до пункта Б. Второй автомобиль, пройдя пункт А, двигался с постоянной скоростью некоторое время, а потом перешел на равнозамедленное движение. Какую часть времени, затраченного на путь из пункта А в пункт Б, второй автомобиль двигался равнозамедленно, если известно, что в пункте А скорость второго автомобиля составляла 30% скорости первого?

2. Решить уравнение

$$\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{3}{\cos^2 x} = 1.$$

3. В равнобедренной трапеции $ABCD$ с боковыми сторонами, равными 8, основание AD на 2 больше основания BC , а точка M пересечения биссектрис углов ADC и BCD лежит на стороне AB . Найти площадь этой трапеции.

4. Решить неравенство

$$\frac{\sqrt{3-x}-2}{\sqrt{1-2x}-2} \geq 1.$$

5. В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC точки M и N расположены соответственно на ребрах SB и AC так, что $SM : MB = 2 : 3$, $AN : NC = 3 : 2$. Известно, что площадь боковой грани SBC равна 5. Найти площадь сечения пирамиды $SABC$ плоскостью α , которая проходит через точки M и N и параллельна прямой BC .