

**Открытая олимпиада НГУ по математике**  
(ФЕН, ГГФ), март 2006, Новосибирск

**Реп-07-ФЕН. Вариант В21**

1. Шел Зенон по дороге и встретил сначала черепаху, а затем бежавшего за ней Ахилла. Скорости всех персонажей постоянны. В момент встречи Зенона с черепахой расстояние от них до Ахилла было 20 метров, а когда Ахилл догнал черепаху, Зенон удалился от них на 5 метров. На сколько отставал Ахилл от черепахи в момент его встречи с Зеноном?

2. Решить уравнение  $\operatorname{tg} 3x = 6 \operatorname{tg} x$ .

3. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник  $ABC$ , касается основания  $AC$  в точке  $M$  и боковой стороны  $AB$  в точке  $N$ . Отрезки  $BM$  и  $CN$  пересекаются в точке  $K$ . Найти радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если известно, что  $AC = 12$  и  $BK : KM = 4 : 3$ .

4. Решить неравенство  $\sqrt{1 - |x|} > \frac{1}{2} - x$ .

5. В треугольной пирамиде  $ABCD$  известны длины ребер:  $AB = 4$ ,  $CD = 6$ ,  $AC = AD = BC = BD = 7$ . Медианы грани  $BCD$  пересекаются в точке  $M$ . Найти объем пирамиды  $MACD$ .

**Реп-07-ФЕН. Вариант В22**

1. С огорода домой шли Дед да Баба. Вдруг мимо них прокатился Колобок. Когда Колобок удалился на 30 метров, Дед с Бабой пустились за ним вдогонку. Колобок был такой маленький, что Дед не заметил его и пробежал мимо, опережая Бабу в этот момент на 10 метров. На какое расстояние он будет опережать Бабу, когда она поравняется с Колобком? Все скорости с момента начала погони считаются постоянными.

2. Решить уравнение  $\operatorname{ctg} 3x = 4 \operatorname{ctg} x$ .

3. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник  $ABC$ , касается основания  $AC$  в точке  $M$  и боковой стороны  $AB$  в точке  $N$ . Отрезки  $BM$  и  $CN$  пересекаются в точке  $K$ . Найти радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если известно, что  $AC = 6$  и  $CK : KN = 5 : 2$ .

4. Решить неравенство  $\frac{3}{2} - x > \sqrt{2 - |x|}$ .

5. В треугольной пирамиде  $ABCD$  известны длины ребер:  $AB = 2$ ,  $BC = 6$ ,  $AB = AC = BD = CD = 4$ . Точка  $M$  на ребре  $BD$  расположена так, что  $DM = 1$ . Найти объем пирамиды  $MABC$ .

### Реп-07-ФЕН. Вариант В23

1. К кормушке напрямик с постоянными скоростями без остановок бегут цыпленок, за ним курица, а следом петух. Когда курица догнала цыпленка, петух отставал от них на 6 метров, а когда цыпленка догнал петух, курица опережала их на 2 метра. Петух и курица прибежали к кормушке одновременно. На каком расстоянии от кормушки в этот момент был цыпленок?

2. Решить уравнение  $\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} 3x = 5$ .

3. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник  $ABC$ , касается основания  $AC$  в точке  $M$  и боковой стороны  $AB$  в точке  $N$ . Отрезки  $BM$  и  $CN$  пересекаются в точке  $K$ . Найти радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если известно, что  $AB = 10$  и  $BK : KM = 1 : 2$ .

4. Решить неравенство  $\sqrt{3 - |x|} > \frac{1}{2} - x$ .

5. В треугольной пирамиде  $ABCD$  известны длины ребер:  $AC = 2$ ,  $BD = 4$ ,  $AB = AD = BC = DC = 5$ . Точка  $M$  — середина ребра  $CD$ . Найти объем пирамиды  $MABD$ .

### Реп-07-ФЕН. Вариант В24

1. Шарик гонится за зайцем, чтобы отдать ему фотографию, а навстречу Матроскин корову с пастбища ведет. Скорости всех персонажей постоянны. Когда Матроскин встретился с зайцем, тот опережал Шарика на 60 метров, а когда Шарик догнал зайца, Матроскин отделился от них на 40 метров. На сколько метров Шарик отставал от зайца, когда Матроскин встретил Шарика?

2. Решить уравнение  $\operatorname{tg} 3x \operatorname{ctg} x = 7$ .

3. Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник  $ABC$ , касается основания  $AC$  в точке  $M$  и боковой стороны  $AB$  в точке  $N$ . Отрезки  $BM$  и  $CN$  пересекаются в точке  $K$ . Найти радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если известно, что  $AB = 5$  и  $CK : KN = 5 : 1$ .

4. Решить неравенство  $\frac{1}{3} - x < \sqrt{1 - 2|x|}$ .

5. В треугольной пирамиде  $ABCD$  известны длины ребер:  $AC = 2$ ,  $BD = 6$ ,  $AB = AD = BC = DC = 5$ . Точка  $M$  на ребре  $AD$  расположена так, что  $AM = 3MD$ . Найти объем пирамиды  $MBCD$ .