

Реп-07-ММФ. Вариант А11

1. Шел Зенон по дороге и встретил сначала черепаху, а затем бежавшего за ней Ахилла. Скорости всех персонажей постоянны. В момент встречи Зенона с черепахой расстояние от них до Ахилла было 20 метров, а когда Ахилл догнал черепаху, Зенон удалился от них на 5 метров. На сколько отставал Ахилл от черепахи в момент его встречи с Зеноном?

2. Решить уравнение $(x - 5) \sin x = \left| \cos \left(\frac{\pi}{2} + x \right) \right|$.

3. В остроугольном треугольнике ABC проведена медиана BM . Известно, что $BM = 9$, расстояние от точки C до прямой BM равно $8\sqrt{5}/3$, расстояние от точки M до прямой AB равно $3\sqrt{5}$. Найти сторону AC .

4. Найти все значения параметра a , при которых уравнение

$$x^2 + (a - 1)x + (a + 2) = 0$$

имеет два различных действительных корня и сумма квадратов этих корней не больше учетверенного их произведения.

5. В треугольной пирамиде $SABC$ грань ABC — равносторонний треугольник, сторона которого равна 2. Ребро SA перпендикулярно плоскости ABC и $SA = \sqrt{2}$. На ребре SB точка M выбрана так, что при перпендикулярном проектировании прямой SB на плоскость ACM получается прямая, параллельная AC . Найти отношение $SM : MB$.

Реп-07-ММФ. Вариант А12

1. С огорода домой шли Дед да Баба. Вдруг мимо них прокатился Колобок. Когда Колобок удалился на 30 метров, Дед с Бабой пустились за ним вдогонку. Колобок был такой маленький, что Дед не заметил его и пробежал мимо, опережая Бабу в этот момент на 10 метров. На какое расстояние он будет опережать Бабу, когда она поравняется с Колобком? Все скорости с момента начала погони считаются постоянными.

2. Решить уравнение $(x - 4) \operatorname{tg} x = \left| \operatorname{ctg} \left(x - \frac{\pi}{2} \right) \right|$.

3. В остроугольном треугольнике ABC , площадь которого равна $6\sqrt{10}$, проведена медиана BM . Известно, что расстояние от точки C до прямой BM равно $12\sqrt{10}/11$, а расстояние от точки M до прямой AB равно $\sqrt{10}$. Найти сторону AC .

4. Найти все значения параметра a , при которых уравнение

$$x^2 + (2 - a)x + (a + 1) = 0$$

имеет два различных действительных корня и произведение этих корней не меньше четверти от суммы квадратов корней.

5. В треугольной пирамиде $SABC$ грань ABC — прямоугольный треугольник с катетами $AC = \sqrt{3}$, $BC = 1$, ребро SA перпендикулярно плоскости ABC и $SA = 2$. На ребре SB точка M выбрана так, что при перпендикулярном проектировании прямой SB на плоскость ACM получается прямая, параллельная AC . Найти длину отрезка SM .

Реп-07-ММФ. Вариант А13

1. К кормушке напрямик с постоянными скоростями без остановок бегут цыпленок, за ним курица, а следом петух. Когда курица догнала цыпленка, петух отставал от них на 6 метров, а когда цыпленок догнал петуха, курица опережала их на 2 метра. Петух и курица прибежали к кормушке одновременно. На каком расстоянии от кормушки в этот момент был цыпленок?

2. Решить уравнение $(x + 3) \cos x = \left| \sin \left(\frac{\pi}{2} + x \right) \right|$.

3. В остроугольном треугольнике ABC проведена медиана BM . Известно, что $AB = 6$, $BM = 7$, расстояние от точки C до прямой BM равно $12\sqrt{6}/7$. Найти сторону AC .

4. Найти все значения параметра a , при которых уравнение

$$x^2 + (a + 1)x + (2a - 1) = 0$$

имеет два различных действительных корня и сумма квадратов этих корней не больше утроенного их произведения.

5. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$ с основанием ABC . Стороны треугольника ABC и боковые ребра AA_1 , BB_1 , CC_1 равны 2. На отрезке AB_1 точка M выбрана так, что при перпендикулярном проектировании прямой AB_1 на плоскость BCM получается прямая, параллельная BC . Найти отношение $AM : MB_1$.

Реп-07-ММФ. Вариант А14

1. Шарик гонится за зайцем, чтобы отдать ему фотографию, а навстречу Матроскин корову с пастбища ведет. Скорости всех персонажей постоянны. Когда Матроскин встретился с зайцем, тот опережал Шарика на 60 метров, а когда Шарик догнал зайца, Матроскин отделился от них на 40 метров. На сколько метров Шарик отставал от зайца, когда Матроскин встретил Шарика?

2. Решить уравнение $(x + 4) \operatorname{ctg} x = \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} + x \right) \right|$.

3. В остроугольном треугольнике ABC , площадь которого равна $6\sqrt{5}$, проведена медиана BM . Известно, что $AB = 4$, расстояние от точки C до прямой BM равно $4\sqrt{5}/3$. Найти сторону AC .

4. Найти все значения параметра a , при которых уравнение

$$x^2 - (a + 2)x + (2a + 1) = 0$$

имеет два различных вещественных корня и произведение этих корней не меньше трети от суммы квадратов корней.

5. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ основание $ABCD$ — прямоугольник со сторонами $AB = 1$, $BC = 2$, боковые ребра AA_1 , BB_1 , CC_1 , DD_1 равны 3. На отрезке AC_1 точка M выбрана так, что при перпендикулярном проектировании прямой AC_1 на плоскость CBM получается прямая, параллельная CD . Найти длину отрезка AM .