

Варианты вступительных экзаменов в НГУ

теоретический экзамен

июль 2007, Новосибирск (ММФ, ФИТ, ЭФ — экономика)

Лето-07-ММФ. Вариант Т1

1. На прямой, не проходящей через точку M , последовательно расставляются точки $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{99}, A_{100}$ так, что $A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_{99}A_{100}$. Известно, что $MA_1 = \sqrt{2}$, $MA_2 = \sqrt{2}$, $MA_3 = \sqrt{3}$. Найти MA_{100} .

2. На плоскости заданы две окружности S_1 и S_2 , пересекающиеся в точках A и B , причем центр M окружности S_2 принадлежит окружности S_1 . Через две произвольные точки E и F отрезка AB проведены лучи ME и MF , которые пересекают окружность S_1 в точках G и H соответственно. Доказать, что треугольник MFE подобен треугольнику MGH .

3. Доказать (без помощи калькулятора), что $\sin 10^\circ > \frac{1}{6}$.

4. В правильной пирамиде $SABCD$ на ребре AD выбрана точка N так, что $AN : ND = 1 : 2$, на ребре BS выбрана точка M так, что $BM : MS = 2 : 1$. Доказать, что на прямой MN не существует точки, расстояния от которой до прямых AB и CD равны.

Лето-07-ММФ. Вариант Т2

1. На прямой, не проходящей через точку M , последовательно расставляются точки $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{99}, A_{100}$ так, что $A_1A_2 = A_2A_3 = \dots = A_{99}A_{100}$. Известно, что $MA_1 = \sqrt{3}$, $MA_2 = \sqrt{2}$, $MA_3 = \sqrt{2}$. Найти MA_{100} .

2. Три окружности радиуса 1, расположенные в одной плоскости, пересекаются в точках A, B, C, D так, что общая точка D всех окружностей лежит в треугольнике ABC . Доказать следующее равенство для длин кратчайших дуг:

$$\widehat{DA} + \widehat{DB} + \widehat{DC} = \pi.$$

3. Доказать (без помощи калькулятора), что $\sin 20^\circ > \frac{1}{2\sqrt{3}}$.

4. В правильной призме $ABCA_1B_1C_1$ на ребрах AC и A_1B_1 выбраны точки N и M соответственно так, что $A_1M : MB_1 = 2 : 1$, $AN : NC = 1 : 2$. Доказать, что на прямой MN не существует точки, расстояния от которой до прямых AA_1 и CC_1 равны.