

Лето-07-ММФ. Вариант 11

1. Из общежития в столовую шел студент Голодный, а навстречу из столовой в общежитие по той же дороге шел студент Сытый. Вышли они одновременно и шли с постоянными скоростями. После их встречи Голодный пришел в столовую через 4 минуты, а Сытый в общежитие — через 9 минут. Сколько времени шел студент Голодный из общежития в столовую?

2. Решить уравнение

$$\frac{2 \cos 2x - 4 \sin x + 1}{2 \sin 20x - \sqrt{3} \cos 18x} = 0.$$

3. Около треугольника ABC описана окружность. Касательная к окружности, проведенная через точку C , пересекает прямую AB в точке K . Найти BK , если $AB = AC = 2$, $BC = \sqrt{3}$.

4. Решить неравенство

$$\log_{3^{2x}}(x + 3) \leq \log_{3^x}(x + 2).$$

5. Сфера радиуса 2 с центром в точке O касается плоскости α в точке A . Через точку B плоскости α проводится прямая, касающаяся сферы в точке C . Известно, что $AB = 4$, $\cos(\angle ABC) = 5/8$. Найти расстояние от точки C до плоскости α .

Лето-07-ММФ. Вариант 12

1. Буратино вышел из школы домой, а спустя 10 минут из дома в школу на родительское собрание отправился папа Карло. Оба шли по одной и той же дороге с постоянными скоростями. Определить, сколько времени они шли после встречи, если цели они достигли одновременно, а Буратино до встречи шел 18 минут.

2. Решить уравнение

$$\frac{2 \cos 2x - 8 \cos x + 5}{2 \sin 17x - \sqrt{3} \cos 15x} = 0.$$

3. Около треугольника ABC описана окружность. Касательная к окружности, проведенная через точку C , пересекает прямую AB в точке K . Найти CK , если $AB = AC = \sqrt{6}$, $BC = 2$.

4. Решить неравенство

$$\log_{2^{2x}}(x + 2) \leq \log_{2^x}(x + 1).$$

5. Сфера радиуса 2 с центром в точке O касается плоскости α в точке A . Через точку B плоскости α проводится прямая, касающаяся сферы в точке C . Известно, что расстояние от точки C до плоскости α равно 2, $AB = 6$. Найти $\cos(\angle ABC)$.

Лето-07-ММФ. Вариант 13

1. Ниф-Ниф и Нуф-Нуф решили обменяться коттеджами. Погрузив вещи в машины, они выехали одновременно навстречу по одной дороге с постоянными скоростями. После встречи Ниф-Ниф ехал до коттеджа Нуф-Нуфа еще 12 минут, а Нуф-Нуф до коттеджа Ниф-Нифа — 27 минут. Сколько времени ехал Нуф-Нуф от своего коттеджа до коттеджа Ниф-Нифа?

2. Решить уравнение

$$\frac{2 \cos 2x + 8 \sin x + 3}{2 \sin 28x + \sqrt{3} \cos 30x} = 0.$$

3. Около треугольника ABC описана окружность. Касательная к окружности, проведенная через точку C , пересекает прямую AB в точке K . Найти AK , если $AB = AC = \sqrt{3}$, $BC = 3/2$.

4. Решить неравенство

$$\log_{3^x}(x+3) \geq \log_{9^x}(x+4).$$

5. Сфера радиуса 2 с центром в точке O касается плоскости α в точке A . Через точку B плоскости α проводится прямая, касающаяся сферы в точке C . Известно, что расстояние от точки C до плоскости α равно 1, $\cos(\angle ABC) = 5/6$. Найти расстояние от точки B до центра сферы.

Лето-07-ММФ. Вариант 14

1. Из пункта A вышел турист и отправился в пункт B с постоянной скоростью. Через полтора часа после выхода он встретил велосипедиста, который выехал из пункта B за 10 минут до встречи и следовал по той же дороге до пункта A с постоянной скоростью. Определить, сколько времени двигались турист и велосипедист после встречи, если цели они достигли одновременно.

2. Решить уравнение

$$\frac{2 \cos 2x + 12 \cos x + 7}{2 \sin 29x - \sqrt{3} \cos 27x} = 0.$$

3. Около треугольника ABC описана окружность. Касательная к окружности, проведенная через точку C , пересекает прямую AB в точке K . Найти площадь треугольника BCK , если $AB = AC = 3$, $BC = \sqrt{6}$.

4. Решить неравенство

$$\log_{2^x}(x+2) \geq \log_{4^x}(x+5).$$

5. Сфера радиуса 3 с центром в точке O касается плоскости α в точке A . Через точку B плоскости α проводится прямая, касающаяся сферы в точке C . Известно, что расстояние от точки C до плоскости α равно 4, $OB = \sqrt{34}$. Найти $\cos(\angle ABC)$.