О СОХРАНЯЮЩИХ ДИЗЪЮНКТНОСТЬ ОПЕРАТОРАХ В ПРОСТРАНСТВАХ БАНАХА-КАНТОРОВИЧА

А.Е.Гутман (Новосибирск)

Мы придерживаемся основной терминологии из [I].

Банахово расслоение $\mathcal{X}$ над экстремально несвязным компактом Q назовем полным, если каждое почти глобальное ограниченное сечение $\mathcal{X}$ продолжается до глобального. При этом для фундамента $E \subset C_\infty(Q)$ множество $E(\mathcal{X})$ всех непродолжаемых почти глобальных сечений u расслоения $\mathcal{X}$ таких, что $(q \mapsto \|u(q)\|) \in E$, можно превратить в пространство Банаха-Канторовича (ПБК) с E-значной нормой. Оказывается, что всякое ПБК изоморфно некоторому $E(\mathcal{X})$ (соответствующий изоморфизм назовем реализацией).

Рассмотрим ПБК $\mathcal{U}$ и расширенное ПБК $\mathcal{V}$. Оператор $T: \mathcal{U} \to \mathcal{V}$ будем называть мультипликативным, если существуют реализации $u \in \mathcal{U} \mapsto \hat{u} \in E(\mathcal{X})$ и $v \in \mathcal{V} \mapsto \hat{v} \in F(\mathcal{Y})$ такие, что $(Tu)^\wedge(q) = h(q)\hat{u}(\sigma(q))$ для всех $q \in \operatorname{dom}(Tu)^\wedge$, где σ - непрерывная функция из базы Q расслоения $\mathcal{Y}$ в базу P расслоения $\mathcal{X}$, а отображение h сопоставляет каждой точке q из котощего подмножества Q ограниченный линейный оператор $h(q): \mathcal{X}(\sigma(q)) \to \mathcal{Y}(q)$, причем для всякого сечения w расслоения $\mathcal{X} \circ \sigma$ отображение $q \mapsto h(q)w(q)$ непрерывно.

ТЕОРЕМА. Следующие свойства линейного оператора $T: \mathcal{U} \to \mathcal{V}$, сохраняющего дизъюнктность, эквивалентны:

(I) если последовательность $(u_n) \subset \mathcal{U}$ r-сходится к нулю, то $\inf |Tu_n| = 0$, а если сеть $(u_\alpha) \subset \mathcal{U}$ r-сходится к нулю, то найдется индекс $\bar{\alpha}$ такой, что множество $\{|Tu_\alpha| : \alpha \geq \bar{\alpha}\}$ порядково ограничено;

(2) оператор T r-o-непрерывен;

(3) оператор T r-непрерывен;

(4) оператор T мажорируем;

(5) для любого главного идеала $\mathcal{U}_0 = \{u \in \mathcal{U} : (\exists \lambda > 0)(|u| \leq \lambda e)\}$ оператор $T|_{\mathcal{U}_0}$ мультипликативен.

I. Кусраев А.Г., Стрижевский В.З. Решеточно-нормированные пространства и мажорированные операторы // Исследования по геометрии и математическому анализу. - Новосибирск: Наука, 1987. - С. 132 - 158.