

ГУТМАН А.Е. (Новосибирск)

О СОХРАНЯЮЩИХ ДИЗЪЮНКТНОСТЬ ОПЕРАТОРАХ В ПРОСТРАНСТВАХ НЕПРЕРЫВНЫХ ВЕКТОР-ФУНКЦИЙ

Мы будем придерживаться основной терминологии и обозначений из [1]. Пусть X , Y и Y^* — банаховы пространства, Y и Y^* приведены в двойственность, причем Y^* нормирует Y . Предположим, что P и Q — экстремально несвязные компакты, E — фундамент в $C_{\infty}(P)$, и $F = C_{\infty}(Q)$. Рассмотрим открыто-замкнутое подмножество $Q_0 \subset Q$ и непрерывное отображение $\sigma : Q_0 \rightarrow P$. Для произвольной функции $u \in E(X)$ положим $\sigma^*u(q)$ равным 0 при $q \in Q \setminus Q_0$ и $u(\sigma(q))$ при тех $q \in Q_0$, для которых выражение $u(\sigma(q))$ определено. Если $\sigma^*u \in C_{\infty}(Q, X)$, то будем говорить, что функция σ^*u определена корректно.

Оператор $T : E(X) \rightarrow F_s(Y, Y^*)$ будем называть мультипликативным, если имеются открыто-замкнутое подмножество $Q_0 \subset Q$, непрерывное отображение $\sigma : Q_0 \rightarrow P$ и операторно-значная функция h , действующая из некоторого подмножества Q в $\mathcal{L}(X, Y)$ (и удовлетворяющая определенным условиям непрерывности), такие, что для всех $u \in E(X)$ корректно определена функция σ^*u , и $(Tu)(q) = h(q)\sigma^*u(q)$ для всех $q \in Q$ за исключением элементов некоторого тощого подмножества Q .

Теорема. Следующие свойства сохраняющего дизъюнктность линейного оператора $T : E(X) \rightarrow F_s(Y, Y^*)$ эквивалентны:

(1) если последовательность $(u_n) \subset E(X)$ r -сходится к нулю, то $\inf |Tu_n| = 0$, а если сеть $(u_\alpha) \subset E(X)$ r -сходится к нулю, то найдется индекс $\bar{\alpha}$ такой, что множество $\left\{ |Tu_\alpha| \mid \alpha > \bar{\alpha} \right\}$ порядково ограничено;

(2) оператор T r - o -непрерывен;

(3) оператор T r -непрерывен;

(4) оператор T мажорируем;

(5) для любого главного идеала $E_0 \subset E$ оператор $T|_{E_0(X)}$ мультипликативен.

1. Кусраев А.Г., Стрижевский В.З. Решеточно-нормированные пространства и мажорированные операторы // Исследования по геометрии и математическому анализу. — Новосибирск: Наука, 1987. — С. 132 — 158.