

АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
Институт математики

На правах рукописи

ГУТМАН Александр Ефимович

УДК 517.98

РЕАЛИЗАЦИЯ РЕШЕТОЧНО-НОРМИРОВАННЫХ  
ПРОСТРАНСТВ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

01.01.01 – математический анализ

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

НОВОСИБИРСК-1991

Диссертация выполнена в отделе анализа и геометрии  
Института математики СО АН СССР.

Научный руководитель - доктор физико-математических  
наук А.Г.КУСРАЕВ

Официальные спонсоры: доктор физико-математических  
наук, профессор А.А.Толстоногов,  
кандидат физико-математических  
наук, доцент И.А.Шведов

Ведущая организация - Ленинградский государственный  
университет

Защита состоится "19" июня 1991 г. в 16 час.  
на заседании специализированного совета К 002.23.02 в Институте  
математики СО АН СССР по адресу: 630090, Новосибирск 90,  
Университетский проспект, 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института  
математики СО АН СССР.

Автореферат разослан "16" мая 1991 г.

Ученый секретарь совета  
к. ф.-м.н.

В.В.Иванов

#### ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Построение реализаций абстрактных объектов функционального анализа ( $K$ -пространств,  $C^*$ -алгебр и т.д.), а также поиск аналитических представлений действующих в них операторов (матричного, интегрального, мультипликативного и других представлений) - давняя традиция. Она обусловлена, прежде всего, тем, что наличие у объекта того или иного аналитического представления значительно облегчает работу с ним. Действительно, ведь это означает, что, например, вместо списка абстрактных свойств оператора мы получаем его выражение в виде конкретной формулы, в которую автоматически заложены все его свойства. Аналогичное преимущество перед аксиоматическим описанием тех или иных алгебраических систем имеет их конкретная реализация, например, в виде функциональных пространств. Кроме того, только наличие каких-либо реализаций абстрактных пространств позволяет говорить об аналитическом представлении действующих в них операторов.

Отмеченная проблематика в полной мере отражена в теории упорядоченных векторных пространств, основы которой были заложены Л.В.Канторовичем. В 1947 г. Б.З.Булихом была предложена реализация произвольного  $K$ -пространства в виде фундамента пространства расширенных непрерывных функций на экстремально несвязном компакте. Остановимся коротко на одном из приложений этого фундаментального результата, а именно - на его применении к построению аналитических представлений линейных операторов.

Интересующий нас вопрос о мультипликативном представлении операторов, сохраняющих дизъюнктность, восходит к работам 40-х годов Б.З.Булиха. В последствии исследованием этого

вопроса занимались Ю.А.Абрамович, А.И.Бекслер, А.Викстед, А.Заанен, А.Иваник, А.В.Колдунов, П.Мак-Полин и др. На пути к установлению окончательного результата исследовались ортоморфизмы, операторы сдвига, нерасширяющие операторы,  $\alpha$ -изоморфизмы, действующие как в произвольных векторных решетках, так и в конкретных пространствах функций. В наиболее общем виде результат был сформулирован в 1983 г. в статье Ю.А.Абрамовича и затем уточнен П.Мак-Полином и А.Викстедом в 1985 г. Оказалось, что всякий сохраняющий дизъюнктность оператор, действующий в векторных решетках и удовлетворяющий некоторому условию, близкому к  $\Gamma$ -непрерывности, представим в виде оператора взвешенного сдвига.

Отметим, что операторы взвешенного сдвига имеют собственную теорию. Результаты в этой области можно найти в работах А.Б.Антоневича (среди которых есть обзорные), Ю.А.Быкарова, А.Б.Ганкина, Х.Камовица, А.В.Лебедева, В.Фельдмана и др. Работы А.К.Китовера иллюстрируют, насколько полезным оказывается мультипликативное представление для исследования свойств спектра операторов, сохраняющих дизъюнктность.

Введенные в 30-х годах Л.В.Канторовичем решеточно-нормированные пространства (РНП) в дальнейшем стали объектом интенсивных исследований. Глубокое и детальное изучение этих пространств, во многом связанное с работами А.Г.Кусраева и его учеников, позволяет говорить о сложившейся и развивающейся теории решеточно-нормированных пространств и мажорируемых операторов.

Уже в 30-е годы велось исследование в рамках банаховой теории некоторых классов РНП, имеющих естественное функциональное представление. Например, изучение пространств измеримых вектор-функций восходит к С.Бохнеру, И.М.Гельфанду, Н.Данфорду, Б.Петтису и другим классикам функционального анализа. Широкие классы функциональных пространств с точки зрения теории РНП и мажорируемых операторов были исследованы в работах А.В.Бухвалова, Н.Динкулеану, А.Г.Кусраева, В.Л.Левина и др. В том числе велись исследования интересующего нас вопроса о мультипликативном представлении операторов, действующих в пространствах вектор-функций. Например, А.Г.Кусраевым было полу-

чено мультипликативное представление сохраняющих дизъюнктность операторов с  $\sigma$ -непрерывной мажорантой, действующих в РНП непрерывных вектор-функций. Кроме того, большое число работ связано с мультипликативным представлением изометрий банахово-значных  $L^P$ -пространств. Результаты в этой области принадлежат П.Грейму, Дж.Джемисону, М.Камберну, Дж.Лэмперти, А.Сурору, Р.Флемингу и др.

Цель работы. Если реализация  $K$ -пространств была предложена сравнительно через короткое время после их введения, то РНП до последнего времени остались без функционального представления. (К сожалению, такие хорошо исследованные объекты, как пространства вектор-функций, не исчерпывают всего многообразия РНП.) В связи с этим представляется естественной следующая постановка проблемы: построить функциональную реализацию ( $\sigma$ -полных) РНП, аналогичную реализации  $K$ -пространств, и исследовать вопрос о мультипликативном представлении операторов, действующих в этих реализациях.

Научная новизна. Все основные результаты работы являются новыми.

1. Установлены критерии мультипликативной представимости операторов, действующих в различных функциональных пространствах.
2. Получены критерии мажорируемости операторов, сохраняющих дизъюнктность.
3. Введено и исследовано понятие полного банахова расслоения.
4. Получена реализация пространств Банаха-Канторовича в виде пространств расширенных непрерывных сечений полных банаховых расслоений.
5. Введено и исследовано понятие лифтинга в пространстве измеримых сечений банахова расслоения.
6. Для пространств Банаха-Канторовича, нормированных посредством идеального пространства, получена реализация в виде пространств (классов) измеримых сечений банаховых расслоений с лифтингом.
7. Установлена связь между полными банаховыми расслоени-

ями и измеримыми банаховыми расслоениями с лифтингом, позволяющая переносить результаты с одного вида реализаций РНП на другой.

Теоретическая и практическая ценность. Диссертационная работа носит теоретический характер. Предложенные разработки и результаты могут быть использованы для изучения структуры РНП, а также исследования операторов взвешенного сдвига и мажорируемых операторов в целом.

Методы исследования. Основными методами, используемыми в работе, являются методы теории векторных решеток, теории РНП и мажорируемых операторов, а также теории меры и лифтинга.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на XXVI, XXVII и XXVIII Всесоюзных научных студенческих конференциях в Новосибирском государственном университете (1988–1990 гг.), на XI и XУ Всесоюзных школах по теории операторов в функциональных пространствах (Новгород, 1989 г. и Ульяновск, 1990 г.), на Международной научной студенческой конференции (Москва, 1990 г.), на Школе молодых математиков Сибири и Дальнего Востока (Новосибирск, 1990 г.) на семинаре по теории операторов в Ленинградском государственном университете (1990 г.), а также на семинаре по функциональному анализу в Институте математики СО АН СССР (1988–1990 гг.).

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав и списка литературы. Объем работы 110 страниц машинописного текста. Библиография включает 64 наименования.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1-5].

#### СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ.

Глава 0 содержит сведения общего характера, используемые в дальнейшем, а также некоторые определения и обозначения.

В главе I собран материал диссертации, связанный с реализацией пространств Банаха-Канторовича (ПБК) в виде пространств непрерывных сечений банаховых расслоений. Здесь после обсуждения основных свойств предлагаемой реализации приводится ряд

ее приложений, в основном связанных с аналитическим представлением операторов, сохраняющих дизъюнктиность.

Параграф I.1 посвящен изучению банаховых расслоений над экстремально несвязанными компактами и их связи с ПБК.

В начале параграфа вводится понятие полного банахова расслоения  $\mathcal{X}$  над экстремально несвязанным компактом  $Q$ , пространство  $C(Q, \mathcal{X})$  глобальных сечений которого является  $\sigma$ -полным. Оказывается, последнее свойство равносильно продолжимости любого ограниченного непрерывного сечения над всюду плотным подмножеством до глобального сечения (теорема I.1.2). Это позволяет ввести в рассмотрение РНП  $C_\infty(Q, \mathcal{X})$  расширенных непрерывных сечений  $\alpha$ , область определения  $\text{dom } \alpha$  которых совпадает с областью определения  $\text{dom } \alpha$  и их  $C_\infty(Q)$ -значных норм.

Центральной в данном параграфе является

ТЕОРЕМА I.1.4. Для любого ПБК  $\mathcal{U}$  с  $E$ -значной нормой и любой реализации  $\hat{E} \subset C_\infty(Q)$   $K$ -пространства  $E$  существует единственное (с точностью до изоморфизма) полное банахово расслоение  $\mathcal{X}$  над  $Q$  такое, что ПБК  $\hat{E}(\mathcal{X}) = \{\alpha \in C_\infty(Q, \mathcal{X}) : |\alpha| \in \hat{E}\}$  изоморфно  $\mathcal{U}$ .

В 1987 г. А.Г.Кусраев и Б.З.Стрижевский установили, что всякое ПБК представляется в виде пространства классов эквивалентности почти глобальных непрерывных сечений некоторого банахово расслоения. Теорема I.1.4 является развитием этого результата в следующем смысле. С помощью дополнительного требования полноты удалось добиться единичности реализационного расслоения. Кроме того, элементами новой реализации являются отдельные сечения, а не их классы, что значительно удобнее.

Как видно из теоремы I.1.5, полные банаховы расслоения в категории всех банаховых расслоений играют ту же роль, что и банаховы пространства в категории нормированных: всякое банахово расслоение  $\mathcal{X}$  плотно вкладывается в некоторое полное, определяемое однозначно с точностью до изоморфизма и, естественно, называемое пополнением  $\mathcal{X}$ . Теорема о пополнении банаховых расслоений сказывается весьма полезной. Например, с ее

помощью можно ввести понятие расширенного сечения  $u \in C_\infty(Q, \mathcal{X})$  для любого (не обязательно полного) банахова расслоения  $\mathcal{X}$ .

В частности, выясняется структура классов эквивалентности из  $E(\mathcal{X})$  ( $E$  - идеал в  $C_\infty(Q)$ ,  $\mathcal{X}$  - банахово пространство), введенных и исследованных А. В. Бухваловым в 70-х годах. Оказывается, каждый такой класс  $\bar{u} \in E(\mathcal{X})$  представляет собой совокупность сужений на которые подмножества некоторой одной функции  $u \in C_\infty(Q, \mathcal{X})$  из этого класса, которую мы называем расширенной.

В заключение параграфа приводится теорема, характеризующая с различных (как топологических, так и порядковых) точек зрения плотность подмножества ПБК. Пусть  $\mathcal{X}$  - произвольное банахово расслоение над  $Q$ . Рассмотрим подмножество  $U \subset C_\infty(Q, \mathcal{X})$ . Символом  $dU$  (соответственно  $d_{fin}U$ ) обозначим совокупность перемешиваний  $\sum \pi_\xi U_\xi$  элементов  $U$ , соответствующих всевозможным (соответственно конечным) разбиениям единицы  $(\pi_\xi)$  в булевой алгебре порядковых проекторов.

**ТЕОРЕМА 1.1.7.** Следующие свойства множества  $U$  эквивалентны:

(1) множество  $\{u(q) : u \in U, q \in \text{dom } u\}$  всюду плотно

в  $\mathcal{X}$ ;

(2) имеется фундамент  $E \subset C_\infty(Q)$  такой, что любое глобальное сечение  $u \in E(\mathcal{X})$  принимает значения  $u(q) \in \text{cl}\{u(q) : u \in U\}$  на всюду плотном подмножестве  $Q$ ;

(3) всякое почти глобальное непрерывное сечение  $u$  принимает значения  $u(q) \in \text{cl}\{u(q) : u \in U\}$  на котоющем подмножестве  $Q$ ;

(4) равномерное замыкание  $dU$  содержит  $E(\mathcal{X})$  для некоторого (а тогда и любого) фундамента  $E \subset C_\infty(Q)$ ;

(5) для любого сечения  $u \in C_\infty(Q, \mathcal{X})$ , найдется последовательность  $(u_n) \subset U$ ,  $u_n \rightarrow u$  -сходящаяся к  $u$  с регулятором  $1/n$ ; в частности, множество  $dU \cap E(\mathcal{X})$  плотно в  $E(\mathcal{X})$  для любого идеала  $E \subset C_\infty(Q)$ ;

(6) имеется такой фундамент  $E \subset C_\infty(Q)$ , что множество  $d_{fin}U \cap E(\mathcal{X})$  плотно в  $E(\mathcal{X})$  в смысле сходимости на всюду плотном подмножестве  $Q$ ;

(7) множество  $d_{fin}U \cap E(\mathcal{X})$  о-плотно в  $\mathcal{C}(\mathcal{X})$  для любого идеала  $E \subset C_\infty(Q)$ .

Проясняя структуру реализации ПБК, теорема I.1.7 имеет также ряд важных следствий в общей теории РНП (см. [5]).

В параграфе I.2 исследуются сохраняющие дизъюнктность операторы, действующие в ПБК, а также изучается их устройство с точки зрения реализаций соответствующих ПБК.

В первом пункте строится операторное банахово расслоение  $\mathcal{L}(\mathcal{X}, Y)$ , значения  $H(q)$  сечений которого представляют собой ограниченные линейные операторы  $H(q) : \mathcal{X}(q) \rightarrow Y(q)$ , причем сечения  $H(\cdot)$  и  $(\cdot)$  непрерывны при непрерывных  $H$  и  $u$ . Интересно отметить, что расслоение  $\mathcal{L}(\mathcal{X}, Y)$  оказывается полным при плотности  $Y$ . Далее определяется банахово расслоение  $\sigma^* \mathcal{X}$ , являющееся результатом "замены переменной"  $\mathcal{X}(p) \mapsto \mathcal{X}(\sigma(p))$  в слоях расслоения  $\mathcal{X}$  над  $P$  и превращающее его в банахово расслоение над другим компактом  $Q$  (здесь  $\sigma$  - непрерывное отображение из  $Q$  в  $P$ ).

Построение расслоений  $\mathcal{L}(\mathcal{X}, Y)$  и  $\sigma^* \mathcal{X}$  позволяет дать понятие мультипликативного оператора (или оператора взвешенного сдвига)  $T : E(\mathcal{X}) \rightarrow F(Y)$ , действующего в ПБК расширенных сечений по правилу:

$$(Tu)(q) = H(q)u(\sigma(q)), \quad u \in E(\mathcal{X}), \quad (M)$$

где  $E$  и  $F$  - идеалы в  $C_\infty(P)$  и  $C_\infty(Q)$  соответственно,  $\mathcal{X}$  и  $Y$  - полные банаховые расслоения над  $P$  и  $Q$ ,  $\sigma$  - непрерывное отображение из  $Q$  в  $P$ , а  $H \in C_\infty(Q, \mathcal{L}(\sigma^* \mathcal{X}, Y))$ . Функции  $H$  и  $\sigma$ , дающие представление (M) для данного оператора  $T$ , в определенном смысле единственны (теорема I.2.6) и получают соответственно наименования веса и сдвига  $T$ . Сдвиг произвольного сохраняющего дизъюнктность оператора можно определить и непосредственно, рассмотрев его действие на компонентах.

Одна из ключевых теорем данного параграфа дает список условий представимости оператора в виде (M).

ТЕОРЕМА I.2.8. Предположим, что линейный оператор  $T : E(\mathcal{X}) \rightarrow F(\mathcal{Y})$  сохраняет дизъюнктность, и пусть  $\sigma : Q \rightarrow P$  — его сдвиг. Тогда  $T$  представим в виде (M) в том и только в том случае, если выполнены следующие три условия:

- (а) множество  $\sigma^{-1}[\text{dom } e]$  плотно в  $Q$  для любой функции  $e \in E$ ;
- (б) если последовательность  $(u_n) \subset E(\mathcal{X})$  такова, что  $r\text{-}\lim_{n \rightarrow \infty} |u_n| = 0$  в  $E$ , то  $\inf_{n \in \mathbb{N}} |Tu_n| = 0$  в  $F$ ;
- (в) множество  $\{|Tu_i| : |u_i| - \text{осколок единицы}\}$  порядково ограничено в  $C_\infty(Q)$ .

Заметим, что условий (а) и (б) достаточно для мультипликативной представимости (M) оператора, действующего в векторных решетках. Это показывает принципиальное отличие вопроса о мультипликативной представимости в случае РНП от его "скалярного" аналога. Как видно из приводимого в пункте I.2.9 контрпримера, дополнительное требование (г) нельзя исключить, даже ограничившись рассмотрением оператора  $T : X \rightarrow F$ , действующего из банахова пространства  $X$  в  $K$ -пространство  $F$ , и даже усилив условие (б) до секвенциальной  $r$ -непрерывности оператора  $T$ .

Приводимая далее теорема является обобщением результата Ю.А.Абрамовича об эквивалентных условиях мажорируемости (или регулярности) оператора, сохраняющего дизъюнктность.

ТЕОРЕМА I.2.10. Рассмотрим линейный сохраняющий дизъюнктность оператор  $T$ , действующий из ПБК  $\mathcal{U}$  в расширенное ПБК  $\mathcal{V}$ . Следующие утверждения эквивалентны:

- (I) оператор  $T$  обладает следующими двумя свойствами:
  - (а) если последовательность  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}} \subset \mathcal{U}$  такова, что  $r\text{-}\lim_{n \rightarrow \infty} |u_n| = 0$ , то  $\inf_{n \in \mathbb{N}} |Tu_n| = 0$ ,
  - (б) если сеть  $(u_\alpha)_{\alpha \in A} \subset \mathcal{U}$  удовлетворяет условию  $r\text{-}\lim_{\alpha \in A} |u_\alpha| = 0$ , то найдется такой индекс  $\bar{\alpha} \in A$ , что множество  $\{|Tu_\alpha| : \alpha \geq \bar{\alpha}\}$  порядково ограни-

чено;

- (2) оператор  $T$   $r$ -непрерывен;
- (3) оператор  $T$   $r$ -непрерывен;
- (4) оператор  $T$  мажорируем;
- (5) для любого главного идеала  $\mathcal{U}_0 \subset \mathcal{U}$  оператор  $T|_{\mathcal{U}_0}$  имеет мультипликативное представление (M).

Отметим, что связь со "скалярной" ситуацией в данном случае совершенно аналогична теореме I.2.8: если в теореме Ю.А.Абрамовича условие (I) (б) отсутствует, то в случае РНП его нельзя исключить, даже усилив требование (I) (а) до секвенциальной  $r$ -непрерывности оператора  $T$ .

Однако, картина меняется, если дополнительно потребовать инъективность сдвига оператора. В этом случае (который охватывает  $d$ -изоморфизмы и нерасширяющие операторы) теоремы I.2.8 и I.2.10 уже полностью идентичны своим решеточным аналогам: условия (г) в I.2.8 и (I) (б) в I.2.10 могут быть опущены.

Параграф I.3 содержит ряд приложений результатов предыдущего параграфа к описанию изоморфизмов и вложений ПБК.

В теореме I.3.5 находит подтверждение естественное предположение о том, что мультипликативное представление изоморфизма ПБК  $E(\mathcal{X})$  и  $F(\mathcal{Y})$  является композицией гомеоморфной замены переменной и послойной изометрии. В этом же параграфе исследуется зависимость изоморфности ПБК  $E(\mathcal{X}) \simeq F(\mathcal{Y})$  от изоморфности  $K$ -пространств  $E \simeq F$  и банаховых расслоений  $\mathcal{X} \simeq \mathcal{Y}$ .

Ключом к переносу результатов об изоморфизмах ПБК на случай вложений служит теорема I.3.8, дающая описание о полных решеточно-нормированных подпространств с точки зрения их реализаций: всякое такое подпространство  $\mathcal{U} \subset E(\mathcal{X})$  имеет вид  $\mathcal{U} = E(\mathcal{X}_0)$  для некоторого (единственного) полного банахова подрасслоения  $\mathcal{X}_0 \subset \mathcal{X}$ .

Параграф I.4 посвящен изучению структуры реализаций расслоений пространств вектор-функций. Он носит технический характер и не содержит теорем, представляющих самостоятельный теоретический интерес.

Для оператора, действующего в пространствах непрерывных вектор-функций, наряду с представлением ( $M$ ) его реализации можно определить его "собственное" мультиликативное представление - в терминах самих пространств вектор-функций. Связь двух представлений исследуется в параграфе I.5. Основная теорема I.5.7 утверждает равносильность существования "собственного" и "реализационного" мультиликативных представлений, причем описана явная конструкция, позволяющая строить каждое представление из другого. С помощью теоремы I.5.7, легко вывести из утверждений § I.2 аналогичные теоремы о свойствах операторов в пространствах вектор-функций, а из теорем § I.3 - результаты об устройстве изоморфизмов и вложений ПБК вида  $E(X)$ .

Материал главы 2 посвящен исследованию вопроса об "измеримой" реализации ПБК.

Вводимое в параграфе 2.1 понятие измеримого банахова расслоения (ИБР) выдержано в духе Н.Динкулеану. В основе лежит выделение в банаховом расслоении над пространством с мерой измеримой структуры - векторного пространства сечений, играющих роль "констант". Из констант обычным образом формируются "ступенчатые" сечения, а из последних - измеримые, представимые на множествах конечной меры в виде пределов (почти всюду) ступенчатых сечений. Отсутствие в математической литературе (известной автору) детального изучения такого подхода к определению измеримости компенсируется - в достаточной для данного случая мере - некоторым исследованием свойств измеримых сечений, проводимым в параграфе 2.1.

Параграф 2.2 начинается с введения понятия лифтинга в пространстве  $L^\infty(\Omega, \mathcal{X})$  существенно ограниченных измеримых сечений банахова расслоения  $\mathcal{X}$  над пространством с мерой  $\Omega$ .

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2.2.1.** Зафиксируем лифтинг  $\rho$  пространства  $L^\infty(\Omega)$ . Отображение  $\rho_{\mathcal{X}}: L^\infty(\Omega, \mathcal{X}) \rightarrow L^\infty(\Omega, \mathcal{X})$  будем называть лифтингом  $L^\infty(\Omega, \mathcal{X})$ , ассоциированным с  $\rho$ , если оно удовлетворяет следующим условиям:

- (а)  $\rho_{\mathcal{X}}(u) \approx u$ ; если  $u \approx v$ , то  $\rho_{\mathcal{X}}(u) = \rho_{\mathcal{X}}(v)$ ;
  - (б)  $\rho_{\mathcal{X}}(u+v) = \rho_{\mathcal{X}}(u) + \rho_{\mathcal{X}}(v)$ ;  $\rho_{\mathcal{X}}(e \cdot u) = e \cdot \rho_{\mathcal{X}}(u)$ ;
  - (в)  $\|\rho_{\mathcal{X}}(u)\| = \rho(\|u\|)$ ;
  - (г) множество  $\{\rho_{\mathcal{X}}(u)(\omega) : u \in L^\infty(\Omega, \mathcal{X})\}$  плотно в  $\mathcal{X}(\omega)$
- для всех  $u, v \in L^\infty(\Omega, \mathcal{X})$ ,  $e \in L^\infty(\Omega)$ ,  $\omega \in \Omega$ , где запись  $u \approx v$  означает равенство почти всюду.

Наличие такого лифтинга в пространствах  $L^\infty(\Omega, X)$  вектор-функций - явление крайне редкое, что объясняет отсутствие этого понятия в математической литературе. В пространствах же сечений лифтинг встречается значительно чаще, и как следует из результатов § 2.2, всякое банахово пространство  $X$  можно в точках  $\Omega$  расширить до слоев такого банахова расслоения  $\mathcal{X}$ , что в пространстве  $L^\infty(\Omega, \mathcal{X})$  появится лифтинг, причем  $L^\infty(\Omega, \mathcal{X})$  останется изоморфным  $L^\infty(\Omega, X)$  как РНП.

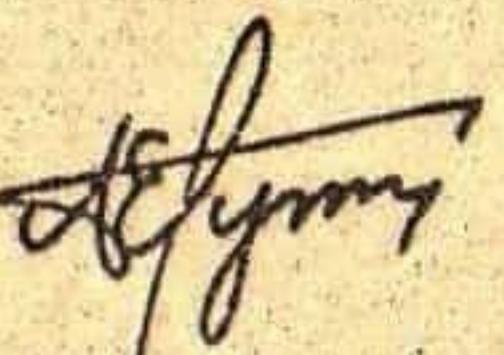
Далее в этом параграфе устанавливается, что в ИБР с лифтингом можно ввести топологию, превращающую его в (топологическое) банахово расслоение. Оказывается, что в каждом классе эквивалентных измеримых сечений существует единственное непрерывное (теорема 2.2.6). Этот факт является обобщением теоремы Окстоби-Тулча о топологии, ассоциированной с лифтингом  $L^\infty(\Omega)$ .

Основная теорема параграфа - 2.2.9 - устанавливает тесную связь между ИБР с лифтингами и полными банаховыми расслоениями. Показывается, что всякое ИБР с лифтингом можно плотно погрузить в полное банахово расслоение с сохранением слоев и топологии лифтинга. Эта теорема является эффективным и простым в употреблении инструментом, позволяющим переносить реализационные результаты топологического характера на измеримый случай и наоборот. В качестве одного из приложений теоремы 2.2.9 предлагается реализация (2.2.13) произвольного ПБК, нормированного посредством идеального пространства, в виде ПБК классов измеримых сечений некоторого ИБР с лифтингом.

Автор выражает глубокую признательность А.Г.Кусраеву за внимание к работе.

Работы автора по теме диссертации:

1. О сохраняющих дизъюнктность операторах в пространствах Банаха-Канторовича // XIУ Школа по теории операторов в функциональных пространствах. - Новгород, 1989. - Тезисы докладов.
2. О сохраняющих дизъюнктность операторах в пространствах непрерывных вектор-функций // XУ Школа по теории операторов в функциональных пространствах. - Ульяновск, 1990, - Тезисы докладов.
3. Пример секвенциально  $\sigma$ -непрерывного, но не мажорируемого оператора, сохраняющего дизъюнктность // Оптимизация. - Ин-т математики СО АН СССР, 1990. - Вып. 47. - С.116-121.
4. Измеримые банаховы расслоения и весовые операторы // У Школа молодых математиков Сибири и Дальнего Востока. - Новосибирск, 1990. - Тезисы докладов.



---

Подписано в печать 25.04.91

Формат бумаги 60x90 I/16

Заказ II9

Объем I печ. л.

Тираж 100 экз.

---

Отпечатано на ротапринте Института математики СО АН СССР  
630090, Новосибирск 90, Университетский пр., 4