А. Е. Гутман (Новосибирск)

ЛИФТИНГ В ПРОСТРАНСТВАХ ИЗМЕРИМЫХ СЕЧЕНИЙ

Мы будем следовать терминологии и обозначениям из [I]. На протяжении всего текста Ω – обладающее лифтингом пространство с мерой, X – банахово пространство.

Множество измеримых сечений постоянного измеримого банахова расслоения (ИБР) $X_\Omega : \omega \in \Omega \mapsto X$ совпадает с множеством $\mathcal{M}(\Omega, X)$ измеримых по Бохнеру X-значных функций. Следующий результат показывает, что расслоение X_Ω как правило не имеет лифтинга.

<u>Теорема I.</u> Пусть любое семейство попарно непересекающихся измеримых подмножеств Ω ненулевой меры имеет неизмеримую мощность. Тогда в пространстве $L^\infty(\Omega, X)$ существует лифтинг (в смысле [I]) в том и только том случае, если банахово пространство X конечномерно или пространство Ω атомно.

Однако расслоение X_Ω можно "незначительно" расширить так, что в нем появится лифтинг.

<u>Теорема 2.</u> Существует такое (единственное с точностью до изоморфизма) ИБР с лифтингом $\mathcal{X}$ над Ω, что

(а) X – банахово подпространство $\mathcal{X}(\omega)$ для всех $\omega \in \Omega$;

(б) $\mathcal{M}(\Omega, X) = \{u \in \mathcal{M}(\Omega, \mathcal{X}) : \operatorname{im} u \subset X\}$;

(в) для любого $u \in \mathcal{M}(\Omega, \mathcal{X})$ включение $u(\omega) \in X$ выполняется почти для всех $\omega \in \Omega$.

Расслоение $\mathcal{X}$ может быть выбрано так, что постоянные функции $u : \Omega \to X$ попадут в образ лифтинга $L^\infty(\Omega, \mathcal{X})$.

Оказывается, что все "классические" слабые (т.е. согласованные с двойственностью) лифтинги в пространствах вектор-функций могут быть легко получены на основе сильного (т.е. согласованного с нормой) лифтинга подходящего расширяющего ИБР.

I. Гутман А.Е. Измеримые банаховы расслоения и весовые операторы // Пятая Школа молодых математиков Сибири и Дальнего Востока. Тезисы докладов. – Новосибирск, 1990. – С. 30 – 32.