УДК 517.98

РЕШЕТОЧНО-МЕТРИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ МОНОТОННОГО ОПЕРАТОРА

А. Е. Гутман, А. В. Коптев

В данной заметке рассмотрено естественное понятие монотонного линейного оператора, действующего из векторной решетки в нормированное пространство, показано, что всякий такой оператор допускает «решеточно-метрическое» разложение в виде композиции решеточного гомоморфизма и линейной изометрии, и приведены несколько приложений полученных результатов к исследованию непрерывных и измеримых расслоений банаховых решеток.

Определение. Пусть X — векторная решетка, Y — нормированное пространство и $T\colon X \to Y$ — линейный оператор.

(1) Оператор T называется *монотонным*, если для любых $x_1, x_2 \in X$ из $|x_1| \leqslant |x_2|$ следует $\|Tx_1\| \leqslant \|Tx_2\|$.

(2) Тройку (Z, H, I) назовем *решеточно-метрическим разложением* оператора T, если Z — нормированная решетка, $H : X \to Z$ — сюръективный решеточный гомоморфизм, $I\colon Z \to Y$ — линейная изометрия и $T = I \circ H$.

При доказательстве первого результата пригодятся два классических факта из теории векторных решеток, которые для удобства сформулированы здесь в виде теорем A и B.

Теорема A [1, 18.7–18.9]. *Если K — порядковый идеал векторной решетки X, то векторное фактор-пространство X/K является векторной решеткой относительно порядка $\mathbf{u} \leqslant \mathbf{v}$, определяемого для классов $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in X/K$ любым из следующих попарно равносильных условий:*

(1) $(\exists\, x \in \mathbf{u})\,(\exists\, y \in \mathbf{v})\ x \leqslant y$;

(2) $(\forall\, x \in \mathbf{u})\, (\exists\, y \in \mathbf{v})\ x \leqslant y$;

(3) $(\forall\, x \in \mathbf{u})\, (\forall\, y \in \mathbf{v})\, (\exists\, z \in K)\ x \leqslant y + z$.

При этом каноническое отображение $X \to X/K$ является решеточным гомоморфизмом: $[x] \vee [y] = [x \vee y]$ и $[x] \wedge [y] = [x \wedge y]$ для всех $x, y \in X$, где $[x] := x + K$.

Напомним, что полунорма $p : X \to \mathbb{R}$ на векторной решетке X называется *монотонной*, если для любых $x_1, x_2 \in X$ из $|x_1| \leqslant |x_2|$ следует $p(x_1) \leqslant p(x_2)$.

Теорема B [1, 62.3]. *Пусть K — порядковый идеал векторной решетки X и пусть p — монотонная полунорма на X. Тогда фактор-полунорма π, определяемая на X/K традиционной формулой $\pi(\mathbf{u}) = \inf\{p(x) : x \in \mathbf{u}\}$, монотонна. Если идеал K замкнут относительно сходимости по полунорме p, то X/K представляет собой нормированную решетку с нормой π.*

Теорема 1. *Линейный оператор, действующий из векторной решетки в нормированное пространство, монотонен тогда и только тогда, когда он имеет решеточно-метрическое разложение.*

Доказательство. Достаточность очевидна. Покажем необходимость. Пусть X — векторная решетка, Y — нормированное пространство и пусть $T : X \to Y$ — монотонный линейный оператор. Заметим, что $K := \ker T$ — порядковый идеал X: если $x \in X$, $x_0 \in K$ и $|x| \leqslant |x_0|$, то $\|Tx\| \leqslant \|Tx_0\| = 0$ и тем самым $x \in K$. По теореме A пространство $Z := X/K$ представляет собой векторную решетку относительно естественного порядка, а каноническое отображение $H : X \to Z$ является сюръективным решеточным гомоморфизмом. Монотонность оператора T означает, что $\|\cdot\| \circ T$ — монотонная полунорма на X, причем идеал K замкнут по этой полунорме: если $(x_n)_{n\in\mathbb{N}} \subset K$, $x \in X$ и $\|T(x_n - x)\| \to 0$, то $Tx = \lim\limits_{n\to\infty} Tx_n = 0$. Согласно теореме B пространство Z является нормированной решеткой относительно соответствующей фактор-нормы $\|\cdot\|_Z$. Осталось заметить, что линейный оператор $I : Z \to Y$, корректно определяемый формулой $I(Hx) = Tx$, является изометрией:

$$\|I(Hx)\| = \|Tx\| = \inf\{\|T(x + x_0)\| : x_0 \in K\} = \|Hx\|_Z. \quad \square$$

Следствие 1. *Пусть X — векторная решетка, Y — нормированное пространство, $T\colon X \to Y$ — сюръективный монотонный линейный оператор. Тогда на Y можно ввести такое отношение порядка, что Y превратится в нормированную решетку, а оператор T станет решеточным гомоморфизмом.*

Доказательство. Пусть (Z, H, I) — решеточно-метрическое разложение оператора T (см. теорему 1). Из сюръективности T вытекает сюръективность линейной изометрии $I\colon Z \to Y$. Введем отношение порядка на Y, полагая $y_1 \leqslant y_2 \Leftrightarrow I^{-1}y_1 \leqslant I^{-1}y_2$. Тогда, как легко видеть, Y является нормированной решеткой, а оператор I служит порядковым и метрическим изоморфизмом между Z и Y. При этом оператор T оказывается решеточным гомоморфизмом, будучи композицией решеточных гомоморфизмов H и I. $\square$

Следствие 2. *Пусть X — векторная решетка, Y — банахово пространство, и пусть $T : X \to Y$ — монотонный линейный оператор с плотным в Y образом. Тогда на Y можно ввести такое отношение порядка, что Y превратится в банахову решетку, а оператор T станет решеточным гомоморфизмом.*

Доказательство. Воспользовавшись следствием 1, снабдим образ Y_0 оператора T отношением порядка, превращающим Y_0 в нормированную решетку, а оператор $T : X \to Y_0$ — в решеточный гомоморфизм. Остается заметить, что на пополнении Y нормированной решетки Y_0 можно ввести порядок, относительно которого Y является банаховой решеткой, содержащей Y_0 в качестве векторной подрешетки (см., например, [2, 1.4]). $\square$

Лемма 1. *Пусть E — векторная решетка, X и Y — E-нормированные решетки, $T : X \to Y$ — линейная изометрия, $u, v \in X$, $|u| \wedge |v| = 0$, $Tu \geqslant Tv \geqslant 0$. Тогда $\lvert u + nv\rvert \leqslant \lvert u + v\rvert$ для всех $n \in \mathbb{N}$, а если решетка E архимедова, то $v = 0$.*

Доказательство. В случае $n = 1$ доказываемое неравенство очевидно. Предположив $\lvert u+nv\rvert \leqslant \lvert u+v\rvert$, покажем $\lvert u+(n+1)v\rvert \leqslant \lvert u+v\rvert$. В силу очевидных соотношений $-Tu \leqslant 0 \leqslant Tu - Tv$ и $-(n+1)Tv \leqslant$

$0 \leqslant nTv$ имеем

$$-Tu - nTv \leqslant Tu - (n+1)Tv \leqslant Tu + nTv.$$

Следовательно, $|Tu - (n+1)Tv| \leqslant Tu + nTv = |Tu + nTv|$, а значит,

$$\boldsymbol{|} u - (n+1)v \boldsymbol{|} = \boldsymbol{|} Tu - (n+1)Tv \boldsymbol{|} \leqslant \boldsymbol{|} Tu + nTv \boldsymbol{|} = \boldsymbol{|} u + nv \boldsymbol{|} \leqslant \boldsymbol{|} u + v \boldsymbol{|}.$$

Учитывая равенство $|u| \wedge |v| = 0$, заключаем, что $|u + (n+1)v| = |u - (n+1)v|$, поэтому $\boldsymbol{|} u + (n+1)v \boldsymbol{|} = \boldsymbol{|} u - (n+1)v \boldsymbol{|}$. Если решетка E архимедова, то из $n\boldsymbol{|} v \boldsymbol{|} = \boldsymbol{|} nv \boldsymbol{|} \leqslant \boldsymbol{|} u + nv \boldsymbol{|} + \boldsymbol{|} u \boldsymbol{|} \leqslant \boldsymbol{|} u + v \boldsymbol{|} + \boldsymbol{|} u \boldsymbol{|}$ $(n \in \mathbb{N})$ следует $\boldsymbol{|} v \boldsymbol{|} = 0$. $\square$

Замечание. Приведенное выше обоснование леммы 1 идейно повторяет фрагмент доказательства теоремы 1 из [3].

Теорема 2. *Пусть E — архимедова векторная решетка, X и Y — E-нормированные решетки и $T : X \to Y$ — положительная линейная изометрия. Тогда T является порядковым изоморфизмом X на $\operatorname{im} T$.*

Доказательство. Если $x \in X$ и $Tx \geqslant 0$, то $u := x^+$ и $v := x^-$ удовлетворяют условиям леммы 1 (в силу того, что $Tu - Tv = Tx \geqslant 0$), а значит, $v = 0$ и тем самым $x \geqslant 0$. $\square$

Следствие 3. *Если E — архимедова векторная решетка, то всякий положительный метрический изоморфизм между E-нормированными решетками является порядковым изоморфизмом.*

В случае $E = \mathbb{R}$ последнее утверждение совпадает с теоремой 1 из [3].

Теорема 3. *Пусть X — векторная решетка, Y — нормированная решетка, и пусть линейный оператор $T : X \to Y$ положителен, сюръективен и монотонен. Тогда T — решеточный гомоморфизм.*

Доказательство. По теореме 1 оператор T имеет решеточно-метрическое разложение (Z, H, I). Покажем, что оператор $I : Z \to Y$ положителен. Действительно, если $x \in X$ и $Hx \geqslant 0$, то $Hx = (Hx)^+ = H(x^+)$, а значит, $I(Hx) = IH(x^+) = T(x^+) \geqslant 0$ в силу положительности T. Кроме того, из сюръективности T вытекает сюръективность I.

Таким образом, I служит положительным метрическим изоморфизмом между нормированными решетками Z и Y. Согласно следствию 3 оператор I является порядковым изоморфизмом и, в частности, решеточным гомоморфизмом. Следовательно, композиция $T = I \circ H$ также является решеточным гомоморфизмом. $\square$

В качестве одного из приложений установленных выше фактов докажем техническую лемму о введении порядка в слоях банахова расслоения, множество сечений которого имеет заданную решеточную структуру.

Лемма 2. *Пусть Q — произвольное множество, E — векторная подрешетка $\mathbb{R}^Q$, $\mathscr{X}$ — банахово расслоение над Q, $\mathscr{U}$ — послойно плотное в $\mathscr{X}$ векторное подпространство $S(Q,\mathscr{X})$, и пусть $\leqslant$ — такое отношение порядка на $\mathscr{U}$, что $(\mathscr{U}, |\!\cdot\!|, \leqslant)$ является E-нормированной решеткой, где $|\!\cdot\!| : \mathscr{U} \to E$ — поточечная норма. Тогда в каждом слое $\mathscr{X}(q)$ можно ввести отношение порядка так, что $\mathscr{X}(q)$ превратится в банахову решетку, а $(\mathscr{U}, \leqslant)$ окажется подрешеткой $S(Q,\mathscr{X})$ относительно поточечного порядка:*

(1) $u \leqslant v \Leftrightarrow (\forall\, q \in Q)\ u(q) \leqslant v(q)$;
(2) $(u \vee v)(q) = u(q) \vee v(q)$, $(u \wedge v)(q) = u(q) \wedge v(q)$ *для всех* $q \in Q$.

Доказательство. Для произвольной точки $q \in Q$ рассмотрим линейный оператор $T_q : \mathscr{U} \to \mathscr{X}(q)$, определенный формулой $T_q u = u(q)$ и имеющий всюду плотный в $\mathscr{X}(q)$ образ. Как легко видеть, оператор T_q монотонен: если $|u| \leqslant |v|$, то $|\!u\!| \leqslant |\!v\!|$, поэтому

$$\|T_q u\| = \|u(q)\| = |\!u\!|(q) \leqslant |\!v\!|(q) = \|v(q)\| = \|T_q v\|.$$

Воспользовавшись следствием 2, снабдим $\mathscr{X}(q)$ отношением порядка, превращающим $\mathscr{X}(q)$ в банахову решетку, а оператор $T_q : \mathscr{U} \to \mathscr{X}(q)$ — в решеточный гомоморфизм. Последнее обстоятельство обеспечивает условие (2), а условие (1) вытекает из (2), поскольку

$$u \leqslant v \;\Leftrightarrow\; u \vee v = v \;\Leftrightarrow\; (\forall\, q \in Q)\ (u \vee v)(q) = v(q) \;\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow\; (\forall\, q \in Q)\ u(q) \vee v(q) = v(q) \;\Leftrightarrow\; (\forall\, q \in Q)\ u(q) \leqslant v(q). \quad \square$$

Замечание. В рамках доказательства леммы 2 совпадение порядка $\leqslant$ с поточечным порядком $\preccurlyeq$ на $\mathscr{U}$ можно также вывести из следствия 3. Действительно, тождественный метрический изоморфизм между E-нормированными решетками $(\mathscr{U}, |\cdot|, \leqslant)$ и $(\mathscr{U}, |\cdot|, \preccurlyeq)$, будучи положительным (благодаря положительности операторов T_q), является порядковым изоморфизмом.

На базе леммы 2 может быть реализована основная часть намеченной в работе [4] программы по развитию теории представлений решеток Банаха — Канторовича. В качестве простого примера приведем соответствующую реализационную теорему для случая $C(Q)$-значной нормы.

Теорема 4. *Пусть $E := C(Q)$, где Q — экстремально несвязный компакт. Всякая E-нормированная решетка Банаха — Канторовича порядково и метрически изоморфна пространству $C(Q, \mathscr{X})$ непрерывных сечений некоторого просторного непрерывного расслоения $\mathscr{X}$ банаховых решеток над Q.*

Доказательство. Согласно [5, 3.4.2] (см. также [6, 2.4.10]) для любой E-нормированной решетки Банаха — Канторовича X существует такое просторное непрерывное банахово расслоение $\mathscr{X}$ над Q, что E-нормированное пространство $(X, |\cdot|_X)$ изометрично пространству $\mathscr{U} := C(Q, \mathscr{X})$, снабженному поточечной нормой $|\cdot|$. С помощью имеющегося изоморфизма $I : X \to \mathscr{U}$ введем отношение порядка на $\mathscr{U}$, полагая $u_1 \leqslant u_2 \Leftrightarrow I^{-1}u_1 \leqslant_X I^{-1}u_2$. Воспользовавшись леммой 2, превратим слои расслоения $\mathscr{X}$ в банаховы решетки, а порядок на $\mathscr{U}$ — в поточечный порядок. В результате $\mathscr{X}$ окажется непрерывным расслоением банаховых решеток с решеточной непрерывной структурой $\mathscr{U}$, а E-нормированная решетка X будет изоморфна $C(Q, \mathscr{X})$ не только метрически, но и порядково. $\square$

Введение понятия лифтинга $(\cdot)_\sim : L^\infty(\Omega, \mathscr{X}) \to \mathscr{L}^\infty(\Omega, \mathscr{X})$ классов измеримых сечений измеримого расслоения $\mathscr{X}$ банаховых решеток на пространстве с мерой Ω сопровождается требованием согласованности лифтинга с решеточными операциями (см. [7, определение 2.2]):

$$(\mathbf{u} \vee \mathbf{v})_\sim = \mathbf{u}_\sim \vee \mathbf{v}_\sim \text{ для всех } \mathbf{u}, \mathbf{v} \in L^\infty(\Omega, \mathscr{X}).$$

В качестве еще одного приложения полученных выше результатов покажем, что это требование избыточно и может быть заменено условием положительности:

$$\mathbf{u}_\sim \geqslant 0 \ \text{ для положительных } \ \mathbf{u} \in L^\infty(\Omega, \mathscr{X}).$$

Теорема 5. *Пусть* $\mathscr{X}$ *— измеримое расслоение банаховых решеток над пространством с мерой* Ω *и* $(\cdot)_\sim \colon L^\infty(\Omega, \mathscr{X}) \to \mathscr{L}^\infty(\Omega, \mathscr{X})$ *— такой лифтинг в измеримом банаховом расслоении* $\mathscr{X}$*, что* $\mathbf{u}_\sim \geqslant 0$ *на* Ω *для положительных* $\mathbf{u} \in L^\infty(\Omega, \mathscr{X})$*. Тогда* $(\mathbf{u} \vee \mathbf{v})_\sim = \mathbf{u}_\sim \vee \mathbf{v}_\sim$ *и* $(\mathbf{u} \wedge \mathbf{v})_\sim = \mathbf{u}_\sim \wedge \mathbf{v}_\sim$ *на* Ω *для всех* $\mathbf{u}, \mathbf{v} \in L^\infty(\Omega, \mathscr{X})$.

Доказательство. Достаточно фиксировать произвольную точку $\omega \in \Omega$ и применить теорему 3 к векторной решетке $X := L^\infty(\Omega, \mathscr{X})$, нормированной решетке $Y := \mathscr{X}(\omega)$ и оператору $T \colon \mathbf{u} \in X \mapsto \mathbf{u}_\sim(\omega) \in Y$, сюръективность которого следует из [5, 4.4.1] (см. также [6, 2.4.2 (5) и 2.5.10]). $\square$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Luxemburg W. A. J., Zaanen A. C.* Riesz spaces. V. I. Amsterdam; London: North-Holland Publ. Co., 1971.
2. *Kawai I.* Locally convex lattices // J. Math. Soc. Japan. 1957. V. 9, N 3. P. 281–314.
3. *Абрамович Ю. А.* Об изометриях нормированных решеток // Оптимизация. 1988. Вып. 43 (60). С. 74–80.
4. *Kusraev A. G., Tabuev S. N.* Banach lattices of continuous sections // Владикавк. мат. журн. 2012. Т. 14, № 4. С. 41–44.
5. *Гутман А. Е.* Банаховы расслоения в теории решеточно нормированных пространств // Линейные операторы, согласованные с порядком / Тр. Ин-та математики. Новосибирск: Ин-т математики, 1995. Т. 29. С. 63–211.
6. *Кусраев А. Г.* Мажорируемые операторы. М.: Наука, 2003.
7. *Ганиев И. Г.* Измеримые расслоения решеток и их приложения // Исследования по функциональному анализу и его приложениям. М.: Наука, 2005. С. 9–49.

г. Новосибирск *15 октября 2013 г.*

УДК 517.98

РЕШЕТОЧНО-МЕТРИЧЕСКОЕ РАЗЛОЖЕНИЕ МОНОТОННОГО ОПЕРАТОРА. *А. Е. Гутман, А. В. Коптев.* — Мат. заметки ЯГУ, 2013, т. 20, вып. 2.

Рассмотрено понятие монотонного линейного оператора, действующего из векторной решетки в нормированное пространство. Показано, что всякий такой оператор допускает представление в виде композиции решеточного гомоморфизма и линейной изометрии. Приведены приложения полученных результатов к исследованию непрерывных и измеримых расслоений банаховых решеток. Библиогр. 7.

Ключевые слова: векторная решетка, нормированная решетка, решеточный гомоморфизм, линейная изометрия, решеточно нормированное пространство, пространство Банаха — Канторовича, банахово расслоение, лифтинг.

УДК 517.957:517.548

О СЛАБОМ ПРЕДЕЛЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ОТОБРАЖЕНИЙ, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМУ НЕРАВЕНСТВУ С КВАЗИВЫПУКЛОЙ ФУНКЦИЕЙ И НУЛЬ-ЛАГРАНЖИАНОМ. *А. А. Егоров.* — Мат. заметки ЯГУ, 2013, т. 20, вып. 2.

Доказана теорема о слабом пределе последовательности отображений, удовлетворяющих дифференциальному неравенству, построенному с помощью квазивыпуклой функции и нуль-лагранжиана. Библиогр. 13.

Ключевые слова: слабый предел, квазивыпуклость, нуль-лагранжиан.

УДК 517.956

О ФРЕДГОЛЬМОВОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ПЕРВОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ЧЕТНОГО ПОРЯДКА. *И. Е. Егоров.* — Мат. заметки ЯГУ, 2013, т. 20, вып. 2.

Рассматривается первая краевая задача для уравнения смешанного типа четного порядка в цилиндрической области. При определенных условиях на коэффициенты уравнения доказывается ее плотная разрешимость, единственность обобщенного решения и фредгольмова разрешимость первой краевой задачи в некотором весовом пространстве Соболева. Библиогр. 8.

Ключевые слова: уравнение смешанного типа, фредгольмова разрешимость, обобщенное решение, неравенство, оценка, оператор.

УДК 517.954

ОБ АНАЛИТИЧЕСКОМ ИССЛЕДОВАНИИ ЛИНЕАРИЗОВАННОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ БЕННИ — ЛЮКА. *А. А. Замышляева.* — Мат. заметки ЯГУ, 2013, т. 20, вып. 2.

При исследовании математической модели Бенни — Люка весьма полезной оказалась теория уравнений соболевского типа, в настоящее время переживающая

UDC 517.98

Lattice-metric decomposition of a monotone operator. *A. E. Gutman, A. V. Koptev.* — Math. notes of YSU. 2013. Vol. 20. No. 2.

The notion is considered of a monotone linear operator acting from a Riesz space into a normed space. It is shown that every monotone operator can be represented as the composition of a Riesz homomorphism and a linear isometry. The results are applied to the study of continuous and measurable bundles of Banach lattices. Bibliogr. 7.

Keywords: Riesz space, normed lattice, Riesz homomorphism, linear isometry, lattice-normed space, Banach–Kantorovich space, Banach bundle, lifting.

UDC 517.957:517.548

On the weak limit of a sequence of mappings satisfied the differential inequality with a quasiconvex function and a null Lagrangian. *A. A. Egorov* — Math. notes of YSU. 2013. Vol. 20. No. 2.

We proved a theorem on the weak limit of a sequence of mappings satisfied the differential inequality constructed by a quasiconvex function and a null Lagrangian. Bibliogr. 13.

Keywords: weak limit, quasiconvexity, null Lagrangian.

UDC 517.956

About Fredholm solvability of the first boundary value problem for equations of mixed type of even order. *I. E. Egorov* — Math. notes of YSU. 2013. Vol. 20. No. 2.

In this paper, we consider the first boundary value problem for an equation of mixed type of even order in a cylindrical domain. Under certain conditions on the coefficients of the equation proved its dense solvability, uniqueness of the generalized solutions and Fredholm solvability of the first boundary value problem in a weighted Sobolev space. Bibliog. 8.

Keywords: equation of mixed type, Fredholm solvability of generalized solution, inequality, evaluation, the operator.

UDC 514.755

An analytical investigation of linearized Benney–Luke model. *A. A. Zamyshlyaeva* — Math. notes of YSU. 2013. Vol. 20. No. 2.

The Sobolev type equations theory, experiencing an epoch of blossoming, is very useful for investigation of linearized Benney–Luke model. In this article the theory of relatively p-sectorial operators is developed to the case of higher order equations. The propagators of homogeneous equation are constructed. The sufficient conditions for the unique solvability of abstract Cauchy problem are given. On the basis of abstract results the analytical investigation of linearized Benney–Luke model is held. Bibliogr. 8.

Keywords: relatively p-sectorial operator, higher order Sobolev type equation, propagators.

ИНФОРМАЦИЯ ОБ АВТОРАХ

Математика

Абдрахманов Айдар Максутович
Уфимский государственный авиационный техничесвий университет
ул. К. Маркса, 12, Уфа 450000
abdrai@mail.ru

Кожанов Александр Иванович
Институт математики СО РАН им. С. Л. Соболева
пр. Академика Коптюга, 4, Новосибирск 630090;
Новосибирский гос. университет, механико-математический факультет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск 630090
kozhanov@math.nsc.ru

Бидерман Вениамин Исаакович
Тихоокеанский гос. университет, ул. Тихоокеанская, 136, Хабаровск 680035
caspy08@rambler.ru

Прудников Виталий Яковлевич
Тихоокеанский гос. университет, ул. Тихоокеанская, 136, Хабаровск 680035
prudnickov.vit@yandex.ru

Гордиенко Валерий Михайлович
Институт математики СО РАН им. С. Л. Соболева
пр. Академика Коптюга, 4, Новосибирск 630090;
Новосибирский гос. университет, механико-математический факультет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск 630090
gordienk@math.nsc.ru

Гутман Александр Ефимович
Институт математики СО РАН им. С. Л. Соболева
пр. Академика Коптюга, 4, Новосибирск 630090;
Новосибирский гос. университет, механико-математический факультет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск 630090

gutman@math.nsc.ru

Коптев Александр Викторович
Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН
пр. Академика Коптюга, 4, Новосибирск 630090

koptev@math.nsc.ru

Егоров Александр Анатольевич
Институт математики СО РАН им. С. Л. Соболева
пр. Академика Коптюга, 4, Новосибирск 630090;
Новосибирский гос. университет, механико-математический факультет
ул. Пирогова, 2, Новосибирск 630090
egorov@math.nsc.ru

Егоров Иван Егорович
Северо-Восточный федеральный университет имени М. К. Аммосова, НИИ математики
ул. Кулаковского, 48, Якутск 677891, Республика Саха (Якутия)

IvanEgorov51@mail.ru

Замышляева Алена Александровна
Южно-Уральский государственный университет, кафедра уравнений математической физики
пр. Ленина, 76, Челябинск 454080

alzama@mail.ru

Иванова Анна Олеговна
Северо-Восточный федеральный университет имени М. К. Аммосова, НИИ математики
ул. Кулаковского, 48, Якутск 677891, Республика Саха (Якутия)
shmgnanna@mail.ru

Никифоров Дмитрий Владиславович
Северо-Восточный федеральный университет имени М. К. Аммосова, Институт математики и информатики
ул. Белинского, 58, Якутск 677000, Республика Саха (Якутия)

zerorebelion@mail.ru

Колтуновский Олег Александрович
Южно-Сахалинский институт экономики, права и информатики,
Коммунистический пр., 72, Южно-Сахалинск 693000