Галкин Д.И. Диагностика технических устройств. М.: МГТУ имени Н.Э. Баумана 2014. – 615 с.

2. Бокштейн Б.С., Копецкий Ч.В, Швиндерман Л.С. и др. Структура и свойства внутренних поверхностей раздела внутренних поверхностей раздела в металлах. М.:Наука. 1988. – 272с.

3. Матохин Г.В. Оценка ресурса сварных конструкций из феррито-перлитных сталей. г. Владивосток. ДВГУ 2001. - 202с.

4. Рыбин В.В. Большие пластические деформации и разрушения металлов. М.: Металлургия, 1986. – 226 с.

5. Семашко Н.А., Шпрот В.И., Марьин Б.Н. и др. Акустическая эмиссия в экспериментальном материаловедении. Под общей редакцией Семашко Н.А. и Шпрот В.И. М.: Машиностроение, 2002. – 240 с.

Гутман А.Е.[1], Матюхин А.В.[2]

ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА, СОДЕРЖАЩИЕ НЕЗАМКНУТЫЕ АРХИМЕДОВЫ КОНУСЫ

[1]д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры математического анализа Новосибирского государственного университета;
заведующий лабораторией функционального анализа
Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН, г. Новосибирск

[2]студент Новосибирского государственного университета, г. Новосибирск

TOPOLOGICAL VECTOR SPACES WITH NONCLOSED ARCHIMEDEAN CONES

Gutman Alexander Efimovich
Doctor of Science, professor in the Department of Mathematical Analysis, Novosibirsk State University; Head of the Laboratory of Functional Analysis, Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk
Matyukhin Anatoly Vadimovich
student of Novosibirsk State University, Novosibirsk

АННОТАЦИЯ

В данной статье ставится задача описания класса топологических векторных пространств, содержащих незамкнутые архимедовы конусы, и приводятся результаты, полученные на пути к решению данной задачи.

ABSTRACT

In the article, the problem is stated of describing the class of topological vector spaces with nonclosed Archimedean cones. Some results are presented in the course of solving the problem.

Ключевые слова: топологическое векторное пространство, упорядоченное векторное пространство, аксиома Архимеда, конус.
Keywords: topological vector space, ordered vector space, axiom of Archimedes, cone.

Пусть $(X,\le)$ – упорядоченное векторное пространство над полем $\mathbf{R}$ (в дальнейшем все рассматриваемые векторные пространства будем считать вещественными). Говорят, что $(X,\le)$ *удовлетворяет аксиоме Архимеда*, если для любых элементов $x, y \in X$, $y \ge 0$, из условия $(\forall n \in \mathbf{N})(x \le \frac{1}{n} y)$ следует, что $x \le 0$.

Под *конусом* мы будем понимать подмножество K векторного пространства, удовлетворяющее условиям $K \ne \varnothing$, $K + K \subset K$, $(\forall \lambda \ge 0)(\lambda K \subset K)$ и $K \cap (-K) = \{0\}$.

Как хорошо известно, если $(X,\le)$ – упорядоченное векторное пространство, то множество $\{x \in X : x \ge 0\}$ является конусом. Наоборот, если в векторном пространстве X фиксирован некоторый конус K, то порядок $\le_K$, определенный правилом $(x \le_K y) \Leftrightarrow (y - x \in K)$, превращает X в упорядоченное векторное пространство. Конус K называется *архимедовым*, если $(X,\le_K)$ удовлетворяет аксиоме Архимеда.

Представляет интерес связь между алгебраическим понятием архимедовости и топологическим понятием замкнутости. Очевидно, что если конус замкнут в какой-либо векторной топологии, то он является архимедовым (более того, достаточно секвенциальной замкнутости). В конечномерном пространстве архимедовость и замкнутость конуса равносильны (см. [1, 2.4]). В бесконечномерном случае это не так: например, конус $\{(\lambda_1,\ldots,\lambda_n,0,0,\ldots) : \lambda_1,\ldots,\lambda_n \ge 0, n \in \mathbf{N}\}$ архимедов, но не замкнут в пространстве l_∞.

Задача. Описать класс топологических векторных пространств, в которых существует незамкнутый архимедов конус.

Основные сведения о топологических векторных пространствах можно почерпнуть из [2].

Понятие архимедовости естественным образом обобщается на случай произвольных выпуклых множеств: выпуклое подмножество U векторного пространства X назовем *архимедовым*, если для любых элементов $x, y \in X$ из условия $(\forall n \in \mathbf{N})(x + \frac{1}{n} y \in U)$ следует, что $x \in U$. Путем несложных рассуждений (см., например, [1, 1.11]) можно показать, что для конусов новое определение архимедовости равносильно классическому.

Введенное определение архимедовости выпуклого множества допускает несколько эквивалентных формулировок.

Лемма. Пусть U – выпуклое подмножество векторного пространства X. Следующие утверждения эквивалентны:

(1) U архимедово;

(2) для любых элементов $x, y \in X$ из условия $(\exists \varepsilon > 0)(x +]0, \varepsilon] y \subset U)$ следует, что $x \in U$;

(3) U *алгебраически замкнуто*, т.е. $(\forall x \in X \setminus U)(\forall y \in X)(\exists \varepsilon > 0)$ $(x + [0, \varepsilon] y \subset X \setminus U)$;

(4) пересечение U с любым конечномерным аффинным подпространством X замкнуто;

(5) пересечение U с любым конечномерным подпространством X замкнуто (здесь и далее «подпространство» означает «векторное подпространство»);

(6) пересечение U с любым подпространством X размерности не более двух замкнуто;

(7) пересечение U с любой прямой в X замкнуто.

◁ Доказательство можно найти в [3, 3.1]. ▷

Для других эквивалентных описаний свойства архимедовости выпуклого множества будет удобно ввести понятие секвенциально тотальной топологии.

Пусть (X, τ) – топологическое векторное пространство. Топологию τ, а вместе с ней и само пространство X, будем называть *секвенциально тотальными* при выполнении следующих эквивалентных условий:

(1) все линейные функционалы на X секвенциально непрерывны;

(2) все подпространства X секвенциально замкнуты;

(3) все аффинные подпространства X секвенциально замкнуты;

(4) все гиперподпространства X (т.е. подпространства коразмерности 1) секвенциально замкнуты;

(5) все гиперплоскости в X секвенциально замкнуты;

(6) все линейно независимые подмножества X секвенциально замкнуты;

(7) любая сходящаяся последовательность в X лежит в некотором конечномерном подпространстве;

(8) любое ограниченное подмножество X лежит в некотором конечномерном подпространстве;

(9) все выпуклые архимедовы подмножества X секвенциально замкнуты.

Поскольку из секвенциальной замкнутости выпуклого множества в векторной топологии следует его архимедовость, в секвенциально тотальных пространствах (и только в них) архимедовость и секвенциальная замкнутость выпуклого множества – равносильные условия.

Лемма. Пусть U – выпуклое подмножество векторного пространства X. Следующие утверждения эквивалентны:

(1) U архимедово;

(2) U секвенциально замкнуто в некоторой секвенциально тотальной топологии;

(3) U секвенциально замкнуто в любой секвенциально тотальной топологии.

Тривиальным примером секвенциально тотальной топологии на пространстве X является сильнейшая локально выпуклая топология. В случае, если X бесконечномерно, секвенциально тотальная топология не единственна. Например, таковой будет слабая топология $\sigma(X, X^{\#})$, наведенная пространством $X^{\#}$ всех линейных функционалов на X. Но существуют и секвенциально тотальные топологии, в которых не все линейные функционалы непрерывны.

Пример. Пусть I – произвольное несчетное множество. Рассмотрим пространство $s_{fin}(I) := \{ f : I \to \mathbf{R} : \{ i \in I : f(i) \neq 0 \} \text{ конечно} \}$. Алгебраически сопряженное пространство $s_{fin}(I)^{\#}$ естественным образом изоморфно пространству $s(I) := \{ f : I \to \mathbf{R} \}$. Рассмотрим подпространство $Y := \{ f : I \to \mathbf{R} : \{ i \in I : f(i) \neq 0 \} \text{ счетно} \} \subset s(I)$. Топология $\sigma(s_{fin}(I), Y)$ секвенциально тотальна, но некоторые линейные функционалы в ней разрывны, так как $Y \neq s(I)$.

Возвращаясь к поставленной задаче, отметим один способ построения незамкнутых архимедовых конусов.

Лемма. Пусть X – топологическое векторное пространство, Y – аффинное подпространство X, $0 \notin Y$, а $U \subset Y$ – незамкнутое в Y архимедово выпуклое множество, не содержащее лучей. Тогда коническая оболочка U является незамкнутым архимедовым конусом.

◁ Доказательство имеется в [3, 4.1]. ▷

В произвольном локально выпуклом пространстве несчетной размерности удается построить незамкнутое архимедово множество, не содержащее лучей. Отсюда следует, что в любом таком пространстве существует незамкнутый архимедов конус. Действительно, подходящее множество можно найти и в любой гиперплоскости, после чего воспользоваться предыдущей леммой.

Теорема. В любом локально выпуклом пространстве несчетной размерности существует незамкнутый архимедов конус.

⊲ Подробное доказательство см. в [3, 4.3]. ⊳

В каких пространствах несчетной размерности, не являющихся локально выпуклыми, существуют незамкнутые архимедовы конусы, авторам на данный момент неизвестно.

Вопрос существования архимедовых незамкнутых конусов решен также для широкого класса пространств счетной размерности, но не для всех.

Теорема. В топологическом векторном пространстве счетной размерности, содержащем незамкнутое линейно независимое множество, существует незамкнутый архимедов конус.

⊲ Доказательство имеется в [3, 4.7]. ⊳

Теорема. Если в топологическом векторном пространстве счетной размерности все линейные функционалы непрерывны, то все архимедовы конусы в нем замкнуты.

⊲ Доказательство имеется в [3, 4.6]. ⊳

Приведем пример пространства счетной размерности, не удовлетворяющего условиям предыдущих теорем.

Пример. Рассмотрим пространство $s_{fin}(\mathbf{N}) := \{f : \mathbf{N} \to \mathbf{R} : \{n \in \mathbf{N} : f(n) \neq 0\}$ конечно$\}$, алгебраически сопряженное к которому изоморфно пространству $s(\mathbf{N}) := \{f : \mathbf{N} \to \mathbf{R}\}$. Пусть Y – линейная оболочка множества $\{f : \mathbf{N} \to \mathbf{Q}\}$. Несложно показать, что $Y \neq s(\mathbf{N})$. Тем не менее, в топологии $\sigma(s_{fin}(\mathbf{N}), Y)$ все линейно независимые множества замкнуты (см. [3, 4.8]).

Можно показать, что все архимедовы конусы в $s_{fin}(\mathbf{N})$ замкнуты в топологии $\sigma(s_{fin}(\mathbf{N}), Y)$. Это обстоятельство является аргументом в пользу следующей гипотезы:

Гипотеза. Для существования незамкнутого архимедова конуса в топологическом векторном пространстве счетной размерности необходимо и достаточно, чтобы в нем существовало незамкнутое линейно независимое множество.

Список литературы:

1. *Aliprantis C.D., Tourky R.* Cones and Duality. Providence, R. I.: Amer. Math. Soc., 2007. – 296 p. (Graduate Stud. In Math.; Vol. 84)
2. *Wilansky A.* Modern Methods in Topological Vector Spaces. N. Y.: McGraw-Hill, 1978. – 298 p.
3. *Гутман А.Е., Емельянов Э.Ю., Матюхин А.В.* Незамкнутые архимедовы конусы в локально выпуклых пространствах // Владикавказский мат. журн. 2015. Т. 17, вып. 3. С. 36-43.

Одуденко Т.А.[1], Кузьмина Н.А.[2]

СИСТЕМА ЗАЩИТЫ ОБЕКТОВ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ДВИЖЕНИЯ ОТ АКТОВ НЕЗАКОННОГО ВМЕШАТЕЛЬСТВА

[1]канд. тех. наук, доцент Дальневосточного государственного университета путей сообщения, г. Хабаровск

[2]старший преподаватель Дальневосточного государственного университета путей сообщения, г.Хабаровск

SYSTEM OF PROTECTION OBEKTOV OF THE HIGH-SPEED MOVEMENT FROM ACTS OF ILLEGAL INTERVENTION

Odudenko Tatiana
Candidate of Science, associate professor of Far Eastern State TransportUniversity, Khabarovsk
Kuzmina Natalia
Senior teacher of Far Eastern State Transport University, Khabarovsk

АННОТАЦИЯ

Рассмотрена специфика защиты объектов высокоскоростного движения от актов незаконного вмешательства в рамках вопроса укрепления транспортной безопасности.Таким образом, в работе рассмотрены угрозы безопасности объектам железнодорожного транспорта, приведены основные факторы системы защиты объектов скоростного движения и представлены элементы защиты объектов инфраструктуры высокоскоростного движения.

ABSTRACT

Specifics of protection of objects of the high-speed movement against acts of illegal intervention within a question of strengthening of transport safety are considered. Thus, in work threats to security to objects of railway transport are considered, major factors of system of protection of objects of the high-speed movement are given and elements of protection of objects of infrastructure of the high-speed movement are presented.

Ключевыеслова: транспортнаябезопасность; транспортныйкомплекс; инфраструктура; актнезаконноговмешательства.

Keywords :transport safety; transport complex; infrastructure; act of illegal intervention.