БИНАРНЫЕ СООТВЕТСТВИЯ И МНОГОМЕРНЫЕ ЗАДАЧИ ХИМИЧЕСКОЙ КИНЕТИКИ

Гутман А. Е.[1], Кононенко Л. И.[2]

Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия;
[1]gutman@math.nsc.ru, [2]larak@math.nsc.ru

Формальным аналогом понятия *задачи* удобно считать соответствие между элементами двух множеств, т. е. тройку $P = (A, B, C)$, где $C \subseteq A \times B$. Множества A, B и C трактуются как *область данных*, *область искомых* и *условие* задачи P. При этом включение $(a, b) \in C$ записывается в виде $P(a, b)$ и расценивается как условие, выражающее соответствие искомого b данному a. *Решением* задачи P для данного $a \in A$ называется любое искомое $b \in B$, удовлетворяющее условию $P(a, b)$. Такой подход дает простую и адекватную формализацию не только основных компонентов задач (условие, данные, искомые), но и их основных свойств и конструкций (разрешимость, однозначная разрешимость, обратная задача, композиция, ограничение задачи), позволяет формализовать топологические задачи и связанные с ними понятия (устойчивость, корректность), а также говорить о параметризациях задач и зависимости решений от параметров (см. [1]).

В качестве примера рассмотрим сингулярно возмущенную систему обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающую процесс химической кинетики и горения (см. [2]). Пусть $n, m \in \mathbb{N}$, $0 < \varepsilon_0 \in \mathbb{R}$, $X := \mathbb{R}^m$, Y — область в $\mathbb{R}^n$, $T := \mathbb{R}$, $E := \{\varepsilon \in \mathbb{R} : 0 \leqslant \varepsilon \leqslant \varepsilon_0\}$, $F := C(X \times Y \times T \times E, \mathbb{R}^m)$, $G := C(X \times Y \times T \times E, \mathbb{R}^n)$. Рассмотрим задачу P с областью данных $F \times G \times E$, областью искомых $C^1(T, X) \times C^1(T, Y)$ и условием

$$P\big((f, g, \varepsilon), (x, y)\big) \;\Leftrightarrow\; \begin{cases} \dot{x}(t) = f\big(x(t), y(t), t, \varepsilon\big), \\ \varepsilon\, \dot{y}(t) = g\big(x(t), y(t), t, \varepsilon\big) \end{cases} \text{для всех } t \in T,$$

где $f \in F$, $g \in G$, $\varepsilon \in E$, $x \in C^1(T, X)$, $y \in C^1(T, Y)$. Обратная к P задача P^{-1}, имеющая пары функций (x, y) в качестве данных, оказывается непрактичной: в роли данных более адекватны конечные наборы значений функций или их производных, нежели всюду определенные функции. Соответствующая корректировка обратной задачи реализуется посредством композиции задачи P^{-1} и вспомогательной задачи Q с областью данных $(\mathbb{R}^k)^3$, областью искомых $C^1(T, X) \times C^1(T, Y)$ и условием

$$Q\big((t, \alpha, \beta), (x, y)\big) \;\Leftrightarrow\; x(t_1) = \alpha_1,\ \ldots,\ x(t_k) = \alpha_k,\ \dot{x}(t_1) = \beta_1,\ \ldots,\ \dot{x}(t_k) = \beta_k,$$

где $t, \alpha, \beta \in \mathbb{R}^k$, $x \in C^1(T, X)$, $y \in C^1(T, Y)$. В [1] приведено условие разрешимости композиционной задачи $P^{-1} \circ Q$ для частного случая.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-01-00745).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Gutman A. E., Kononenko L. I.* Formalization of inverse problems and applications to systems of equations with parameters // Geometric analysis and control theory: abstracts. Novosibirsk: Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, 2016. P. 40–42.
2. *Гольдштейн В. М., Соболев В. А.* Качественный анализ сингулярно возмущенных систем. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики СО АН СССР, 1988.